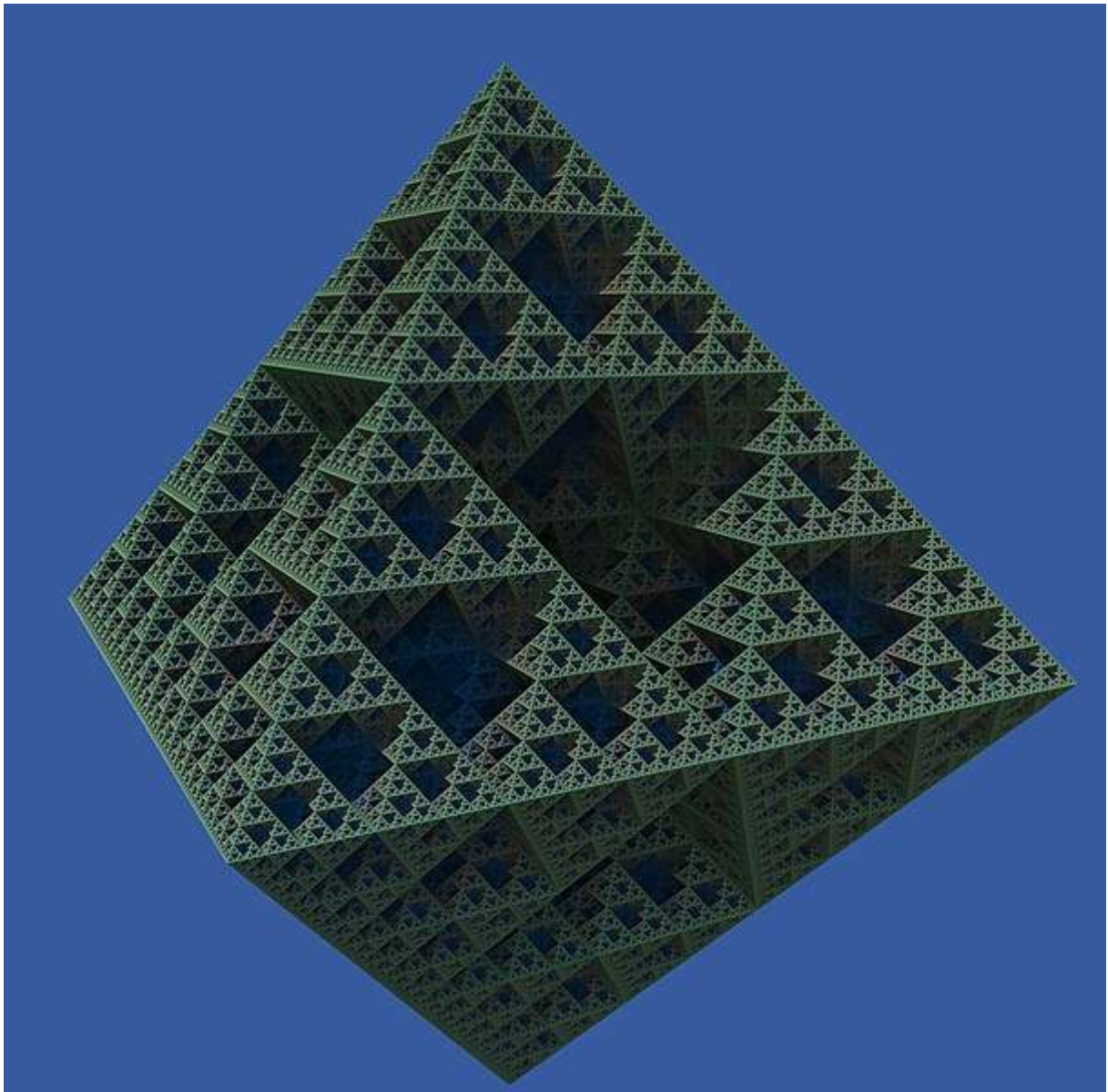


Prof. Dr. Alfred Toth

Dimensionalität und Semiose



STL

Title cover: Sierpinski Oktaeder (Wikimedia Commons)
© Semiotic Technical Laboratory, Tucson, AZ, 2020

Vorwort

Bekanntlich ist das peircesche Zeichen als triadische Relation über einer einstelligen, einer zweistelligen und einer dreistelligen Relation eingeführt, und zwar, wie Bense feststellte, als «verschachtelte» Relation bzw. «Relation über Relationen». Während in der Arithmetik zur Darstellung von nicht-komplexen Zahlen eine Dimension ausreicht, benötigt das Zeichen, das zwischen triadischen und trichotomischen Peircezahlen unterscheidet, mindestens zwei Dimensionen. Zwei Dimensionen werden auch in der qualitativen Arithmetik der sog. ontischen Zahlen benötigt, die in zweidimensionalen Zahlenfeldern gezählt werden.

Bereits früh wurden in der Semiotik Versuche gemacht, das elementare Zeichen in drei Raumdimensionen darzustellen. In diesem Falle wird allerdings die Raumdimension nicht an der Stelligkeit der Kategorie der Teilrelation des Zeichens ausgerichtet, denn Erst-, Zweit- und Drittheit können etwa im Stiebingschen Kubus natürlich in allen drei Raumdimensionen aufscheinen, genauso wie die Peanozahlen im gaußschen Zahlenfeld. Von besonderem Interesse sind daher mathematische Modelle, welche die Dimensionalität der Kategorien und daher der Semiosen und diejenige des zugehörigen Repräsentationsraumes miteinander vereinigen.

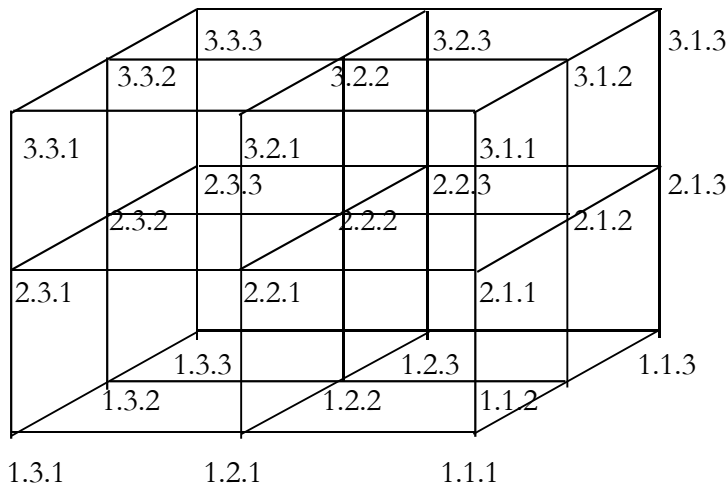
Im vorliegenden Buch werden einige zentrale Aufsätze zum Thema „Dimensionalität und Semiose“ aus den Jahren 2008 bis 2020 zusammengefaßt, die im Rahmen meiner Forschungstätigkeit am Tucsoner Institut entstanden sind.

Tucson, AZ, 4.4.2020

Prof. Dr. Alfred Toth

Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik

1. Der m.W. erste Vorschlag für ein 3-stelliges semiotisches Simplex stammt von Stiebing (1978, S. 77); er spricht von den "Projektionen der Zeichenebene" und geht von triadischen Primzeichen aus:



Man kann nun die Gitterpunkte dieses semiotischen Kubus dahingehend interpretieren, dass hier die präsemiotische Trichotomie (0.1), (0.2), (0.3) oder Sekanz, Semanz, Selektanz (vgl. Götz 1982, S. 4, 28) als zusätzliche Trichotomie zur Trichotomie der Zeichenrelation "kategorial mitgeführt" wird (vgl. Bense 1979, S. 43). Wir sprechen hier von Doppel-Trichotomien und setzen folgendes Präzeichen-Modell voraus:

$$\text{PZR}^* = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f),$$

das also ein triadisch-dreidimensionales Modell darstellt im Gegensatz zu dem in Toth (2008) eingeführten tetradisch-zweidimensionalen Modell

$$\text{PZR} = (3.a \ 2.b \ 3.c \ 0.d).$$

Zur Konstruktion von Zeichenklassen auf der Basis von PZR^* ist allerdings zu bemerken, dass Stiebing nicht klar macht, ob solche Zkln durch die Relation \leq halbgeordnet sind oder nicht. Wir wollen deshalb folgende zwei Vorschläge unterbreiten: In der folgenden Tabelle sind die Zeichenklassen ganz links Halbordnungen. Bei ihnen gilt also $(a \leq b) \leq (c \leq d) \leq (e \leq f)$. Zusätzlich sind rechts als "Zwischenzeichenklassen" solche eingebaut, bei denen nur $(a.b) \leq (c.d) \leq (e.f)$ gilt. Die erste Lösung führt zu 25, die zweite zu 96 Zeichenklassen. Allerdings scheint die zweite Lösung deshalb vorzuziehen sein, da Ordnungsstrukturen wie $(a \geq b) \leq (c \geq d) \leq (e \geq f)$ bereits in den Doppeltrichotomien der Gitterpunkte des Stiebing'schen Simplex aufscheinen.

25 Zkln mit $(a \leq b) \leq (c \leq d) \leq (e \leq f)$	71 Zkln mit $(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (e \Leftrightarrow f)$
(3.1.1 2.1.1 1.1.1)	
(3.1.1 2.1.1 1.1.2)	
(3.1.1 2.1.1 1.1.3)	
	(3.1.1 2.1.1 1.2.1)
(3.1.1 2.1.1 1.2.2)	
(3.1.1 2.1.1 1.2.3)	
	(3.1.1 2.1.1 1.3.1)
	(3.1.1 2.1.1 1.3.2)
(3.1.1 2.1.1 1.3.3)	
	(3.1.1 2.1.2 1.1.1)
	(3.1.1 2.1.2 1.1.2)
	(3.1.1 2.1.2 1.1.3)
	(3.1.1 2.1.2 1.2.1)
(3.1.1 2.1.2 1.2.2)	
(3.1.1 2.1.2 1.2.3)	
	(3.1.1 2.1.2 1.3.1)
	(3.1.1 2.1.2 1.3.2)
(3.1.1 2.1.2 1.3.3)	
	(3.1.1 2.1.3 1.1.1)
	(3.1.1 2.1.3 1.1.2)
	(3.1.1 2.1.3 1.1.3)
	(3.1.1 2.1.3 1.2.1)
	(3.1.1 2.1.3 1.2.2)
	(3.1.1 2.1.3 1.2.3)
	(3.1.1 2.1.3 1.3.1)
	(3.1.1 2.1.3 1.3.2)
(3.1.1 2.1.3 1.3.3)	
	(3.1.1 2.2.2 1.2.1)
(3.1.1 2.2.2 1.2.2)	
(3.1.1 2.2.2 1.2.3)	
	(3.1.1 2.2.3 1.2.1)
	(3.1.1 2.2.3 1.2.2)
(3.1.1 2.2.3 1.2.3)	
	(3.1.1 2.3.3 1.3.1)
	(3.1.1 2.3.3 1.3.2)
(3.1.1 2.3.3 1.3.3)	
	(3.1.2 2.2.2 1.2.1)
(3.1.2 2.2.2 1.2.2)	
(3.1.2 2.2.2 1.2.3)	
	(3.1.2 2.2.2 1.3.1)
	(3.1.2 2.2.2 1.3.2)
(3.1.2 2.2.2 1.3.3)	
	(3.1.2 2.2.3 1.2.1)
	(3.1.2 2.2.3 1.2.2)
	(3.1.2 2.2.3 1.2.3)
	(3.1.2 2.2.3 1.3.1)
	(3.1.2 2.2.3 1.3.2)

(3.1.2 2.2.3 1.3.3)	(3.1.3 2.3.3 1.3.1)
	(3.1.3 2.3.3 1.3.2)
(3.1.3 2.3.3 1.3.3)	
	(3.2.1 2.2.1 1.2.1)
	(3.2.1 2.2.1 1.2.2)
	(3.2.1 2.2.1 1.2.3)
	(3.2.1 2.2.2 1.2.1)
	(3.2.1 2.2.2 1.2.2)
	(3.2.1 2.2.2 1.2.3)
	(3.2.1 2.2.3 1.2.1)
	(3.2.1 2.2.3 1.2.2)
	(3.2.1 2.2.3 1.2.3)
	(3.2.2 2.2.2 1.2.2)
(3.2.2 2.2.2 1.2.3)	
	(3.2.2 2.2.2 1.3.1)
	(3.2.2 2.2.2 1.3.2)
(3.2.2 2.2.2 1.3.3)	
	(3.2.2 2.2.3 1.2.1)
	(3.2.2 2.2.3 1.2.2)
	(3.2.2 2.2.3 1.2.3)
	(3.2.2 2.2.3 1.3.1)
	(3.2.2 2.2.3 1.3.2)
(3.2.2 2.2.3 1.3.3)	
	(3.2.3 2.2.1 1.2.1)
	(3.2.3 2.2.1 1.2.2)
	(3.2.3 2.2.1 1.2.3)
	(3.2.3 2.2.2 1.2.1)
	(3.2.3 2.2.2 1.2.2)
	(3.2.3 2.2.2 1.2.3)
	(3.2.3 2.2.3 1.2.1)
	(3.2.3 2.2.3 1.2.2)
	(3.2.3 2.2.3 1.2.3)
	(3.2.3 2.2.3 1.3.1)
	(3.2.3 2.2.3 1.3.2)
(3.2.3 2.2.3 1.3.3)	
	(3.3.3 2.3.1 1.3.1)
	(3.3.3 2.3.1 1.3.2)
	(3.3.3 2.3.1 1.3.3)
	(3.3.3 2.3.2 1.3.1)
	(3.3.3 2.3.2 1.3.2)
	(3.3.3 2.3.2 1.3.3)
	(3.3.3 2.3.3 1.3.1)
	(3.3.3 2.3.3 1.3.2)
(3.3.3 2.3.3 1.3.3)	

2. Die Einführung präsemiotischer Relationen als triadische Zeichenrelationen in drei Dimensionen scheint auch der Intuition besser zu entsprechen als tetradische Zeichenrelationen in zwei Dimensionen, da die kategorialen Objekte ebenso wie die Zeichen ja im dreidimensionalen Raume unserer Anschauung und nicht etwa wie Zahlen auf einer zweidimensionalen Fläche als

Plattform unserer Kognition auftreten. Wir gehen also im folgenden von PZR* sowie von der folgenden Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

aus und betrachten die den Zeichenklassen dual koordinierten Realitätsthematiken:

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 2 (3.1.1 2.1.1 1.1.2) × (2.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 3 (3.1.1 2.1.1 1.1.3) × (3.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 5 (3.1.1 2.1.1 1.2.2) × (2.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 6 (3.1.1 2.1.1 1.2.3) × (3.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 8 (3.1.1 2.1.1 1.3.2) × (2.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 9 (3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 11 (3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (2.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 13 (3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (1.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 14 (3.1.1 2.1.2 1.2.2) × (2.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 15 (3.1.1 2.1.2 1.2.3) × (3.2.1 1.2.1 1.1.3)
- 16 (3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (1.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 17 (3.1.1 2.1.2 1.3.2) × (2.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 18 (3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (3.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 19 (3.1.1 2.1.3 1.1.1) × (1.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 20 (3.1.1 2.1.3 1.1.2) × (2.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 21 (3.1.1 2.1.3 1.1.3) × (3.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 22 (3.1.1 2.1.3 1.2.1) × (1.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 23 (3.1.1 2.1.3 1.2.2) × (2.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 24 (3.1.1 2.1.3 1.2.3) × (3.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 25 (3.1.1 2.1.3 1.3.1) × (1.3.1 3.1.2 1.1.3)
- 26 (3.1.1 2.1.3 1.3.2) × (2.3.1 3.1.2 1.1.3)
- 27 (3.1.1 2.1.3 1.3.3) × (3.3.1 3.1.2 1.1.3)
- 28 (3.1.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 29 (3.1.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 30 (3.1.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 31 (3.1.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 32 (3.1.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 33 (3.1.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 34 (3.1.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 35 (3.1.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 36 (3.1.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 37 (3.1.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 38 (3.1.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 39 (3.1.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 40 (3.1.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.1.3)

- 41 (3.1.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 42 (3.1.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 43 (3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 44 (3.1.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 45 (3.1.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 46 (3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 47 (3.1.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 48 (3.1.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 49 (3.1.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 50 (3.1.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 51 (3.1.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 52 (3.2.1 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 53 (3.2.1 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 54 (3.2.1 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 55 (3.2.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 56 (3.2.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 58 (3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 60 (3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 61 (3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 62 (3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 64 (3.2.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 65 (3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 66 (3.2.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 67 (3.2.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 68 (3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 69 (3.2.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 71 (3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 72 (3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 74 (3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 75 (3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 76 (3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 78 (3.2.3 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 80 (3.2.3 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 81 (3.2.3 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 82 (3.2.3 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 83 (3.2.3 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 84 (3.2.3 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 85 (3.2.3 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 86 (3.2.3 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 3.2.3)

- 87 (3.2.3 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 3.2.3)
 88 (3.3.3 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 3.3.3)
 89 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)
 90 (3.3.3 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 3.3.3)
 91 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)
 92 (3.3.3 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 3.3.3)
 93 (3.3.3 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 3.3.3)
 94 (3.3.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.3.3)
 95 (3.3.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.3.3)
 96 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

Die Doppeltrichotomien bewirken hier u.a., dass neben rein-homogenen auch pseudo-homogene strukturelle Realitäten auftreten, vgl. etwa

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)

wo also in der zweiten Trichotomien, ähnlich wie in einer echten Trichotomischen Triade, alle drei semiotischen Werte durchlaufen werden.

Neben links- und rechts-Thematisierungen finden sich sog. Sandwich-Thematisierungen (vgl. Toth 2007, S. 216):

- 9 (3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 1.1.2 1.1.3)
 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
 11 (3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (2.1.1 2.1.2 1.1.3)

Es gibt insgesamt 20 triadische Realitäten:

- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
 16 (3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (1.3.1 2.1.2 1.1.3)
 18 (3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (3.3.1 2.1.2 1.1.3)
 20 (3.1.1 2.1.3 1.1.2) × (2.1.1 3.1.2 1.1.3)
 23 (3.1.1 2.1.3 1.2.2) × (2.2.1 3.1.2 1.1.3)
 26 (3.1.1 2.1.3 1.3.2) × (2.3.1 3.1.2 1.1.3)
 30 (3.1.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.1.3)
 32 (3.1.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.1.3)
 35 (3.1.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.1.3)
 43 (3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.1.3)
 46 (3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.1.3)
 57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)
 59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
 63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)
 70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)
 73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
 77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)
 79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)

- 89 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)
 91 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3),

wovon 2 Eigenrealitäten

- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
 57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)

und 2 Kategorienrealitäten sind

- 79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)
 91 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3).

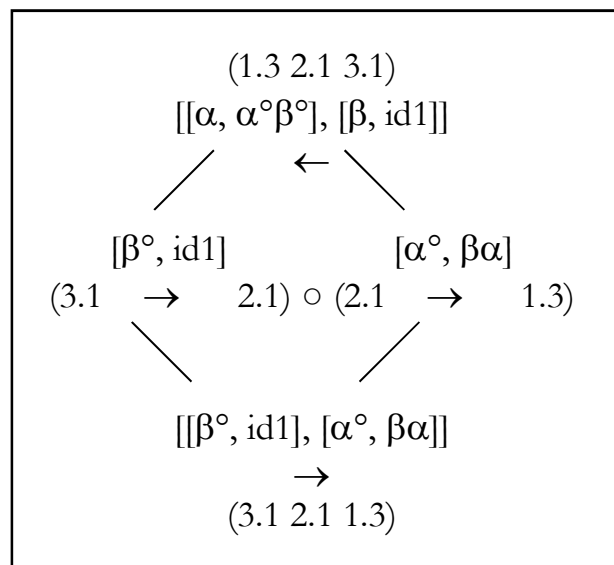
Während bei der hier für PZR* angesetzten Ordnung also die dreidimensionale Entsprechung der zweidimensionalen eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) aufscheint, fehlt die der zweidimensionalen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) entsprechende dreidimensionale Klasse *(3.3.3 2.2.2 1.1.1).

Bibliographie

- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
 Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

3-dimensionale semiotische Diamanten

1. Das ursprünglich polykontexturale Diamanten-Modell wurde aufgrund der Arbeit von Kaehr (2007) in die Semiotik eingeführt von Toth (2008a) und (2008b, S. 177 ff.). Ein semiotischer Diamant erlaubt die gleichzeitige Darstellung einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik, deren morphismische Komposition und deren Heteromorphismus, der in der Semiotik mit der Inversion der Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik zusammenfällt. Das folgende Beispiel zeigt einen der 6 möglichen semiotischen Diamanten für die 2-dimensionale Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):



Die restlichen 5 sind Permutationen. Wenn wir die einzelnen Komponenten dieses Diamanten anschauen, haben wir

2-Zkl: (3.1 2.1 1.3)
 Inv(2-Zkl): (1.3 2.1 3.1)
 Comp(2-Zkl): (3.1 → 2.1) ∘ (2.1 → 1.3)

Wie man sieht, kann also in einem 2-dimensionalen Diamanten nur entweder eine Zeichenklasse oder eine Realitätsthematik, aber nicht ein Dualsystem dargestellt werden. Ferner ist schon der 2-dimensionale Diamant insofern defektiv, als er die Darstellung inverser Kompositionen nicht erlaubt.

2. Für das allgemeine Schema der Komponenten des 2-dimensionalen semiotischen Diamanten würden wir also erwarten

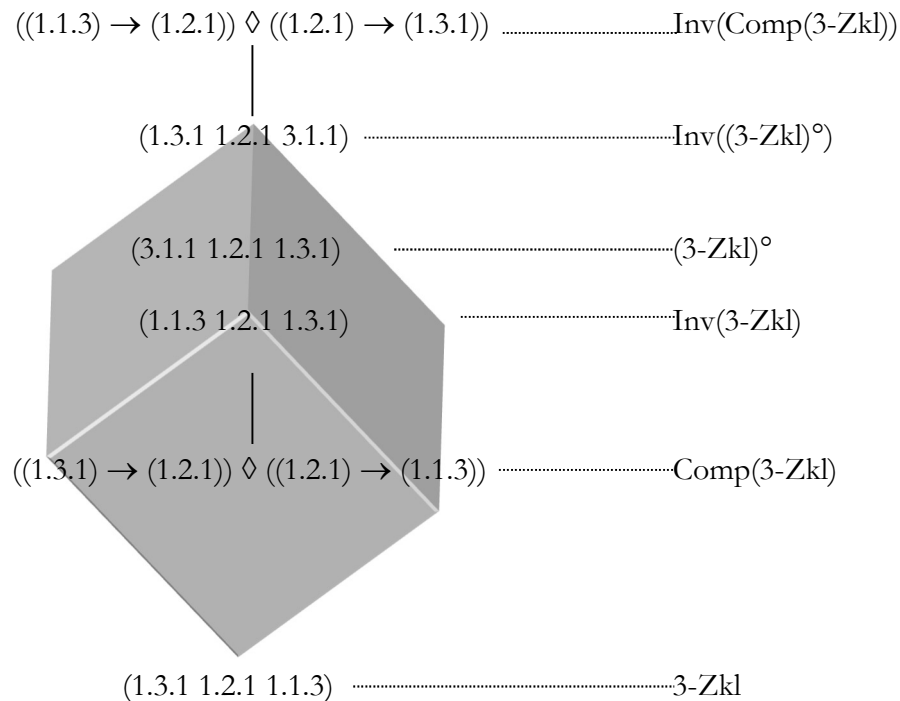
2-Zkl: (3.a 2.b 1.c)
 Inv(2-Zkl): (1.c 2.b 3.a)
 (2-Zkl)[°]: (c.1 b.2 a.3)
 Inv((2-Zkl)[°]): (a.3 b.2 c.1)
 Comp(2-Zkl): (3.a → 2.b) ∘ (2.b → 1.c)
 Inv(Comp(2-Zkl)): (1.c → 2.b) ∘ (2.b → 3.a)

Im Falle unserer 2-Zkl (3.1 2.1 1.3) wäre das also

2-Zkl: (3.1 2.1 1.3)
 Inv(2-Zkl): (1.3 2.1 3.1)
 (2-Zkl)[°]: (3.1 1.2 1.3)
 Inv((2-Zkl)[°]): (1.3 1.2 3.1)

Comp(2-Zkl): (3.1 → 2.1) ◊ (2.1 → 1.3)
 Inv(Comp(2-Zkl)): (1.3 → 2.1) ◊ (2.1 → 3.1)

Wir nennen dieses Schema, bestehend aus einem Objekt (der Zeichenklasse) und den Operationen Komposition (Comp), Dualisation (°) und Inversion (Inv), ein minimales semiotisches Diamantenschema. Im folgenden zeigen wir, dass wir zu seiner Realisation einen 3-dimensionalen semiotischen Diamanten benötigen.



3. Wenn wir uns die Tabelle der durch die semiotischen Dimensionsoperatoren

$$\eta := \dim(a) = W(\text{Trd}) \text{ und}$$

$$\mathfrak{G} := \dim(a) = W(\text{Trch})$$

auf das allgemeine 3-dimensionale triadische Zeichenschema

$$3\text{-ZR} = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

angewandten Zeichenklassen (unter Einschluss der 3-dim. Kategorienklasse) anschauen (vgl. Toth 2009a, b)

$$1. \ \eta(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.1)$$

$$\mathfrak{G}(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.1)$$

$$2. \eta(3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.2)$$

$$\vartheta(3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.2)$$

$$3. \eta(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 3.1.3)$$

$$4. \eta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (3.3.1 \ 2.2.2 \ 1.1.2)$$

$$\vartheta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (1.3.1 \ 2.2.2 \ 2.1.2)$$

$$5. \eta(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.2 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (1.3.1 \ 2.2.2 \ 3.1.3)$$

$$6. \eta(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = (1.3.1 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

$$7. \eta(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = (3.3.2 \ 2.2.2 \ 1.1.2)$$

$$\vartheta(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = (2.3.2 \ 2.2.2 \ 2.1.2)$$

$$8. \eta(3.2 \ 2.2 \ 1.3) = (3.3.2 \ 2.2.2 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.2 \ 2.2 \ 1.3) = (2.3.2 \ 2.2.2 \ 3.1.3)$$

$$9. \eta(3.2 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.2 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.2 \ 2.3 \ 1.3) = (2.3.2 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

$$10. \eta(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.3 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.3 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

$$11. \eta(3.3 \ 2.2 \ 1.1) = (3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1)$$

$$\vartheta(3.3 \ 2.2 \ 1.1) = (3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1).$$

dann erkennen wir, dass 3-dimensionale semiotische Diamanten dazu benutzt werden können, um die Verteilung von inhärenten und adhärenen Dimensionszahlen bei Zeichenklassen zu bestimmen

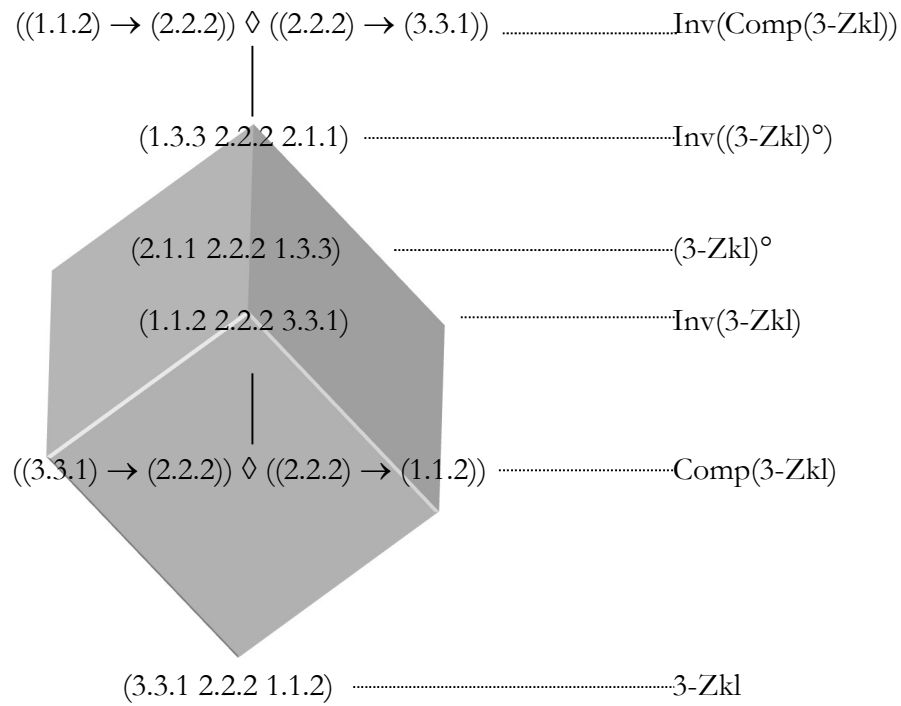
1	3-2-1	1-1-1
2	3-2-1	1-1-2
3	3-2-1	1-1-3
4	3-2-1	1-2-2
5	3-2-1	1-2-3
6	3-2-1	1-3-3
7	3-2-1	2-2-2
8	3-2-1	2-2-3
9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3
11	3-2-1	3-2-1

Nehmen wir als Beispiel die 4. Zeichenklasse und das Schema ihrer beiden inhärenten 3-dimensionalen Äquivalente

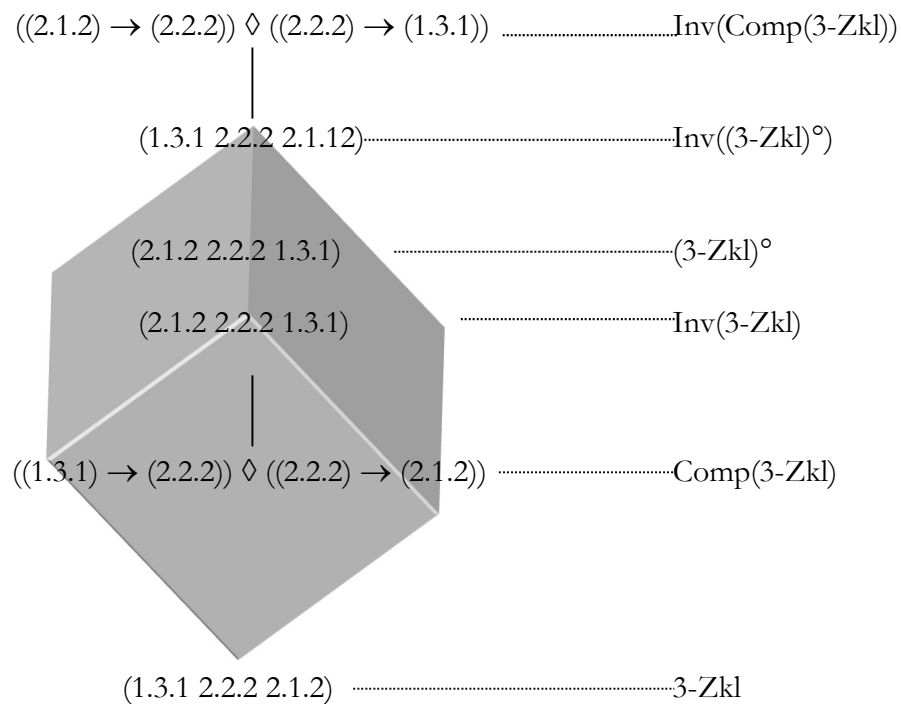
$$4. \eta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (3.3.1 \ 2.2.2 \ 1.1.2)$$

$$\mathfrak{G}(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (1.3.1 \ 2.2.2 \ 2.1.2)$$

Der 3-dimensionale semiotische Diamant von $4\text{-}\eta$ ist dann



Der 3-dimensionale semiotische Diamant von $4\text{-}\mathfrak{G}$ ist



Die beiden semiotischen 3-Diamanten sind also bis auf die Dimensionszahlen identisch. Da 3-dimensionale semiotische Diamanten nicht nur über Zeichenklassen oder Realitätsthematiken konstruiert sind, sondern über Dualsysteme, können wir deren allgemeines Schema wie folgt notieren

3-Zkl: (a.3.1 b.2.1 c.1.3)

Inv(3-Zkl): (c.1.3 b.2.1 a.3.1)

(3-Zkl)^o: (3.1.c 1.2.b 1.3.a)

Inv((3-Zkl)^o): (1.3.a 1.2.b 3.1.c)

Comp(3-Zkl): (a.3.1 → b.2.1) \diamond (b.2.1 → c.1.3)

Inv(Comp(3-Zkl)): (c.1.3 → b.2.1) \diamond (b.2.1 → a.3.1)

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat:

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

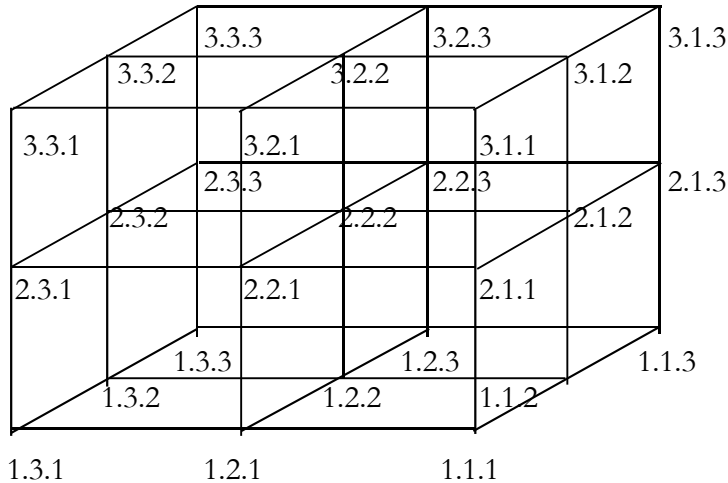
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Differenz inhärenter Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

3-dimensionale Zeichenfunktionen

1. Der erste Vorschlag für ein 3-stelliges semiotisches Simplex stammt von Stiebing (1978, S. 77); er spricht von den "Projektionen der Zeichenebene" und geht von triadischen Primzeichen aus:



Wie in Toth (2009a) gezeigt wurde, gibt es insgesamt drei Möglichkeiten, mit Hilfe dieser triadischen Primzeichen Zeichenklassen zu konstruieren:

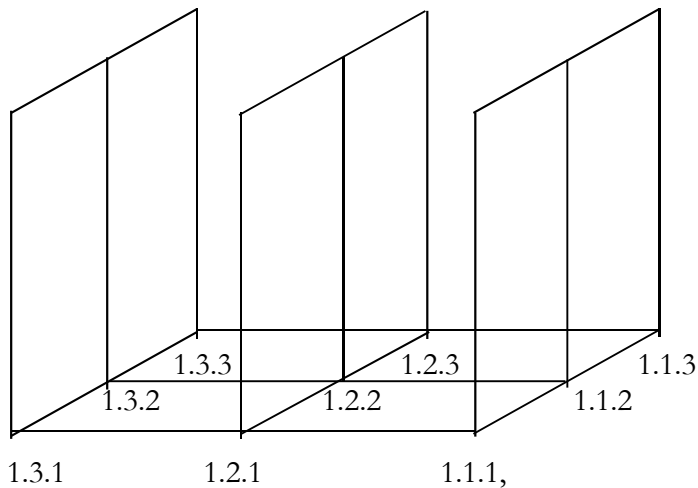
1. 3-ZR = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f))
 - a) Dimensionszahl (a, c, e) = Triadische Hauptwerke
 - b) Dimensionszahl (a, c, e) \neq Triadische Hauptwerte
2. 3-ZR = ((3.a).b (2.c).d (1.e).f)

(Bei 2. verbietet sich eine Identifikation der Dimensionszahlen (b, d, f) mit den triadischen Hauptwerten allein deshalb, weil diese dann nach den trichotomischen Stellenwerten stünden.)

Wenn wir von 1b) ausgehen, bekommen wir also folgende dreidimensionale triadische Zeichenrelation:

$$3\text{-ZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)), \dim(a, b, c) \in \{1., 2., 3.\}$$

2. Die fundamentale Zeichenebene des obigen Zeichenkubus ist damit im Prinzip die kleine semiotische Matrix, deren Subzeichen in dim(1) lokalisiert sind (vgl. Toth 2009b):



In Toth (2009c) wurde als Interpretation der neun triadischen Subzeichen vorgeschlagen, dass diese die Werte der präsemiotischen Trichotomie insofern kategorial mitführen, als die semiotischen Dimensionszahlen hier den Kategorialzahlen (vgl. Bense 1975, S. 45 f.) entsprechen. Falls diese Interpretation zulässig ist, können wir die triadischen Primzeichen als Durchschnittsbildungen präsemiotischer trichotomischer Werte und zweidimensionaler dyadischer Subzeichen definieren:

$(1.1.1) = (0.1) \cap (1.1)$	$(1.2.1) = (0.1) \cap (2.1)$	$(1.3.1) = (0.1) \cap (3.1)$
$(1.1.2) = (0.1) \cap (1.2)$	$(1.2.2) = (0.1) \cap (2.2)$	$(1.3.2) = (0.1) \cap (3.2)$
$(1.1.3) = (0.1) \cap (1.3)$	$(1.2.3) = (0.1) \cap (2.3)$	$(1.3.3) = (0.1) \cap (3.3)$
$(2.1.1) = (0.2) \cap (1.1)$	$(2.2.1) = (0.2) \cap (2.1)$	$(2.3.1) = (0.2) \cap (3.1)$
$(2.1.2) = (0.2) \cap (1.2)$	$(2.2.2) = (0.2) \cap (2.2)$	$(2.3.2) = (0.2) \cap (3.2)$
$(2.1.3) = (0.2) \cap (1.3)$	$(2.2.3) = (0.2) \cap (2.3)$	$(2.3.3) = (0.2) \cap (3.3)$
$(3.1.1) = (0.3) \cap (1.1)$	$(3.2.1) = (0.3) \cap (2.1)$	$(3.3.1) = (0.3) \cap (3.1)$
$(3.1.2) = (0.3) \cap (1.2)$	$(3.2.2) = (0.3) \cap (2.2)$	$(3.3.2) = (0.3) \cap (3.2)$
$(3.1.3) = (0.3) \cap (1.3)$	$(3.2.3) = (0.3) \cap (2.3)$	$(3.3.3) = (0.3) \cap (3.3)$

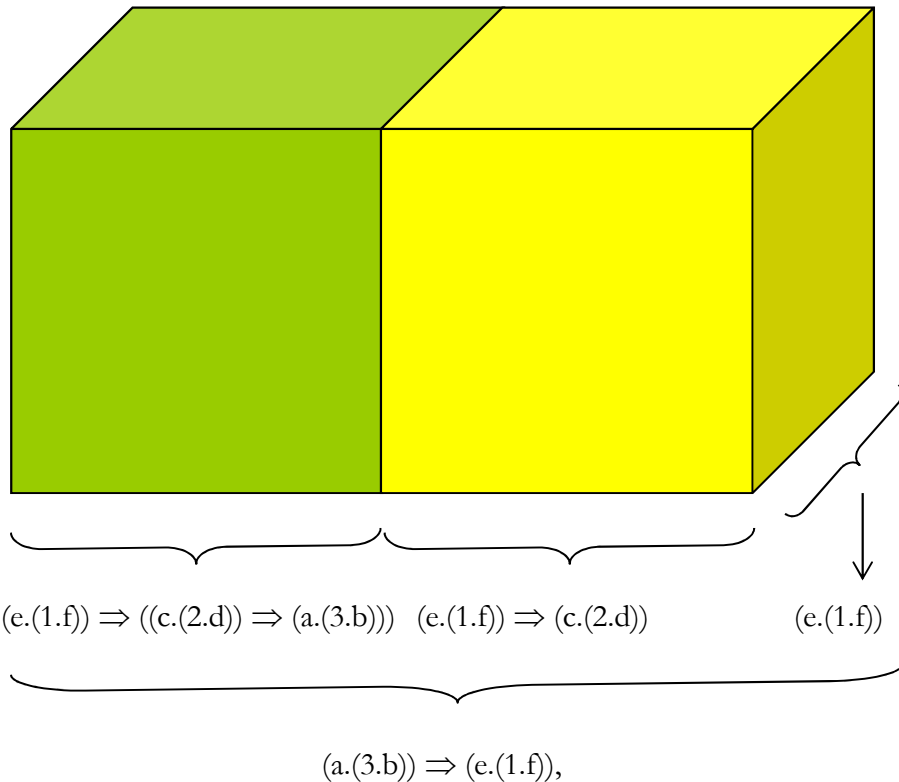
3. Die drei elementaren semiotischen Funktionen

$(M \Rightarrow O)$ oder Bezeichnungsfunktion

$(O \Rightarrow I)$ oder Bedeutungsfunktion

$(I \Rightarrow M)$ oder Gebrauchsfunktion

können innerhalb des Zeichenkubus nun räumlich veranschaulicht werden:



d.h. die die monadische Funktion des Mittelbezugs bleibt auch im 3-dimensionalen Zeichenkubus 2-dimensional, während die dyadischen Funktionen der Bezeichnung, der Bedeutung und des Gebrauchs im 3-dimensionalen Zeichenkubus selber 3-dimensional werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Konstruktion dreidimensionaler Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Mehrdimensionale Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

4-dimensionale semiotische Dualsysteme

1. In Toth (2009b) wurde ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus konstruiert. Dieser Hyperkubus, der eine 4-dimensionale Erweiterung des 3-dimensionalen Zeichenkubus von Stiebing (1978) darstellt, basiert auf tetradischen Subzeichen der Form

$$4\text{-SZ} = (a.b.c.d),$$

wobei (b.c) das zwischen zwei semiotische Dimensionszahlen eingebettete 2-dimensionale dyadische Subzeichen mit $(b.c) \in \{(1.1.), (1.2), (1.3), \dots, (3.3)\}$, also der Menge der kartesischen Produkte der kleinen semiotischen Matrix, ist. 4-dimensionale Zeichenklassen werden nun aus drei tetradischen Subzeichen gemäss der folgenden Zeichendefinition

$$4\text{-ZR} = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i))$$

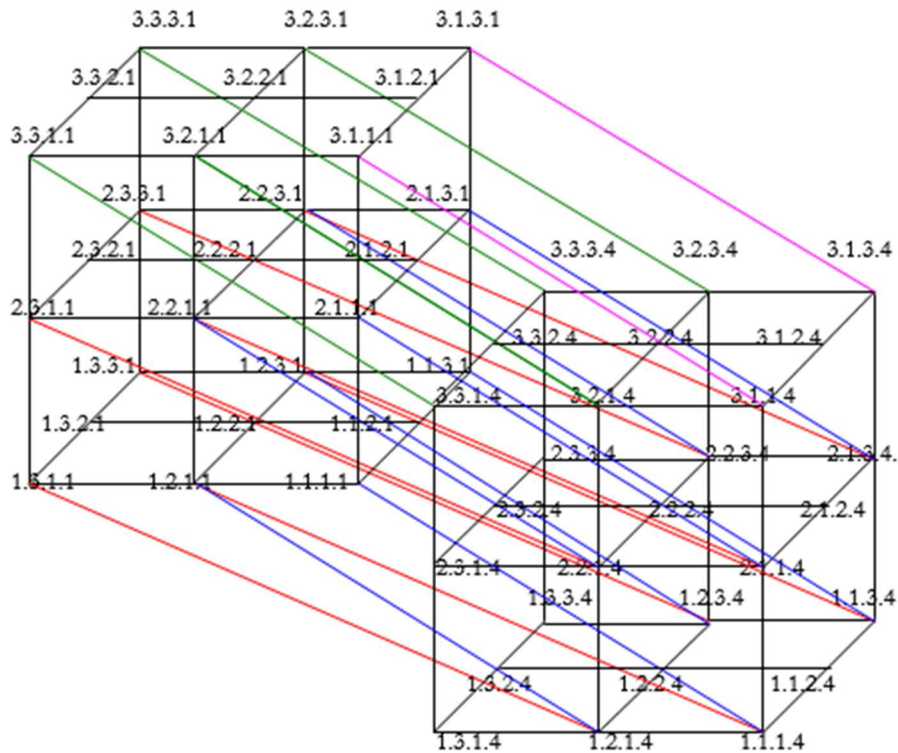
so konstruiert, dass $c = f = i$ (.4) = const. die zu allen drei übrigen semiotischen Dimensionen orthogonale 4. Dimension ist. Somit gilt: $\dim(1), \dim(2), \dim(3) \in \{1., 2., 3.\}$. Daher müssen wir zur Konstruktion 4-dimensionaler Dualsysteme nur noch festlegen (oder besser: daran erinnern), dass wie bei 3-dimensionalen triadischen Zeichenklassen gilt

$$(b \leq e \leq h).$$

Wir können also abgekürzt schreiben:

$$4\text{-ZR} = ((\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 3.a.4) (\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 2.b.4) (\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 1.c.4)),$$

Das 4-ZR entsprechende Zeichenmodell ist ein 4-dimensionaler Hyperkubus (Tesseract) als Ausschnitt eines 4-dimensionalen Zeichenraumes, auf deren x-Achse die triadischen Werte, auf deren y-Achse die trichotomischen Werte und auf deren z-Achse und w-Achse die semiotischen Dimensionszahlen liegen.



2. Damit können wir die 4-dimensionalen semiotischen Dualsysteme konstruieren:

- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.1.4) × ((4.1.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.2.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.2.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.2.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.2.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.2.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.2.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.2.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.2.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.3.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.3.3.a)).

Für a, b, c, also die semiotischen Dimensionszahlen des 3-dimensionalen euklidischen Raumes, können nach Toth (2009a)

3 homogene Permutationen aus je einer Dimensionszahl

- dim(1) = (1.3.b 1.2.d 1.1.f)
- dim(2) = (2.3.b 2.2.d 2.1.f)
- dim(3) = (3.3.b 3.2.d 3.1.f),

18 inhomogene Permutationen aus je 2 Dimensionszahlen

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| dim(1, 2) = (1.3.b 1.2.d 2.1.f) | dim(1, 3) = (3.3.b 1.2.d 1.1.f) |
| dim(1, 2) = (1.3.b 2.2.d 1.1.f) | dim(1, 3) = (3.3.b 1.2.d 3.1.f) |
| dim(1, 2) = (1.3.b 2.2.d 2.1.f) | dim(1, 3) = (3.3.b 3.2.d 1.1.f) |
| dim(1, 2) = (2.3.b 1.2.d 1.1.f) | dim(2, 3) = (2.3.b 2.2.d 3.1.f) |

dim(1, 2) = (2.3.b 1.2.d 2.1.f)
dim(1, 2) = (2.3.b 2.2.d 1.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 1.2.d 3.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 3.2.d 1.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 3.2.d 3.1.f)

dim(2, 3) = (2.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(2, 3) = (2.3.b 3.2.d 3.1.f)
dim(2, 3) = (3.3.b 2.2.d 2.1.f)
dim(2, 3) = (3.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(2, 3) = (3.3.b 2.2.d 3.1.f)

und 6 inhomogene Permutationen aus je 3 Dimensionszahlen gebildet werden:

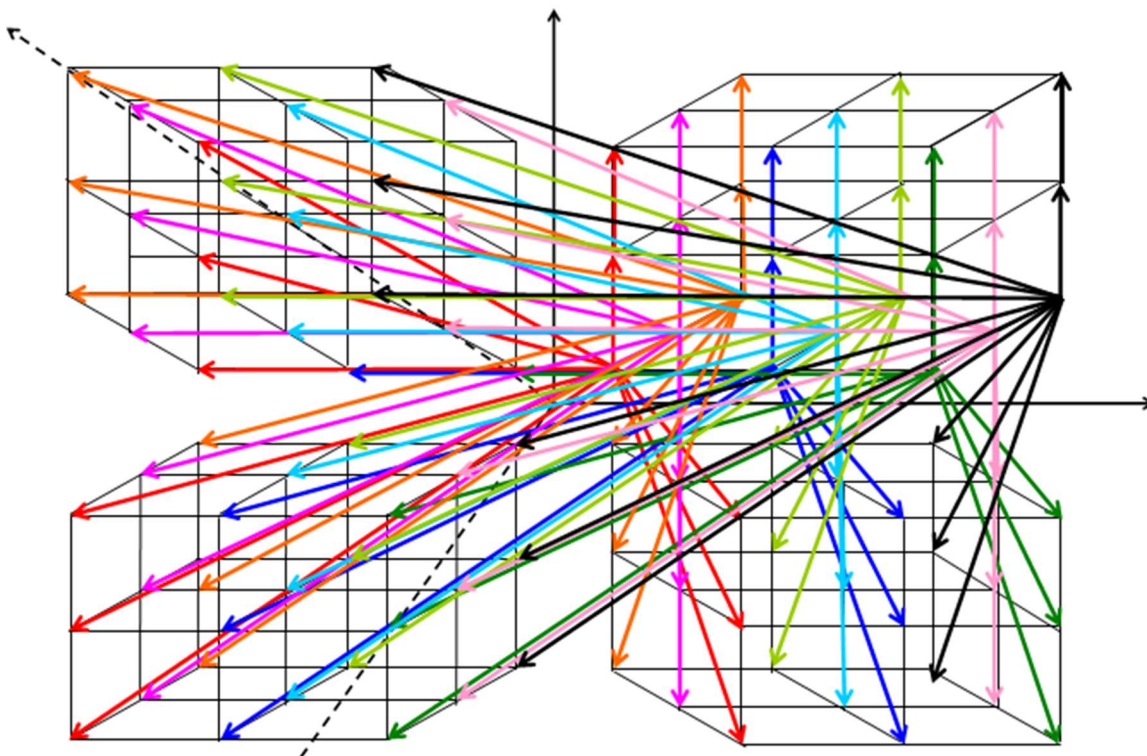
dim(1, 2, 3) = (1.3.b 2.2.d 3.1.f)
dim(1, 2, 3) = (1.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(1, 2, 3) = (2.3.b 1.2.d 3.1.f)
dim(1, 2, 3) = (2.3.b 2.2.d 1.1.f)
dim(1, 2, 3) = (3.3.b 1.2.d 2.1.f)
dim(1, 2, 3) = (3.3.b 2.2.d 1.1.f)

mit $(b \leq b \leq f)$, also 27 Permutationen für jede der 10 4-dimensionalen triadischen Zeichenklassen sowie Realitätsthematiken.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Symplerotische Determination semiotischer Dimensionszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

4-dimensionale Valenz tetradischer Subzeichen im semiotischen Hyperraum



Das obige Bild zeigt, ausgehend von den 9 Subzeichen der Zeichenfläche der 1. Dimension des rechten oberen Zeichenkubus, der also in der Fläche des kartesischen 2-dimensionalen Koordinatensystems steht, wie diese Subzeichen

1. im ersten Kubus wie in den übrigen 3 Kuben innerhalb dieser Kuben hochprojiziert werden (vgl. Stiebing 1978, S. 77; Toth 2009a);
2. mit ihren entsprechenden 3- und 4-dimensionalen Subzeichen innerhalb aller 4 Kuben zusammenhängen.

Dabei wird also nicht die Valenz jedes der 3 bzw. 9 Subzeichen pro Zeichenfläche bzw. Kubus untereinander aufgezeigt; dies wurde bereits in Toth (2009b) behandelt, sondern es wird die dimensionale Valenz dieser Subzeichen dargestellt, die eben von einer doppelten Projektion, nämlich innerhalb jedes Kubus und zwischen allen Kuben, abhängen.

Da jeder der 4 Kuben aus 2 Teilkuben zusammengesetzt ist, die ja streng genommen erst einen 3-dimensionalen Zeichenkubus ausmachen, da ein einzelner $2 \times 2 \times 2$ Kubus nur ein dyadisches Subzeichen, wiewohl auf 3 Dimensionen, aber kein 3-dimensionales triadisches vollständiges Zeichen, beschreibt, umfasst das obige Bild also die 8 Kubi eines 4-dimensionalen semiotischen Tesseraktes (vgl. Coxeter 1973, S. 123).

Bibliographie

- Coxeter, Harold S.M., Regular Polytopes. 3. Aufl. New York 1973
Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Der vollständige $4 \times 3 \times 4$ Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2009b

12-dimensionale Dualsysteme mit *scrambled dimensions*

1. In Toth (2009c) wurde von einem 12-dimensionalen semiotischen Hyperraum ausgegangen, dessen konstitutive Zeichenklassen und Realitätsthematiken permutationsinvariante Dimensionszahlen aufweisen. Wird die Permutationsinvarianz aufgehoben, folgt, dass die Dimensionszahlen unter sich sowie mit den trichotomischen Stellenwerten von n-dimensionalen Dualsystemen austauschbar werden. Obwohl bislang keine Interpretationen für diesen Austausch semiotischer Dimensionen und semiotischer Werte, und das heisst syntaktischer, semantischer und pragmatischer Werte vorliegt, sollen im folgenden die formalen Strukturen für 3- (Toth 2009a), 4- (Toth 2009b) und 12-dimensionale Dualsysteme sichtbar gemacht werden.

2. Semiotische 3-Dualsysteme

2.1. Mit *unscrambled dimension numbers*:

(a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)
 (a.3.b e.1.f c.2.d) × (b.2.c f.1.e b.3.a)
 (c.2.d a.3.b e.1.f) × (f.1.e b.3.a d.2.c)
 (c.2.d e.1.f a.3.b) × (b.3.a f.1.e d.2.c)
 (e.1.f a.3.b c.2.d) × (d.2.c b.3.a f.1.e)
 (e.1.f c.2.d a.3.b) × (b.3.a d.2.c f.1.e)

2.2. Mit *scrambled dimension numbers*:

Bei 3-Zkln gelten folgende Scrambling-Regeln:

1. $\dim(\text{Zkl}) \leftrightarrow \text{trchW}(\text{Rth})$
2. $\text{trdW}(\text{Zkl}) \leftrightarrow \text{trchW}(\text{Rth})$.

(a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)

(a.3.b c.1.d e.2.f) × (d.2.e d.1.c b.3.a)

(a.2.b c.3.d e.1.f) × (f.1.e d.3.c b.2.a)

(a.2.b c.1.d e.3.f) × (f.3.e d.1.c b.2.a)

(a.1.b c.3.d e.2.f) × (f.2.e d.3.c b.1.a)

(a.1.b c.2.d e.3.f) × (f.3.e d.2.c b.1.a)

3. Semiotische 4-Dualsysteme

3.1. Mit *unscrambled dimension numbers*

$$\begin{aligned}
 & ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) (f.e.2.d) (c.b.3.a)) \\
 & ((a.3.b.c) (g.h.1.i) (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) (i.1.h.g) (c.b.3.a)) \\
 & ((d.2.e.f) (a.3.b.c) (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) (c.b.3.a) (f.e.2.d)) \\
 & ((d.2.e.f) (g.h.1.i) (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) (i.1.h.g) (f.e.2.d)) \\
 & ((g.h.1.i) (a.3.b.c) (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) (c.b.3.a) (i.1.h.g)) \\
 & ((g.h.1.i) (d.2.e.f) (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) (f.e.2.d) (i.1.h.g))
 \end{aligned}$$

3.2. Mit *scrambled dimension numbers*:

Da es bei 4-Zkln zwei Dimensionsslots (1) und (2) gibt, gelten folgende Scrambling-Regeln:

1. $\dim(1)(Zkl) \leftrightarrow \dim(2)(Rth)$
2. $\text{trd}W(Zkl) \leftrightarrow \text{trch}W(Rth)$.

$$\begin{aligned}
 & ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) (f.e.2.d) (c.b.3.a)) \\
 & ((a.3.b.c) (g.h.1.i) (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) (i.1.h.g) (c.b.3.a)) \\
 & ((d.2.e.f) (a.3.b.c) (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) (c.b.3.a) (f.e.2.d)) \\
 & ((d.2.e.f) (g.h.1.i) (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) (i.1.h.g) (f.e.2.d)) \\
 & ((g.h.1.i) (a.3.b.c) (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) (c.b.3.a) (i.1.h.g)) \\
 & ((g.h.1.i) (d.2.e.f) (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) (f.e.2.d) (i.1.h.g))
 \end{aligned}$$

4. Semiotische 12-Dualsysteme

4.1. Mit *unscrambled dimension numbers*

$$\begin{aligned}
 & ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha)) \\
 & ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta)) \times ((\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon) (\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha)) \\
 & ((\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon)) \\
 & ((\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta)) \times ((\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha) (\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon)) \\
 & ((\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta)) \times ((\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha) (\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota)) \\
 & ((\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta)) \times ((\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\epsilon) (\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota))
 \end{aligned}$$

4.2. Mit *scrambled dimension numbers*

Da es bei 12-Zkl 4 Dimensionsslots ((1), (2)) und ((3), (4)) gibt, gelten folgende Scrambling-Regeln:

1. $\dim(1(x.y)(Zkl)) \leftrightarrow \dim(2(y.x)(Rth))$ mit $x, y \in \{\alpha, \dots, \nu\}$
2. $\text{trdW}(Zkl) \leftrightarrow \text{trchW}(Rth)$

$$((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha))$$

$$((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(1.c)\eta.\theta) (\iota.\kappa(2.b)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(b.2)\kappa.\iota) (\theta.\eta(c.1)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(a.3)\beta.\alpha))$$

$$((\alpha.\beta(2.b)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(3.a)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(c.1)\kappa.\iota) (\theta.\eta(a.3)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(b.2)\beta.\alpha))$$

$$((\alpha.\beta(2.b)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(1.c)\eta.\theta) (\iota.\kappa(3.a)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(a.3)\kappa.\iota) (\theta.\eta(c.1)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(b.2)\beta.\alpha))$$

$$((\alpha.\beta(1.c)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(3.a)\eta.\theta) (\iota.\kappa(2.b)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(b.2)\kappa.\iota) (\theta.\eta(a.3)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(c.1)\beta.\alpha))$$

$$((\alpha.\beta(1.c)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(3.a)\lambda.\mu)) \times ((\mu.\lambda(a.3)\kappa.\iota) (\theta.\eta(b.2)\zeta.\varepsilon) (\delta.\gamma(c.1)\beta.\alpha))$$

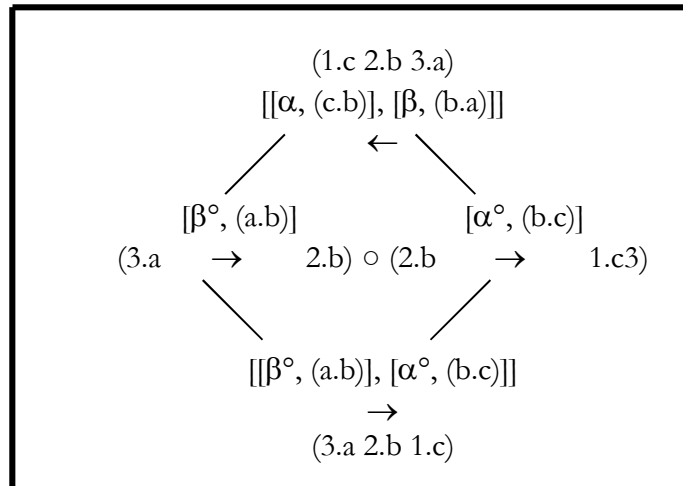
Wie man erkennt, ist *dimensional scrambling* symmetriekonservierend!

Bibliographie

- Toth, Alfred, 3-dimensionale semiotische Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum

1. Ein 2-dimensionaler semiotischer Diamant wird nach Toth (2008a, S. 32 ff.) und Toth (2008b, S. 177 ff.) wie folgt schematisiert:

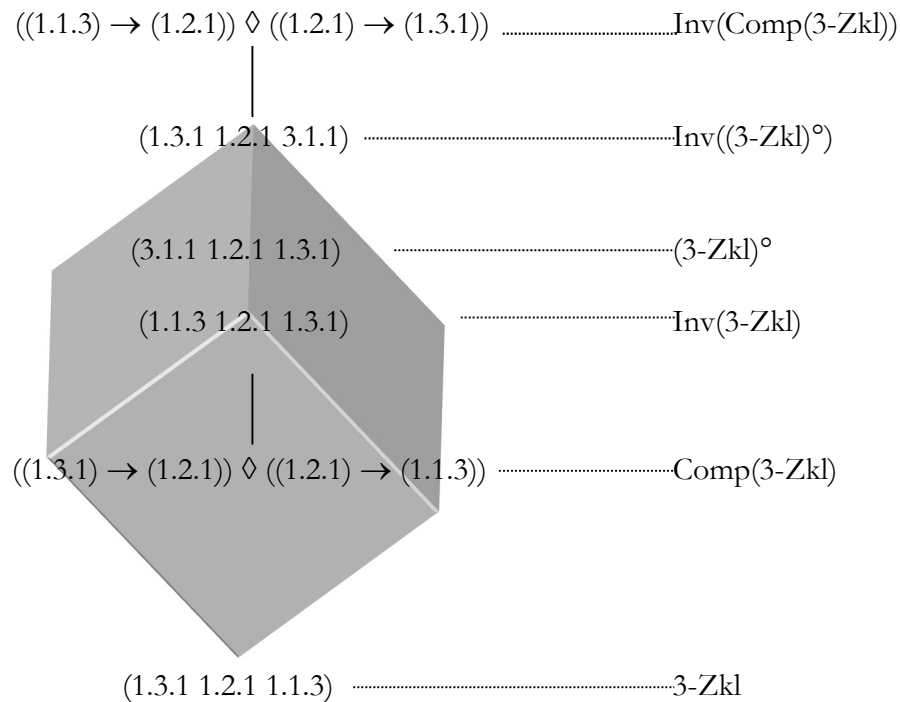


Er hat also die folgenden Komponenten:

2-Zkl: $(3.a \ 2.b \ 1.c)$
 Inv(2-Zkl): $(1.c \ 2.b \ 3.a)$
 Comp(2-Zkl): $(3.a \rightarrow 2.b) \diamond (2.b \rightarrow 1.c)$

2-dimensionale Diamanten geben also keine Auskunft über die inverse Komposition. Ferner sind sie offenbar auf Zeichenklassen oder Realitätsthematiken beschränkt, können also keine vollständigen Dualsysteme darstellen.

2. Ein 3-dimensionaler Diamant wird nach Toth (2009a) wie folgt schematisiert:



Er hat also die folgenden Komponenten:

- 3-Zkl: (a.3.b c.2.d e.1.f)
- (3-Zkl)[°]: (f.1.e d.2.c b.3.a)
- Inv(3-Zkl): (e.1.f c.2.d a.3.b)
- Inv((3-Zkl)[°]): (b.3.a d.2.c f.1.e)
- Comp(3-Zkl): (a.3.b → c.2.d) ◇ (c.2.d → e.1.f)
- Inv(Comp(4-Zkl)): (e.1.f → c.2.d) ◇ (c.2.d → a.3.b)

3-dimensionale Diamanten geben also Auskunft über die inverse Komposition und repräsentieren vollständige Dualsysteme.

3. Nun wurde allerdings in Toth (2008ba, S. 177 ff.) auch aufgezeigt, dass jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik wegen ihrer Triadizität in 6 Permutationen auftreten kann:

- (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3)
- (3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3)
- (2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2)
- (2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2)
- (1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1)
- (1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1)

Für die triadischen, tetradischen, ..., n-adischen Zeichenklassen gilt dies natürlich nur dann, wenn die Dimensionszahl als permutationsinvariant betrachtet werden. Sie sind es wohl auch, da sonst folgen würde, dass sie auch mit den triadischen Haupt- und den trichotomischen Stellenwerten austauschbar sind. Wenn wir also von der Permutationsinvarianz der semiotischen Dimensionszahlen ausgehen, bekommen wir für 3-dimensionale Zeichenklassen:

- (a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)
- (a.3.b e.1.f c.2.d) × (b.2.c f.1.e b.3.a)

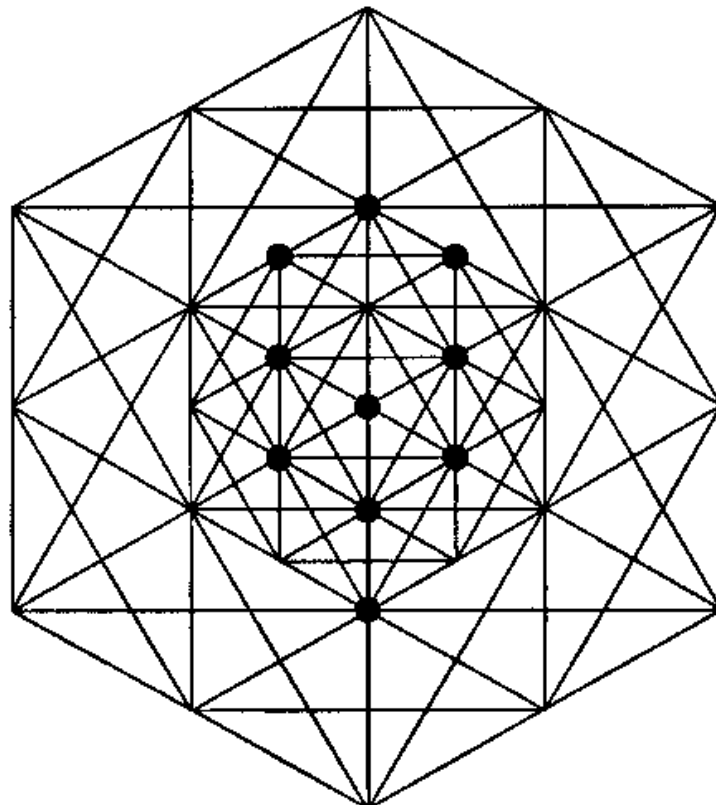
$(c.2.d \ a.3.b \ e.1.f) \times (f.1.e \ b.3.a \ d.2.c)$
 $(c.2.d \ e.1.f \ a.3.b) \times (b.3.a \ f.1.e \ d.2.c)$
 $(e.1.f \ a.3.b \ c.2.d) \times (d.2.c \ b.3.a \ f.1.e)$
 $(e.1.f \ c.2.d \ a.3.b) \times (b.3.a \ d.2.c \ f.1.e)$

und für die 4-dimensionalen Zeichenklassen:

$((a.3.b.c) \ (d.2.e.f) \ (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) \ (f.e.2.d) \ (c.b.3.a))$
 $((a.3.b.c) \ (g.h.1.i) \ (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) \ (i.1.h.g) \ (c.b.3.a))$
 $((d.2.e.f) \ (a.3.b.c) \ (g.h.1.i)) \times ((i.1.h.g) \ (c.b.3.a) \ (f.e.2.d))$
 $((d.2.e.f) \ (g.h.1.i) \ (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) \ (i.1.h.g) \ (f.e.2.d))$
 $((g.h.1.i) \ (a.3.b.c) \ (d.2.e.f)) \times ((f.e.2.d) \ (c.b.3.a) \ (i.1.h.g))$
 $((g.h.1.i) \ (d.2.e.f) \ (a.3.b.c)) \times ((c.b.3.a) \ (f.e.2.d) \ (i.1.h.g))$

Wenn man sich nun vergegenwärtigt, dass ein semiotisches System aus 6 permutierten Zeichenklassen und 6 permutierten Realitätsthematiken auch zweimal 6 Kompositionen umfasst, folgt, dass also ein vollständiges System jeder Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik 24 Komponenten für einen Diamanten enthält.

Die Frage, die sich erhebt, ist: Wie viele Dimensionen hat ein semiotischer Diamant, der aus 24 Kompositionen besteht? Wie wir gesehen haben, hat ein 2-dimensionaler Diamant 4 Komponenten und ein 3-dimensionaler Diamant 6 Komponenten. Wie man sich leicht klar macht, hat also ein 12-dimensionaler Diamant 24 Komponenten. D.h., der in Toth (2009b) eingeführte 4-dimensionale semiotische Hyperraum (Tesserakt) ist unzureichend. Eine vollständige semiotische Bestimmung jeder triadisch-trichotomischen Zeichenklasse bzw. Realitätsthematiken ist nur in einem 12-dimensionalen Hyperraum möglich.



Es ist nun interessant, dass die obige Darstellung, die eine 12-dimensionale Matrix und den kabbalistischen “Baum des Lebens” zeigt (entnommen aus: <http://zero-point.tripod.com>) ganz exakt das in diesem Aufsatz skizzierte mathematisch-semiotische Verfahren illustriert, nämlich die Erzeugung eines 12-dimensionalen Hyperraumes für jede der 10 Zeichenklassen.

Bibliographie

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, 3-dimensionale semiotische Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Chiral und nicht-chiral dimensionierte Zeichenklassen

1. In Toth (2009b) wurde darauf aufmerksam gemacht, dass die ursprünglich für 3-dimensionale Zeichenklassen reservierte Zeichenstruktur

$$\text{ZR} = (a.3.b \text{ c}.2.d \text{ e}.1.f)$$

auch für n-dimensionale Zeichenklassen mit $n > 3$ verwendet werden kann: Man braucht lediglich die Dimensionszahlen $\dim(a)$, $\dim(c)$, $\dim(e)$ entsprechend ansteigen zu lassen. Auf diese Weise erhält man aber keinen wirklichen n-dimensionalen Raum mit $n > 3$, sondern **semiotische Türme** wie den 8-dimensionalen semiotischen Turm, der in Toth (2009a) dargestellt worden war.

2. In Toth (2009b) wurde ebenfalls darauf aufmerksam gemacht, dass man jedes Subzeichen gleichzeitig in n Dimensionen plazieren kann. Dazu braucht man lediglich n Variablen von semiotischen Dimensionszahlen einzuführen, wie etwa in den folgenden Beispielen:

- (1) $\text{ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma.(e.f))$
- (2) $\text{ZR} = ((\alpha.(a.b).\beta) (\gamma.(c.d).\delta) (\varepsilon.(e.f).\zeta))$
- (3) $\text{ZR} = ((\alpha.\beta(a.b).\gamma) (\delta.\varepsilon.(c.d).\zeta) (\varepsilon.\theta(e.f).\kappa))$
- (4) $\text{ZR} = ((\alpha.\beta(a.b).\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta.(c.d).\eta.\theta) (\kappa.\lambda.(e.f).\mu.v)),$ usw.

Bei n-dimensionalen Zeichenklassen stehen dann z.B. für ungerades n an jeder der sechs möglichen Positionen $(n-3)/2$ Variablen von Dimensionszahlen. Die genaue Plazierung ist nun aber entweder unerheblich, denn statt (3) kann man etwa auch schreiben

$$(3') \quad \text{ZR} = ((\alpha.(a.b).\beta.\gamma) (\varepsilon.(c.d).\delta.\zeta) (\varepsilon(e.f).\theta.\kappa)),$$

oder aber man vereinbart, dass in einer Definition wie (3') die Chiralität von Zeichenklassen entsprechend der Chiralität von physikalischen Strings ausgedrückt werde. Ferner kann man einen relationalen Ausdruck wie $(\alpha.(a.b).\beta.\gamma)$ dahingehend interpretieren, dass $\dim(\alpha)$ die Dimension des Primzeichens (a.) des Subzeichens (a.b) angibt, während $\dim(\beta.\gamma)$ gleichzeitig die Dimension und die Chiralität des Primzeichens (.b) des Subzeichens (a.b) angibt. Auf diese Weise ergibt sich eine weitere methodische Parallele zwischen der Physik als der Wissenschaft des Stofflichen und der Semiotik als der Wissenschaft des Nichtstofflichen (vgl. Toth 2009c).

Bibliographie

- Toth, Alfred, Zeichenzahlen im 12-dimensionalen semiotischen Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Dimensionen und Tensormatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, "Semenen" als semiotische Elementar-Qualia. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Diagonalität in der 4-dimensionalen Semiotik

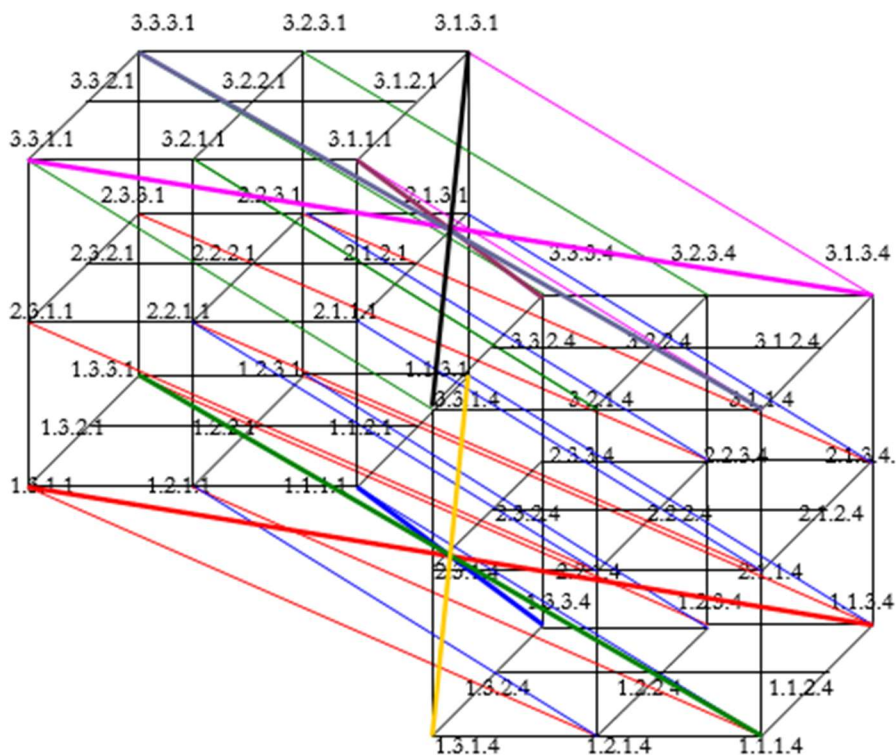
1. In Toth (2009b) wurde festgestellt, dass wir im semiotischen Hyperkubus (Toth 2009a) treppab-Bewegungen bei steigenden Dimensionen und treppauf-Bewegungen bei fallenden Dimensionen vorfinden. Die entsprechenden allgemeinen Formen der tetradischen Subzeichen der triadischen 4-Zeichenklassen sind

$$\text{SZ(link. Kub.)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{ a.b.1} \qquad \text{SZ (recht. Kub.)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{ a.b.4}$$

$$\text{SZ(link. Kub.)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{ a.b.4} \qquad \text{SZ (recht. Kub.)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \text{ a.b.1}$$

Da ferner zwischen pro- und retrosemiotischen Prozessen einerseits sowie zwischen ana- und katasemiotischen andererseits unterschieden werden kann (Toth 2009c), sind also im semiotischen Tesseract nicht nur oben und unten, sondern auch links und rechts vertauschbar. In der vorliegenden Arbeiten wollen wir die Auswirkungen dieser Eigenschaften auf die Haupt- und Nebendiagonalen der zwei 3-dimensionalen Hauptkuben untersuchen, wie sie sich uns bei der 3-dimensionalen Projektion des 4-dimensionalen semiotischen Hyperraums (neben dem Netzwerk der 6 zusätzlichen kubischen Zellen) darstellen.

2. Genauer gesagt, schauen wir uns die die 8 Ecken der beiden Kuben verbindenden Diagonalen genauer an:



- 1. $\langle (1.3.1.1), (1.1.3.4) \rangle \equiv [[id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 2. $\langle (1.1.1.1), (1.3.3.4) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 3. $\langle (1.3.3.1), (1.1.1.4) \rangle \equiv [[id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 4. $\langle (1.1.3.1), (1.3.1.4) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 5. $\langle (3.3.1.1), (3.1.3.4) \rangle \equiv [[id3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 6. $\langle (3.1.1.1), (3.3.3.4) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 7. $\langle (3.3.3.1), (3.1.1.4) \rangle \equiv [[id3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 8. $\langle (3.1.3.1), (3.3.1.4) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$

Wir erkennen also, dass drei Paare von Diagonalen bis auf den 1. Dimensionsslot identisch sind. Die Unterschiede betreffen hier also nur die pro- und retrosemiotischen Prozesse:

- 2. $\langle (1.1.1.1), (1.3.3.4) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 6. $\langle (3.1.1.1), (3.3.3.4) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 3. $\langle (1.3.3.1), (1.1.1.4) \rangle \equiv [[id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 7. $\langle (3.3.3.1), (3.1.1.4) \rangle \equiv [[id3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 4. $\langle (1.1.3.1), (1.3.1.4) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$
- 8. $\langle (3.1.3.1), (3.3.1.4) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\alpha]]$

Wenn wir nun aber die recht willkürlich gewählte Besetzung des 2. Slots statt durch $dim(4)$ mit einer anderen Dimensionszahl vertauschen, sehen wir, wie bei weiterer Konstanz des mittleren Morphismenpaares sich die ana- und katasemiotischen Prozesse verändern:

- 2. $\langle (1.1.1.1), (1.3.3.3) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta\alpha]]$
- 6. $\langle (3.1.1.1), (3.3.3.3) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta\alpha]]$
- 3. $\langle (1.3.3.1), (1.1.1.2) \rangle \equiv [[id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha]]$
- 7. $\langle (3.3.3.1), (3.1.1.2) \rangle \equiv [[id3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha]]$
- 4. $\langle (1.1.3.4), (1.3.1.1) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ e^\circ]]$
- 8. $\langle (3.1.3.4), (3.3.1.1) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ e^\circ]]$

Wiederum mit konstant gehaltenen mittleren Morphismenpaaren kann man nun sowohl die pro- und retrosemiotischen als auch die ana- und katasemiotischen Slot-Besetzungen variieren, z.B.:

- 2. $\langle (1.1.1.1), (2.3.3.2) \rangle \equiv [[\alpha], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\alpha]]$
- 6. $\langle (2.1.1.1), (1.3.3.4) \rangle \equiv [[\alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha], [e\alpha]]$
- 3. $\langle (1.3.3.2), (1.1.1.1) \rangle \equiv [[id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ]]$
- 7. $\langle (3.3.3.4), (3.1.1.1) \rangle \equiv [[id3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ e^\circ]]$
- 4. $\langle (1.1.3.4), (1.3.1.2) \rangle \equiv [[id1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ e^\circ]]$
- 8. $\langle (3.1.3.2), (3.3.1.4) \rangle \equiv [[id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [e\beta]]$

Damit können wir also im Rahmen der Möglichkeiten der 4-dimensionalen triadischen Zeichenrelation mit zwei Dimensionsslots alle möglichen Pfadverläufe ebenso wie die Positionen von Subzeichen, Zeichenklassen und Realitätsthematiken im semiotischen Hyperraum frei variieren.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Treppauf und treppab im semiotischen Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Ana- und katasemiotische Prozesse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Dimensional über- und unterbalancierte semiotische Dualsysteme

1. Wir hatten bereits in Toth (2009) gezeigt, dass in der dimensionierten Peirceschen Zeichenklasse

$$ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f) \text{ mit } a, c, e \in [1, 4] \text{ und } b, d, f \in \{.1, .2, .3\}$$

für die Summe der semiotischen Dimensionen a, c und e gilt

$$\Sigma p(x) = 6.$$

Wir sprechen also von dimensional balancierten semiotischen Dualsystemen, wenn $\Sigma p(x) = 6$, von dimensional unterbalancierten, wenn $\Sigma p(x) < 6$ und von dimensional überbalancierten, wenn $\Sigma p(x) > 6$.

2. Da das Intervall $[1, 4]$ die Elemente 1, 2, 3, 4 enthält und da in einer triadischen Zeichenrelation drei Plätze bzw. dimensionale "Slots" zu besetzen sind, bekommen wir folgende 27 Dreierkombinationen:

(1, 1, 1)	(2, 2, 2)	(3, 3, 3)	(1, 2, 3)
(1, 1, 2)	(1, 1, 3)	(2, 2, 3)	(1, 3, 2)
(1, 2, 1)	(1, 3, 1)	(2, 3, 2)	(3, 2, 1)
(2, 1, 1)	(3, 1, 1)	(3, 2, 2)	(3, 1, 2)
(2, 2, 1)	(3, 3, 1)	(3, 3, 2)	(2, 3, 1)
(2, 1, 2)	(3, 1, 3)	(3, 2, 3)	(2, 1, 3)
(1, 2, 2)	(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	

Dabei sind die folgenden 10 Kombinationen unterbalanciert:

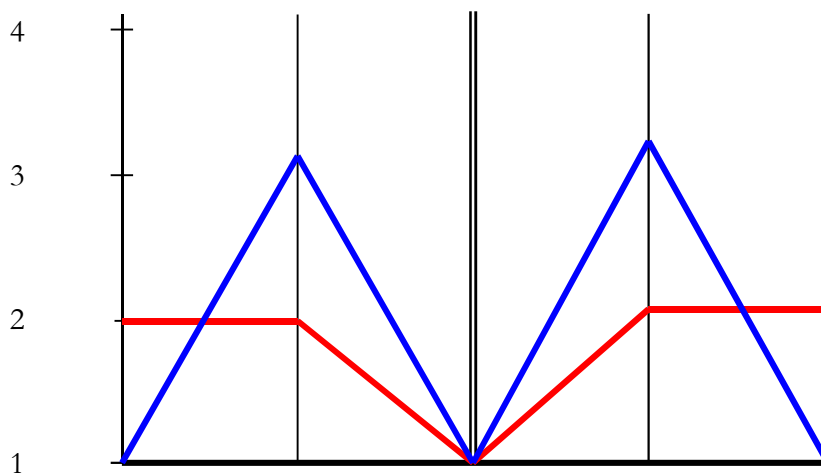
(1, 1, 1), $\Sigma p = 3$	(1, 1, 3), $\Sigma p = 5$
(1, 1, 2), $\Sigma p = 4$	(1, 3, 1), $\Sigma p = 5$
(1, 2, 1), $\Sigma p = 4$	(3, 1, 1), $\Sigma p = 5$
(2, 1, 1), $\Sigma p = 4$	
(2, 2, 1), $\Sigma p = 5$	
(2, 1, 2), $\Sigma p = 5$	
(1, 2, 2), $\Sigma p = 5$	

und die folgenden 10 überbalanciert:

(2, 2, 3), $\Sigma p = 7$	(3, 3, 3), $\Sigma p = 9$
(2, 3, 2), $\Sigma p = 7$	(3, 3, 2), $\Sigma p = 8$
(3, 2, 2), $\Sigma p = 7$	(3, 2, 3), $\Sigma p = 8$
(3, 3, 1), $\Sigma p = 7$	(2, 3, 3), $\Sigma p = 8$
(3, 1, 3), $\Sigma p = 7$	
(1, 3, 3), $\Sigma p = 7$	

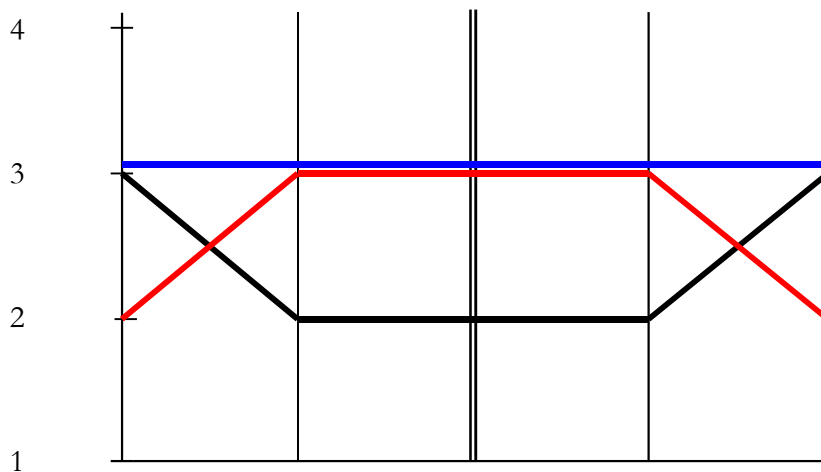
Beispiel für drei dimensional unterbalancierte Dualsysteme:

$(1,1,1)$, $(2,2,1)$, $(1,3,1)$



Beispiel für drei dimensional überbalancierte Dualsysteme:

$(3,2,2)$, $(2,3,3)$, $(3,3,3)$



3. Schauen wir uns nun die möglichen Zeichenrelationen an für $(1,1,1)$, $(2,2,1)$, $(1,3,1)$. Für $(1,1,1)$ ergeben sich z.B. folgenden Möglichkeiten:

(3.a 2.b 1.c)
(a.b 2.1 c.3)

also keinesfalls eine Zeichenklasse und nicht einmal eine Dyade. Für $(2,2,1)$ gibt es z.B.

(3.a 2.3 1.2)
(a.2 2.3 1.3)

und für $(1,3,1)$

(3.2 2.2 1.a)
(3.2 2.2 a.1)

D.h. für zwei Dyaden muss $\Sigma p \geq 5$, da für die geringste Dyade gilt: $Rpw(2.1 1.1) = 5$.

Soviel zu den unterbalancierten. Bei den überbalancierten haben wir: **(3,2,2)**, **(2,3,3)**, **(3,3,3)**. Für (3,2,2) ergeben sich z.B.

(3.1 2.3 1.3), Überschuss: 1 W,

für (2,3,3)

(3.1 2.2 1.3), Überschuss: 1 M, 1 W

für (3,3,3):

(3.2 2.3 1.3), Überschuss: 1 W, 2 M

Wenn man, wie in Toth (2009), Überbalanciertheit als Repräsentationsüberschuss und damit als Überrepräsentiertheit und entsprechend Unterbalanciertheit als Unterrepräsentiertheit interpretiert, kann man in der dimensional Überbalanciertheit von Zeichenrelationen das semiotische Pendant zur logischen Subjektivität sehen, die nicht auf Objektivität abgebildet werden kann und daher als "Gespenst" ihr Dasein fristen muss (Günther 1980, S. 230 f.; 2000, S. 208). Unterbalanciertheit würde dann bedeuten, dass Objektivität nicht auf Subjektivität abgebildet werden kann, das heisst, dass es Teile der objektiven Welt gibt, die nicht durch ein Subjekt wahrnehmbar sind. Dieser letztere Fall ist polykontextural nicht erreichbar.

Bibliographie

- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980
Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000
Toth, Alfred, Repräsentationsüberschuss. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Dimensionsübergänge als Kontextur- übergänge

1. Dem Peirceschen Zeichen $ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ ist das bezeichnete Objekt transzendent. Es ist von ihm durch eine sogenannte Kontexturgrenze getrennt wie die Glieder der übrigen Dichotomien (Subjekt/Objekt, Negation/Position, Diesseits/Jenseits, usw.). Hebt man diese Kontexturengrenzen auf, so werden die Glieder der Dichotomien austauschbar, und die fundamentalen logischen Gesetze (Prinzip der doppelten Negation, Identitätssatz, Prinzip des ausgeschlossenen Dritten, Prinzip vom transzendentalen Grund) werden aufgehoben. In der Logik hat dies zur Folge, dass die zweiwertige aristotelische Logik durch eine mehrwertige Logik Güntherscher Art ersetzt werden muss, eine sogenannte poly-kontexturale Logik, welche Platz für mehr als eine Kontextur hat (vgl. Günther 1976-80). In der Semiotik hat die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt und die Einbettung des Objektes in die Zeichenrelation zur Folge, dass die triadisch-trichotomische Peircesche Zeichenrelation durch eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation mit ganz verschiedenen mathematischen Eigenschaften ersetzt werden muss (vgl. Toth 2008). Wie allerdings die klassische zweiwertige Logik als Fragment in der polykontexturalen Logik erhalten bleibt, bleibt auch die klassische monokontexturale Semiotik in der polykontexturalen Semiotik erhalten.

2. In Toth (2009) wurden negative semiotische Dimensionen eingeführt. Wie gezeigt, ist es hierzu nötig, die dimensionierte Peircesche Zeichenrelation mit eingebettetem kategorialen Objekt

$$ZR^* = (a.3.b\ c.2.d\ e.1.f\ g.0.h)$$

zu parametrisieren:

$$ZR^{+*} = ((\pm a.\pm 3.\pm b)\ (\pm c.\pm 2.\pm d)\ (\pm e.\pm 1.\pm f)\ (\pm g.\pm 0.\pm h))$$

mit $a, c, e, g \in [1, 5]$ und $b, d, f, h \in \{.1, .2, .3\}$.

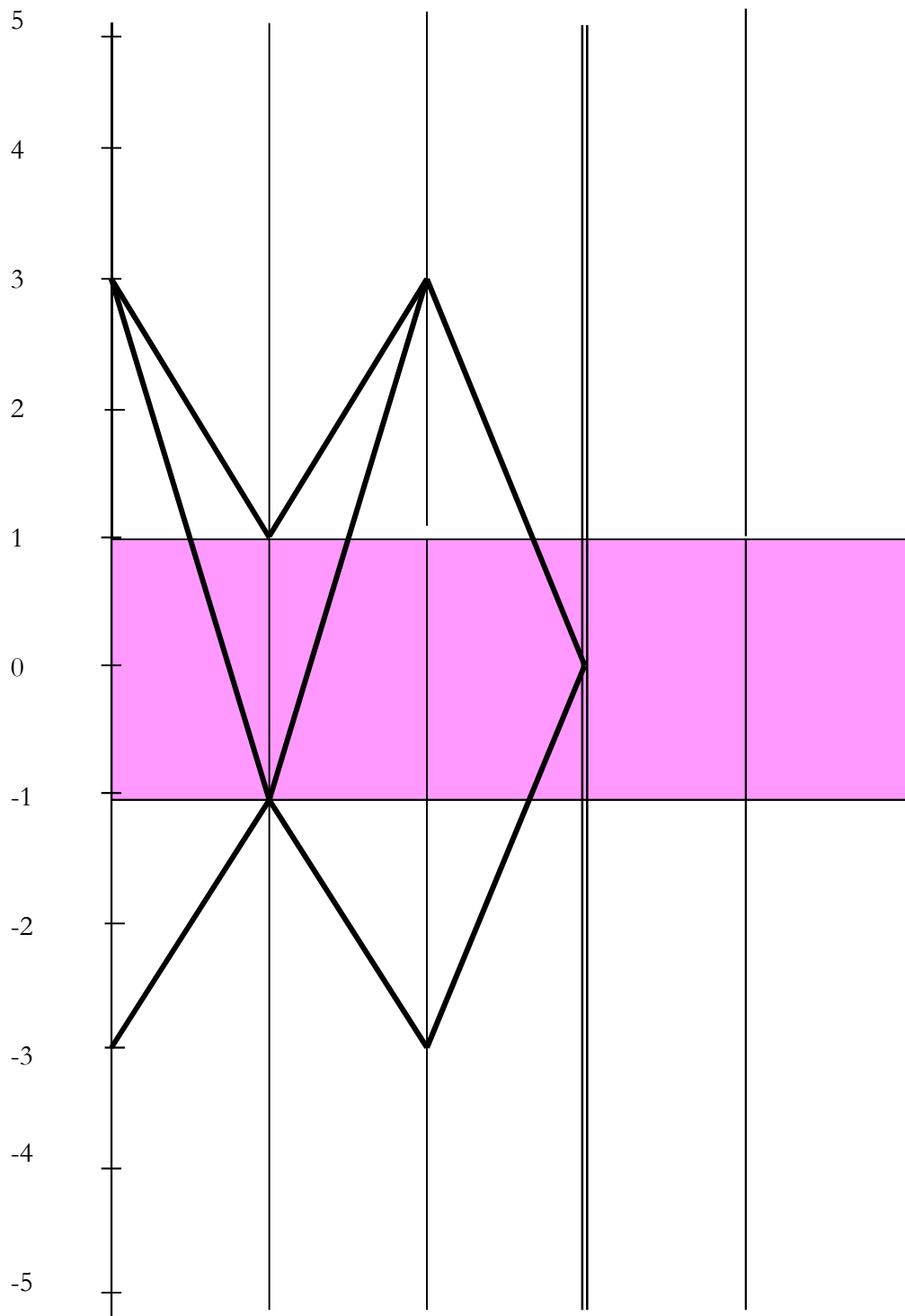
Nehmen wir als Beispiel die drei Zeichenrelationen

$$ZR^{+*} = ((\pm 3.\pm 3.\pm 1)\ (\pm 1.\pm 2.\pm 1)\ (\pm 3.\pm 1.\pm 3)\ (0.\pm 0.\pm 3))$$

$$ZR^{+*} = ((-3.\pm 3.\pm 1)\ (-1.\pm 2.\pm 1)\ (-3.\pm 1.\pm 3)\ (0.\pm 0.\pm 3))$$

$$ZR^{+*} = ((\pm 3.\pm 3.\pm 1)\ (-1.\pm 2.\pm 1)\ (\pm 3.\pm 1.\pm 3)\ (0.\pm 0.\pm 3))$$

und zeichnen sie in den folgenden Graphen ein:



so zeigt sich, dass die Funktionsgraphen aller drei Zeichenklassen in der semiotischen Kontextur des Nichts enden und dass der Funktionsgraph der Zeichenklasse $ZR+* = ((\pm 3, \pm 3, \pm 1) (-1, \pm 2, \pm 1) (\pm 3, \pm 1, \pm 3) (0, \pm 0, \pm 3))$ zweimal die Kontexturgrenze zwischen den weissen Kontexturbereichen und dem lila eingefärbten Kontexturbereich des kategorialen Objekts überschreitet, bevor auch er in der Nullheit endigt.

In Übereinstimmung mit Toth (2009) können wir also Bedingungen dafür, dass der Funktionsgraph einer Zeichenklasse

$$ZR+* = ((\pm a, \pm 3, \pm b) (\pm c, \pm 2, \pm d) (\pm e, \pm 1, \pm f) (\pm g, \pm 0, \pm h))$$

semiotische Kontexturgrenzen überschreitet, bevor er im nullheitlichen Bereich des kategorialen Objektes endet, wie folgt formulieren:

1. $a, \dots, g \in \{1, 4\}$ oder $\in \{1, 2, 3\}$ mit $p(a), \dots, p(g)$ und $\sum p = 6$. (Diese für Zeichenklassen ohne eingebettetes Objekt aufgestellte Forderung gilt auch für ZR^{+*} , da $g = 0$.)
2. $P(1, 4) = \{(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)\}$
 $P(2) = \{(2, 2, 2)\}$
 $P(1, 2, 3) = \{(123), (321), (132), (231), (213), (312)\}$
3. Mindestens zwei der Dimensionszahlen a, c, e müssen verschieden parametrisiert sein ($g = 0$).

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Negative fraktale semiotische Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Distribution der 4. semiotischen Dimension in hyperkubischen Zeichenklassen

1. In Toth (2009) wurden 6 Haupt-Distributionstypen von hyperkubischen Zeichenklassen eingeführt, bei denen eine oder beide Slot-Stellen für semiotische Dimensionszahlen entweder durch die triadischen Haupt- oder die trichotomischen Stellenwerte oder beide determiniert sind:

1. (3.3.a.3 2.2.b.2 1.1.c.1)

2. a) (3.3.a.b 2.2.c.d 1.1.e.f)

2. b) (a.3.b.3 c.2.d.2 3.1.e.1)

3. (a.3.a.a b.2.b.b c.1.c.c)

4. a) (a.3.a.b c.2.c.d e.1.e.f)

4. b) (a.3.b.b c.2.d.d e.1.f.f)

5. (3.3.a.a 2.2.b.b 1.1.c.c)

6. (a.3.a.3 b.2.b.2 c.1.c.1)

Wegen ihrer funktionalen Abhängigkeit können allerdings die Variablen a, ..., f in den obigen Haupttypen nur Werte der Menge $\{1, 2, 3\}$ annehmen. Daraus folgt aber, dass der Wert $\dim(4)$ die Positionen sämtlicher Variablen in den obigen Haupttypen einnehmen kann. Wir wollen dies anhand der pro Typ möglichen Zeichenklassen aufzeigen.

2.1. (3.3.a.3 2.2.b.2 1.1.c.1). Da die Dimensionsslots vollständig determiniert sind, gibt es wegen $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und $a \leq b \leq c$ nur 10 Zeichenklassen.

2.2.a 4-Zkl = (3.3.a.b 2.2.c.d 1.1.e.f). Wegen $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$ und $a \leq c \leq e$ gibt es 10 Zeichenklassen. Wegen $b, d, f \in \{1, 2, 3, 4\}$ ohne Inklusionsbeschränkung gibt es also für jede der 10 Zeichenklassen 81 Zeichenklassen in 4 Dimensionen.

2.2.b 4-Zkl = (a.3.b.3 c.2.d.2 e.1.e.1)

Da $a, c, e \in \{1, 2, 3, 4\}$, sind für jede der 10 Zkln 4 homogene sowie $24 + 6 + 2 = 32$ heterogene, total also 36 Kombinationen in 4 Dimensionen möglich.

2.3. 4-Zkl = (a.3.a.a b.2.b.b c.1.c.c)

Da die Dimensionsslots vollständig determiniert sind, gibt es wegen $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und $a \leq b \leq c$ nur 10 Zeichenklassen (vgl. 2.1.).

2.4.a 4-Zkl = (a.3.a.b c.2.c.d e.1.e.f)

Die ersten Dimensionsslots (a, c, e) sind wegen $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$ vollständig determiniert. Aus dem gleichen Grunde gibt es auch 10 Zeichenklassen. Da nun $b, d, e \in \{1, 2, 3, 4\}$, gibt es 81 Kombinationen pro Zeichenklasse.

2.4.b 4-Zkl = (a.3.b.b c.2.d.d e.1.f.f)

Die zweiten Dimensionsslots (b, d, f) sind wegen $b, d, f \in \{1, 2, 3\}$ vollständig determiniert. Aus dem gleichen Grunde gibt es wie schon bei 2.4.a 10 Zeichenklassen. Da nun $a, c, e \in \{1, 2, 3, 4\}$, gibt es ebenfalls 81 Kombinationen pro Zeichenklasse.

$$2.5. 4\text{-Zkl} = (3.3.a.a \ 2.2.b.b \ 1.1.c.c)$$

Hier sind beide Dimensionsslots vollständig determiniert durch Elemente aus der Menge $\{1, 2, 3\}$. Es gibt also genau 10 Zeichenklassen.

$$2.6. 4\text{-Zkl} = (a.3.a.3 \ b.2.b.2 \ c.1.c.1)$$

Da der erste Dimensionsslot durch den jeweiligen triadischen Hauptwert, d.h. durch Elemente aus der Menge $\{1, 2, 3\}$ determiniert ist, ergeben sich auch hier genau 10 Zeichenklassen.

3. Bei adhärenthen, d.h. allen nicht-inhärenthen, Zeichenklassen gehen wir natürlich aus von der allgemeinen Form 4-dimensionaler triadischer Zeichenklassen

$$4\text{-ZR} = (a.3.b.c \ d.2.e.f \ g.1.h.i)$$

Wenn also sowohl die Dimensionszahlen des ersten Slots (a, d, g) als auch diejenigen des zweiten Slots (c, f, i) einerseits nicht funktional abhängig sind entweder von der Triade oder/und von der Trichotomie, und d.h. $a, \dots, i \in \{1, 2, 3, 4\}$, und andererseits wie üblich für die Trichotomien gilt: $b, e, h \in \{.1, .2, .3\}$ mit $b \leq g \leq h$, dann gibt es also 10 Zeichenklassen, und für jede von ihnen $6^4 = 1'296$ Kombinationen in 4 Dimensionen.

Bibliographie

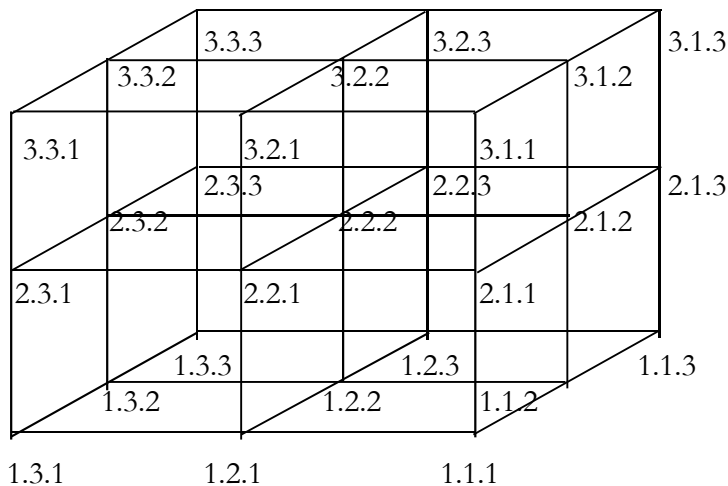
Toth, Alfred, Inhärenthe Dualsysteme im semiotischen Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Dreidimensionale Primzeichen

1. Nach Hans Michael Stiebings Vorschlag (1978, S. 77) kann man einen dreidimensionalen semiotischen Raum als dreifaches kartesisches Produkt der Menge der Primzeichen $PZ = \{1, 2, 3\}$ mit sich selbst definieren;

$$3\text{-sR} = \{1, 2, 3\}^3,$$

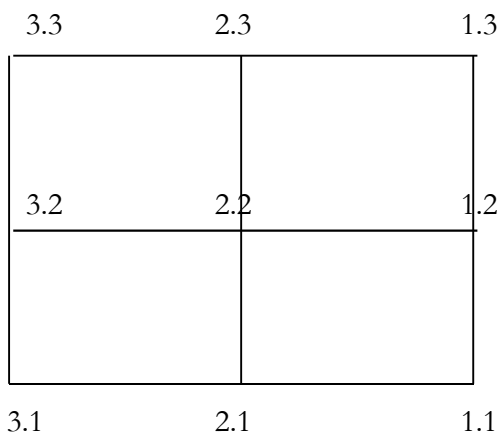
so dass also die Punkte des Kubus je durch ein Zahlentripel (x, y, z) mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ gekennzeichnet sind:



Die Punkte dieses 3-stelligen Simplex sind also dreistellige Primzeichen der Form

$$PZ = (a.b.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\},$$

deren a-Wert jeweils die Dimension angibt, denn wir gehen aus von der folgenden zweidimensionalen Zeichenebene



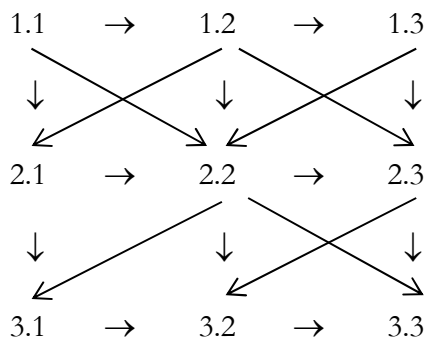
und projizieren diese Ebene mit steigendem $a = 1$, $a = 2$ und $a = 3$ auf drei Dimensionen. Z.B. bedeutet also (1.2.1) ein eindimensionales Icon, (2.3.2) einen zweidimensionalen Dicot und (3.1.3) ein dreidimensionales Legizeichen. (1.1.3) unterscheidet sich also von (1.3) dadurch, dass (1.1.3) sich mit Subzeichen anderer Dimensionen zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation

kombinieren lässt, was für (1.3) nicht der Fall ist. Man geht daher am besten aus von der folgenden dreidimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$3\text{-ZR} = (a.3.b \ c.2.d \ e.3.f) \text{ mit } a, \dots, f \in \{1, 2, 3\},$$

wobei also der pro Partialrelation erste Wert, d.h. a, c, e die Dimension, die Werte 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und b, e, f die trichotomischen Stellenwerte bezeichnet.

2. Wenn wir nun zuerst die Vorgänger- und Nachfolger der zweidimensionalen Primzeichen der Form (3.a), (2.b), (1.c) mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ in der oben abgebildeten Zeichenebene bestimmen, bekommen wir (vgl. Toth 2008, S. 154):



$V(1.1) = 0, N(1.1) = 3$	$V(2.1) = 2, N(2.1) = 3$	$V(3.1) = 2, N(3.1) = 1$
$V(1.2) = 3, N(1.2) = 4$	$V(2.2) = 4, N(2.2) = 4$	$V(3.2) = 3, N(3.2) = 1$
$V(1.3) = 3, N(1.3) = 2$	$V(2.3) = 3, N(2.3) = 2$	$V(3.3) = 3, N(3.3) = 0$

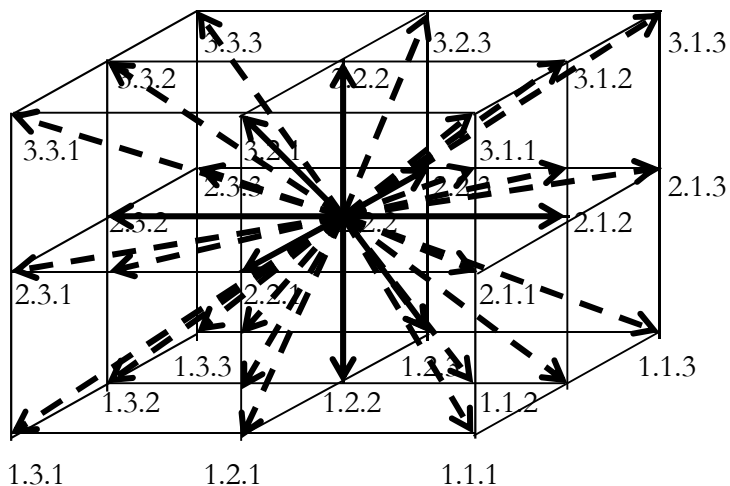
3. Ein beträchtlich komplizierteres System von Vorgängern und Nachfolgern ergibt sich bei dreidimensionalen Primzeichen. Abstrakt ausgedrückt kann ein Primzeichen die folgende maximale Menge von Nachfolgern (bzw., durch Vertauschung von + mit -, Vorgängern) haben:

$$N_{\max}(\text{PZ}) = N_{\max}(a.b.c) = \{(a+1.b.c), (a.b+1.c), (a.b.c+1), (a+2.b.c), (a.b+2.c), (a.b.c+2), (a+1.b+1.c), (a+1.b.c+1), (a.b+1.c+1), (a+1.b+2.c), (a+1.b.c+2), (a.b+2.c+2)\}$$

Die minimale Menge von Nachfolgern (bzw., praemissis praemittendis, Vorgängern) ist danach

$$N_{\min}(\text{PZ}) = \{(a+1.b.c) \vee (a.b+1.c) \vee (a.b.c+1)\}$$

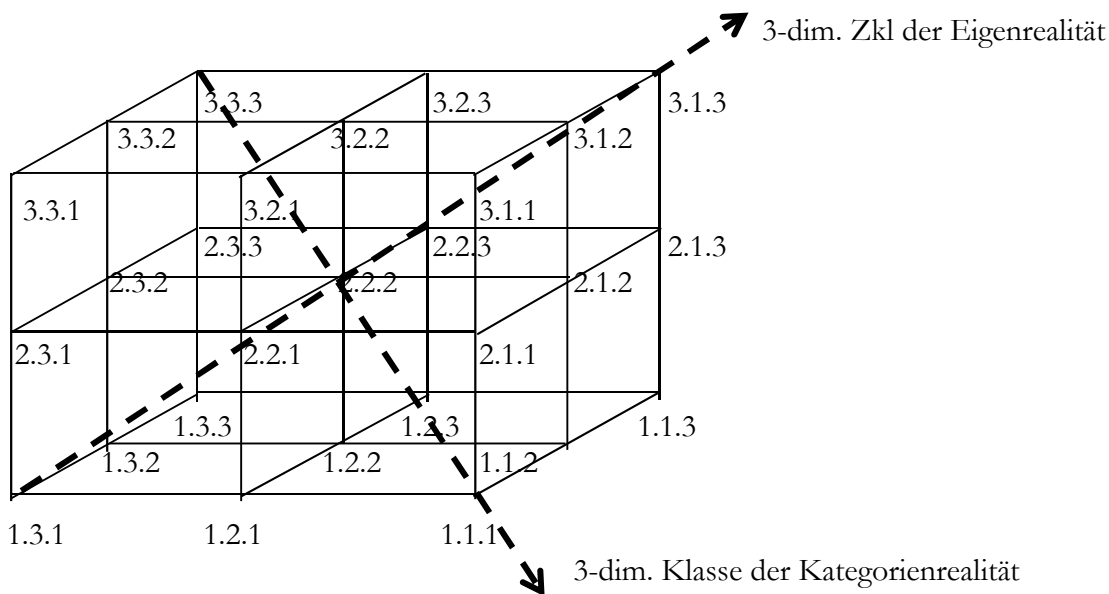
Nehmen wir als Beispiel die Anzahl der Vorgänger und Nachfolger von (2.2.2):



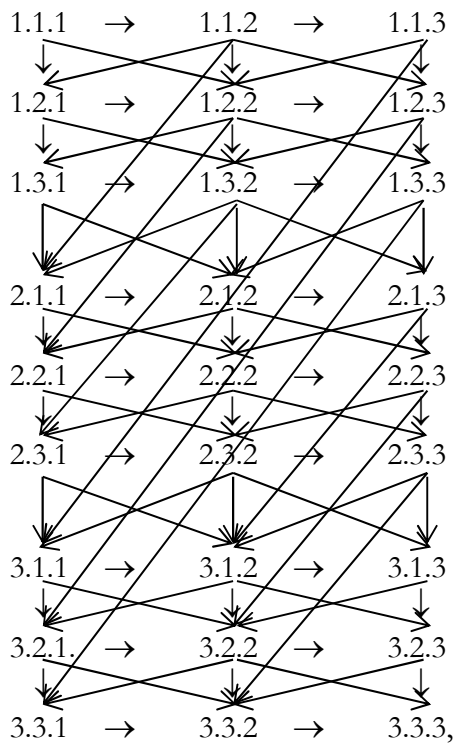
Wenn wir nur solche Nachfolger zulassen, welche durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, hat (2.2.2) also die folgenden 6 Nachfolger:

$$N(2.2.2) = \{(1.2.2), (3.2.2), (2.3.2), (2.1.2), (2.2.1), (2.2.3)\},$$

deren Kanten im Bild ausgezogen sind. Wenn wir aber auch solche Nachfolger zulassen, welche nicht direkt durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, dann ist (2.2.2), da er der zentrale Gitterpunkt des Kubus ist, mit allen 27 Punkten verbunden. Dieses Verfahren lässt sich dadurch legitimieren, dass der zweidimensionale Index (2.2) ja der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Zeichenebene, d.h. der eigenrealen (3.1 2.2 1.3) und der kategorienrealen (3.3. 2.2 1.1) Zeichenklasse ist. Entsprechende Verhältnisse finden sich nun auch im dreidimensionalen Zeichenraum:



Wenn man den Kubus auf zwei Dimensionen zurückprojiziert, ergibt sich folgendes interessantes System von Vorgängern und Nachfolgern:



wobei die hier zu Spalten linearisierten Folgen dreidimensionaler Primzeichen also sowohl die horizontalen wie die vertikalen Nachfolger (bzw. Vorgänger) des Zeichenkubus enthalten. Dreidimensionale Primzeichen haben also drei Haupttypen von Nachfolgern: 1. dimensionale Nachfolger, 2. triadische Nachfolger, 3. trichotomische Nachfolger.

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Die Einbettung kategorialer Objekte in die 12-dimensionale Zeichenrelation

1. Das allgemeine Schema einer 12-dimensionalen Zeichenklasse

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \text{ mit } \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}$$

teilt einen Fundamentaldefekt mit der in sie eingebetteten Peirceschen Zeichenklasse

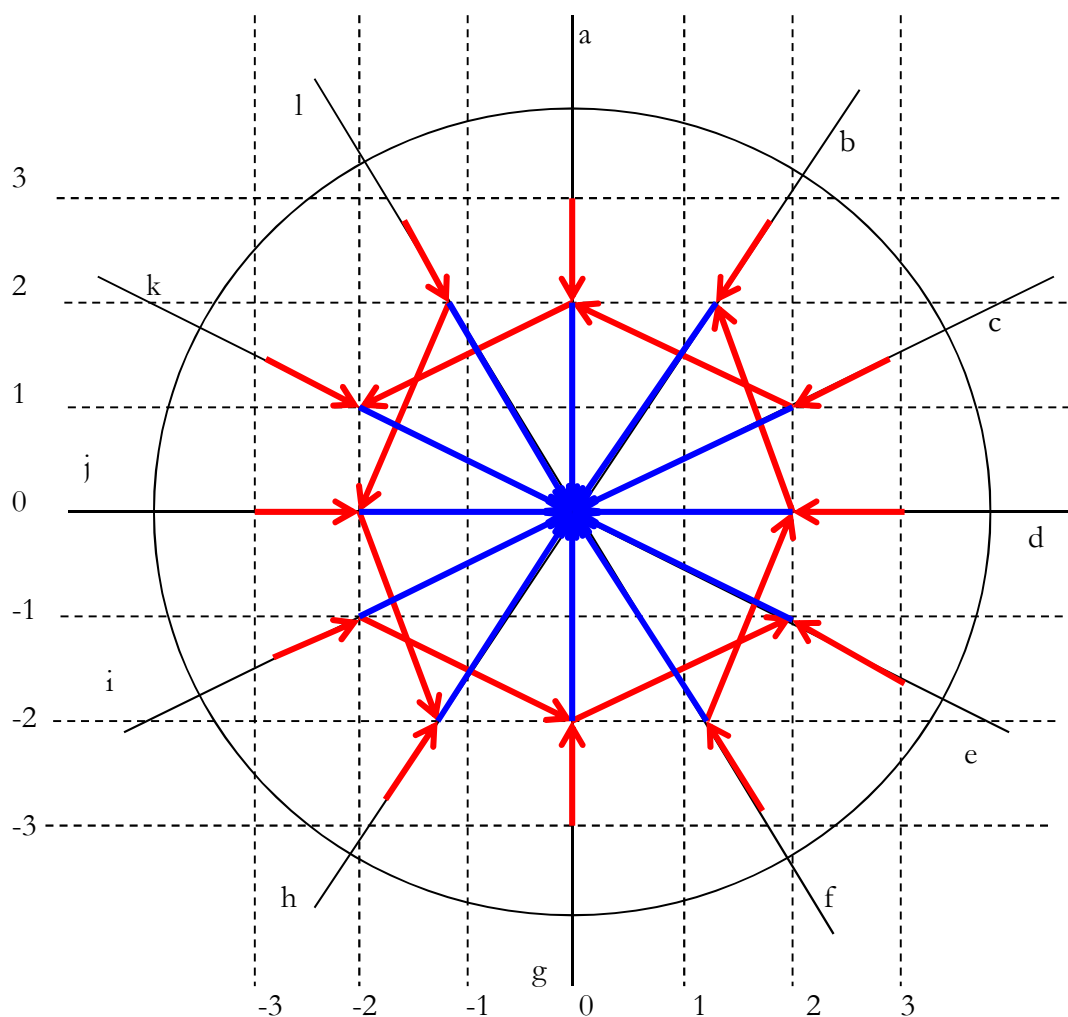
$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c),$$

dass nämlich das bei der Semiose zum Zeichen erklärte Objekt nicht als kategoriales Objekt in die Zeichenrelation eingebettet ist, d.h. dass die Kontexturgrenze zwischen dem Zeichen als "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) und dem Objekt selbst nicht aufgehoben ist. Versuche, dies formal zu bewerkstelligen, gab es einige: Nach Vorarbeiten von Bense selbst (1975, S. 45 f., 65 f.), der zwischen Kategorial- und Relationalzahlen unterschied und dem semiotischen Raum einen "ontischen Raum" mit der Kategorialzahl $k = 0$ gegenüberstellte, über Stiebing (1981, 1984), der explizit eine Kategorie der Nullheit annahm, dann über die trichotomische Bestimmung der Nullheit als "Sekanz" (0.1), "Semanz" (0.2) und "Selektanz" (0.3) bei Götz (1982, S. 4, 28) bis hin zu Toth (2008), wo der Aufbau einer tetradischen polykontexturalen Zeichenrelation

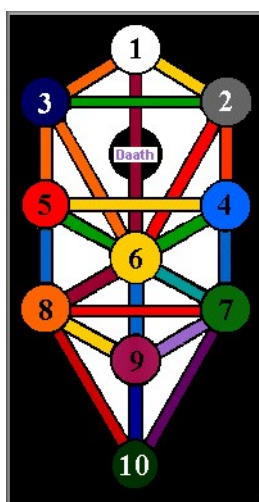
$$2\text{-ZR}^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

aus der Peirceschen Zeichenrelation 2-ZR in grosser Ausführlichkeit dargestellt wird.

2. Werfen wir nun einen Blick auf das in Toth (2009a) eingeführte projektive Modell zur Visualisierung der 12 semiotischen Dimensionen. Wir erkennen, dass die dyadischen Teilgraphen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), d.h. $(3.1 \Rightarrow (2.1 \Rightarrow 1.3))$ so auf den 12 Dimensionsachsen liegen, dass sie alle im absoluten Nullpunkt konvergieren.:

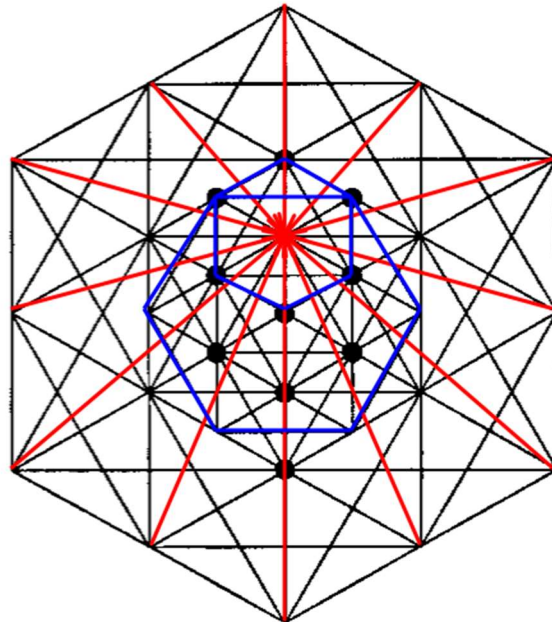


In diesem absoluten Nullpunkt, in dem alle Dimensionsachsen konvergieren, liegt nach einer kabbalistischen Interpretation der Tod. Das folgende Bild zeigt die 10 Sefiroth, verbunden durch die 22 "Wahren Wege" bzw. Grossen Arkanen des Tarot, die den qualitativen Zahl-Zeichen (othioth) des Aleph-Beth entsprechen (vgl. Müller 1998, S. 48):



Tatsächlich wird, wie im folgenden Graphen gezeigt, diese Ecke durch die Verbindungskanten aller übrigen Ecken des 10-EckGraphen gebildet, ist aber selber dort nicht als Ecke definiert, sondern bildet die zentrale Ecke eines Hexagons, von dem ein Pentagon selbst Teilgraph eines grösseren

Hexagons ist, das in der Interpretation von Toth (2009b) die 6 Permutationen jeder triadischen Zeichenklasse repräsentiert, während das 10-Eck der Repräsentant der 10 Peircseschen Zeichenklassen ist, die in diesem Graphen damit in ein 12-Eck eingebettet sind, das als 12-dimensionaler semiotischer Graph interpretiert werden kann:



3. Wie auch immer man diesen “Nullpunkt” bzw. Schnittpunkt von Kanten, der selbst nicht als Ecke des betreffenden Graphen definiert ist, interpretiert, er repräsentiert semiotisch eine Transzendenz, die sämtlichen 12 Dimensionen $\dim(x)$ mit $x \in \{-1, 0, 1\}$ gemeinsam ist, und da es sich bei 12-ZR um eine triadische Zeichenrelation handelt, kann sich diese Transzendenz nur auf die Objekttranszendenz des Zeichens beziehen (vgl. Kronthaler 1992, S. 292). Definiert man also diesen Nullpunkt bzw. Kantenschnittpunkt selbst als Ecke, dann wird graphisch der Kontexturabbruch zwischen dem Zeichen als Metaobjekt und seinem Objekt, das durch das Zeichen substituiert bzw. (im Falle natürlicher Zeichen) interpretiert wird, überbrückt. D.h. aber, wir gelangen so zu einer polykontextural erweiterten 12-dimensionalen Zeichenrelation, die wir wie folgt definieren können:

$$12\text{-ZR}^* = ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (i.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (v.\xi(0.d)o.\pi)) \text{ mit } \alpha, \dots, \pi \in \{-1, 0, -1\}$$

Die Frage, die sich allerdings erhebt, ist ob die Wertemenge $\{-1, 0, 1\}$ auch für $(v.\xi(0.d)o.\pi)$ zutrifft. Da in Toth (2008) die semiotischen Trichotomien (1.1, 1.2, 1.3), (2.1, 2.2, 2.3), (3.1, 3.2, 3.3) durch kategoriale Mitführung sowie Vererbung aus der präsemiotischen Trichotomie (0.1, 0.2, 0.3) erklärt wurde, ergibt sich keine Veranlassung zur Annahme, dass in $(v.\xi(0.d)o.\pi)$ $v, \xi, o, \pi < 1$. Falls diese Annahme korrekt ist, folgt allerdings, dass $v, \xi, o, \pi > 0 = 0$, so dass sich 12-ZR* präziser wie folgt definieren lässt:

$$12\text{-ZR}^* = ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (i.\kappa(1.c)\lambda.\mu) (0.0(0.d)0.0)) \\ \text{mit } \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}, a, \dots, d \in \{.1, .2, .3\} \text{ sowie } (a \geq b \geq c \geq d),$$

d.h. das kategoriale Objekt, das in 12-ZR eingebettet wird, kann nur im Nullpunkt der Transzendenz der Zeichenrelation gegenüber dem von ihm substituierten bzw. interpretierten Objekt verbleiben, d.h. in der Dimension 0, die selbst den ontologischen Raum zusammen mit der Kategoriaalzahl $k = 0$ charakterisiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kronthaler, Engelbert, Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Müller, Ernst (Hrsg.), Der Sohar. München 1998

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die fraktalen Dimensionsgraphen der semiotischen Dualsysteme

1. In Toth (2009a, b) wurden die fraktalen Eigendimensionen der semiotischen Dualsysteme bestimmt. Diese verändern sich also nicht bei der Dualisation einer Zeichenklasse oder einer Realitätsthematik:

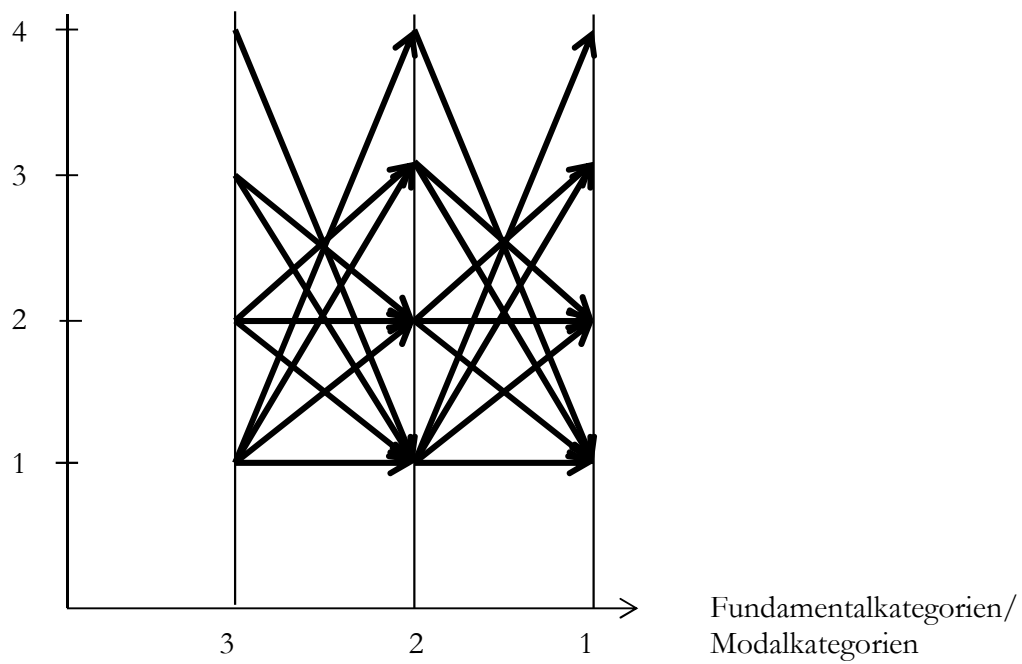
1. ((1/6) 3.1 (1/6) 2.1 (4/6) 1.1) × ((4/6) 1.1 (1/6) 1.2 (1/6) 1.3)
2. ((1/6) 3.1 (2/6) 2.1 (3/6) 1.2) × ((3/6) 2.1 (2/6) 1.2 (1/6) 1.3)
3. ((2/6) 3.1 (1/6) 2.1 (3/6) 1.3) × ((3/6) 3.1 (1/6) 1.2 (2/6) 1.3)
4. ((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 1.2) × ((2/6) 2.1 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3)
5. ((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3) × ((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3)
6. ((3/6) 3.1 (1/6) 2.3 (2/6) 1.3) × ((2/6) 3.1 (1/6) 3.2 (3/6) 1.3)
7. ((1/6) 3.2 (4/6) 2.2 (1/6) 1.2) × ((1/6) 2.1 (4/6) 2.2 (1/6) 2.3)
8. ((2/6) 3.2 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3) × ((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 2.3)
9. ((3/6) 3.2 (2/6) 2.3 (1/6) 1.3) × ((1/6) 3.1 (2/6) 3.2 (3/6) 2.3)
10. ((4/6) 3.3 (1/6) 2.3 (1/6) 1.3) × ((1/6) 3.1 (1/6) 3.2 (4/6) 3.3)

Wenn man sich bewusst ist, dass es sich bei den Dimensionszahlen um Sechstel handelt, kann man die 10 Dualsysteme abgekürzt wie folgt notieren:

1. (1.3.1 1.2.1 4.1.1) × (4.1.1 1.1.2 1.1.3)
2. (1.3.1 2.2.1 3.1.2) × (3.2.1 2.1.2 1.1.3)
3. (2.3.1 1.2.1 3.1.3) × (3.3.1 1.1.2 2.1.3)
4. (1.3.1 3.2.2 2.1.2) × (2.2.1 3.2.2 1.1.3)
5. (2.3.1 2.2.2 2.1.3) × (2.3.1 2.2.2 2.1.3)
6. (3.3.1 1.2.3 2.1.3) × (2.3.1 1.3.2 3.1.3)
7. (1.3.2 4.2.2 1.1.2) × (1.2.1 4.2.2 1.2.3)
8. (2.3.2 3.2.2 1.1.3) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
9. (3.3.2 2.2.3 1.1.3) × (1.3.1 2.3.2 3.2.3)
10. (4.3.3 1.2.3 1.1.3) × (1.3.1 1.3.2 4.3.3)

Die Tatsache, dass z.B. (4.1.1) nicht zu (1.1.4) dualisiert wird, hat allerdings keine Bedeutung; die Notation (4.1.1) dient lediglich der besseren Unterscheidung von Subzeichen und Dimensionszahlen. Man kann nun die durch ihre Eigendimensionen erweiterten Zeichenklassen in Graphen darstellen, auf deren Abszisse die Fundamental-, resp. Modalkategorien und auf deren Ordinate die Dimensionen (in Sechsteln) eingetragen sind.

2.



Bibliographie

- Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Graph des Zusammenhangs von Triaden, Zeichenklassen und Permutationen in einer 12-dimensionalen Matrix

1. Dass das Zeichen eine triadische Relation

$$\text{ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

darstellt, ist seit Peirce ebenso klar wie dass man aus dem allgemeinen Zeichenschema unter Berücksichtigung der semiotischen Inklusionsordnung

$$(a \leq b \leq c)$$

zusammen mit den neun dyadischen Partialrelationen 10 Zeichenklassen und 10 duale Realitätsthematiken, kurz: 10 semiotische Dualsysteme bilden kann:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

$$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 2.3)$$

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 2.3)$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 3.3)$$

Ferner ist seit Toth (2008, S. 177 ff.) klar, dass jede triadische Zeichenrelation ZR genau $3! = 6$ Permutationen besitzt:

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \times (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$(3.a \ 1.c \ 2.b) \times (b.2 \ c.1 \ a.3)$$

$$(2.b \ 3.a \ 1.c) \times (c.1 \ a.3 \ b.2)$$

$$(2.b \ 1.c \ 3.a) \times (a.3 \ c.1 \ b.2)$$

$$(1.c \ 3.a \ 2.b) \times (b.2 \ a.3 \ c.1)$$

$$(1.c \ 2.b \ 3.a) \times (a.3 \ b.2 \ c.1).$$

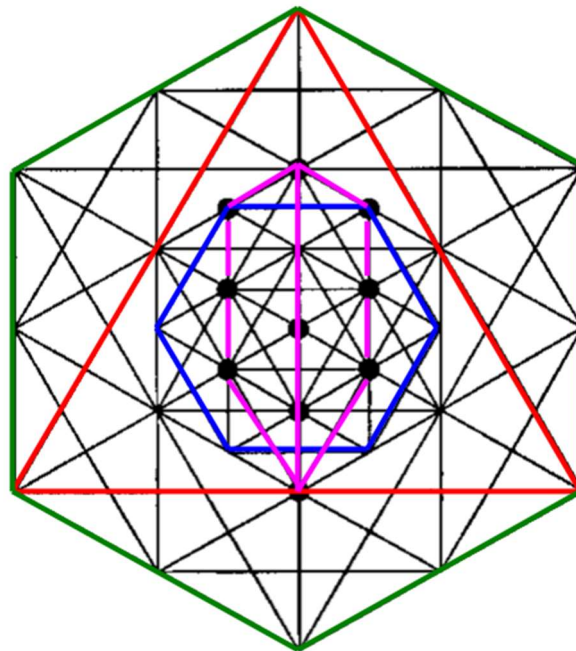
Ausserdem weiss man seit Toth (2009), dass eine Zeichenklasse, welche ein vollständiges Dualsystem mit allen Permutationen sowie allen morphismischen Kompositionen repräsentieren kann, mindestens 12-dimensional ist:

$$12\text{-ZR} = \{[\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\} \text{ bzw.}$$

$$12\text{-ZR} = \{[\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}.$$

Der folgende Graph repräsentiert nun alle diese Komponenten vollständiger semiotischer Repräsentation: Der äusserste Graph mit seinen 12 Ecken repräsentiert die semiotischen Dimensionen, der zwischen den Punkten 1, 5 und 9 (im Uhrzeigersinn) aufgespannte Dreiecksgraph repräsentiert die fundamentale Triade einer Zeichen- und Realitätsrelation. Der

innere hexagonale Graph repräsentiert die Anzahl der Permutationen einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik, und der innerste, auf dem Hexagon liegende Graph repräsentiert die 10 Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken selbst:



- 12 Dimensionen
- 6 Permutationen
- 10 Dualsysteme
- 1 Triade

Wie man erkennt, sind jeder Ecke des Graphen 5 Kanten adjazent. Jede Dimension ist mit jeder verbunden. Auch diese Erscheinung stimmt mit der Semiotik überein, denn die semiotischen Dimensionszahlen richten sich nicht nach der für Trichotomien gültigen Inklusionsordnung. Am interessantesten ist vielleicht, dass auf diese Weise, d.h. wenn alle 12 äusseren Ecken miteinander verbunden werden, der innere 10-eckige Graph genau 22 Kanten erhält, wenn zusätzlich alle seine Ecken durch eine Kante verbunden werden. Die althebräische Überlieferung hat darum in dem 10-Eck-Graphen die 10 Sefirot und in den 22 Kanten die 22 Grossen Arkana bzw. "Wahren Wege" des Tarot bzw. die 22 Buchstaben (Othioth) des hebräischen Alef-Beth gesehen (vgl. Müller 1998, S. 48). Vom Standpunkt der Semiotik ist festzuhalten, dass zwar jede der 10 Zeichenklassen in mindestens einem und maximal zwei Subzeichen der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) gemäss dem Gesetz des determinantensymmetrischen Dualitätssystems verbunden ist (vgl. Walther 1982), dass aber die übrigen im obigen Graphen eingezeichneten Verbindungen dimensionale und keine trichotomischen Verbindungen sind. Der obige Graph zeigt also eine höchst bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen der quantitativ-qualitativen hebräischen Zahlenmystik einerseits (vgl. Toth 2003, S. 59 ff.) und den neusten Ergebnissen der mathematischen Semiotik andererseits.

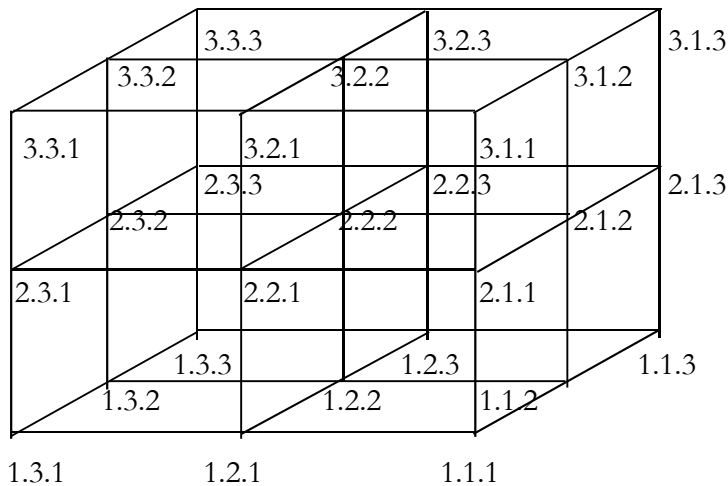
Bibliographie

- Müller, Ernst (Hrsg.), Der Sohar. München 1998
 Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

- Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
- Walther, Elisabeth, Nachtrag zu trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Inhärente und adhärenente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen

1. Ein Blick auf den Stiebing'schen Zeichenkubus (Stiebing 1978)



zeigt, dass jede der 10 Zeichenklassen genau dreimal aufscheint, nämlich in jeder der drei semiotischen Dimensionen. Hinzu kommt eine sehr grosse Anzahl von Zeichenklassen, deren Subzeichen verschiedenen Dimensionen angehören. Nun wurde in Toth (2009) darauf hingewiesen, dass die Menge der möglichen 3-dimensionalen Zeichenklassen dadurch begrenzt werden kann, dass entweder die triadischen Haupt- oder die trichotomischen Stellenwerte mit den semiotischen Dimensionszahlen identifiziert werden. Da ein Subzeichen nicht durch Dimensionszahlen aufgespalten werden kann, ergeben sich nunmehr die folgenden vier Möglichkeiten:

- 3-SZ(1a) = (c.(a.b)), $c \in \{1., 2., 3.\}$, c frei
- 3-SZ(1b) = (c.(a.b)), $c \in \{1., 2., 3.\}$, $c \leq b$
- 3-SZ(2a) = ((a.b).c), $c \in \{1., 2., 3.\}$, c frei
- 3-SZ(2a) = ((a.b).c), $c \in \{1., 2., 3.\}$, $c \leq b$

Bei 3-SZ(1b) gilt also: $\dim(a) = W(\text{Trd})$, bei 3-SZ(2a) gilt: $\dim(a) = W(\text{Trch})$. Wie in Toth (2009) bereits gezeigt, erhält man so neben den 30 dimensional-homogenen Zeichenklassen zweimal 10 weitere, bei denen also die semiotische Dimensionszahl entweder mit dem triadischen Haupt- oder mit dem trichotomischen Stellenwert des jeweiligen Subzeichens identisch ist:

3-Zkln	$\dim(a) = W(\text{Trd})$	$\dim(a) = W(\text{Trch})$
1 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.1 & 2 & 1.1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.1 1.1.1)	(1.3.1 1.2.1 1.1.1)
2 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.1 & 2 & 1.2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.1 1.1.2)	(1.3.1 1.2.1 2.1.2)
3 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.1 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.1 1.1.3)	(1.3.1 1.2.1 3.1.3)
4 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.2 & 2 & 1.2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.2 1.1.2)	(1.3.1 2.2.2 2.1.2)
5 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.2 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.2 1.1.3)	(1.3.1 2.2.2 3.1.3)
6 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.1 & 2 & 2.3 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.1 2.2.3 1.1.3)	(1.3.1 3.2.3 3.1.3)
7 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.2 & 2 & 2.2 & 2 & 1.2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.2 2.2.2 1.1.2)	(2.3.2 2.2.2 2.1.2)
8 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.2 & 2.2 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.2 2.2.2 1.1.3)	(2.3.2 2.2.2 3.1.3)
9 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.2 & 2 & 2.3 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.2 2.2.3 1.1.3)	(2.3.2 3.2.3 3.1.3)
10 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3.3 & 2 & 2.3 & 2 & 1.3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	(3.3.3 2.2.3 1.1.3)	(3.3.3 3.2.3 3.1.3),

d.h. es gilt

$\dim(a) = W(\text{Trd}) \rightarrow 3\text{-Zkl} = (a.a.b \ c.c.d \ e.e.f), a \dots f \in \{1, 2, 3\},$

$\dim(a) = W(\text{Trch}) \rightarrow 3\text{-Zkl} = (a.b.a \ c.d.c \ e.f.e), a \dots f \in \{1, 2, 3\},$ wobei also die Verteilungen der Dimensionenzahlen wie folgt aussehen

	$\dim(a) = W(\text{Trd})$	$\dim(a) = W(\text{Trch})$
1	3-2-1	1-1-1
2	3-2-1	1-1-2
3	3-2-1	1-1-3
4	3-2-1	1-2-2
5	3-2-1	1-2-3
6	3-2-1	1-3-3
7	3-2-1	2-2-2
8	3-2-1	2-2-3
9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3

Wenn wir nun definieren

$\eta := \dim(a) = W(\text{Trd})$

$\vartheta := \dim(a) = W(\text{Trch}),$

dann induzieren also die Operatoren η und ϑ also eine Selektion auf der Menge der in 3 Dimensionen kombinatorisch möglichen homogenen und inhomogenen Zeichenklassen. Wir wollen deshalb die obigen Dimensionszahlen **inhärent** nennen und alle übrigen **adhärent**. Z.B. entsprechen der 2-Zkl

(3.1 2.3 1.3)

die beiden folgenden 3-Zkln mit inhärenten Dimensionszahlen:

(3.3.1 2.2.3 1.1.3), (1.3.1 3.2.3 3.1.3)

und unter vielen anderen z.B. die folgenden 3-Zkln mit adhärenen Dimensionszahlen:

(1.3.1 1.2.3 1.1.3), (2.3.1 2.2.3 2.1.3), (3.3.1 3.2.3 3.1.3), (3.3.1 3.2.3 1.1.3), (1.3.1 3.2.3 3.1.3), (3.3.1 1.2.3 3.1.3), etc.

Beachte noch, dass z.B. in

(2.3.1 2.2.3 2.1.3)

$\dim(a) = \dim(b) = \dim(c) = 2$ adhären ist, wogegen es bei der folgenden Zkl inhären ist

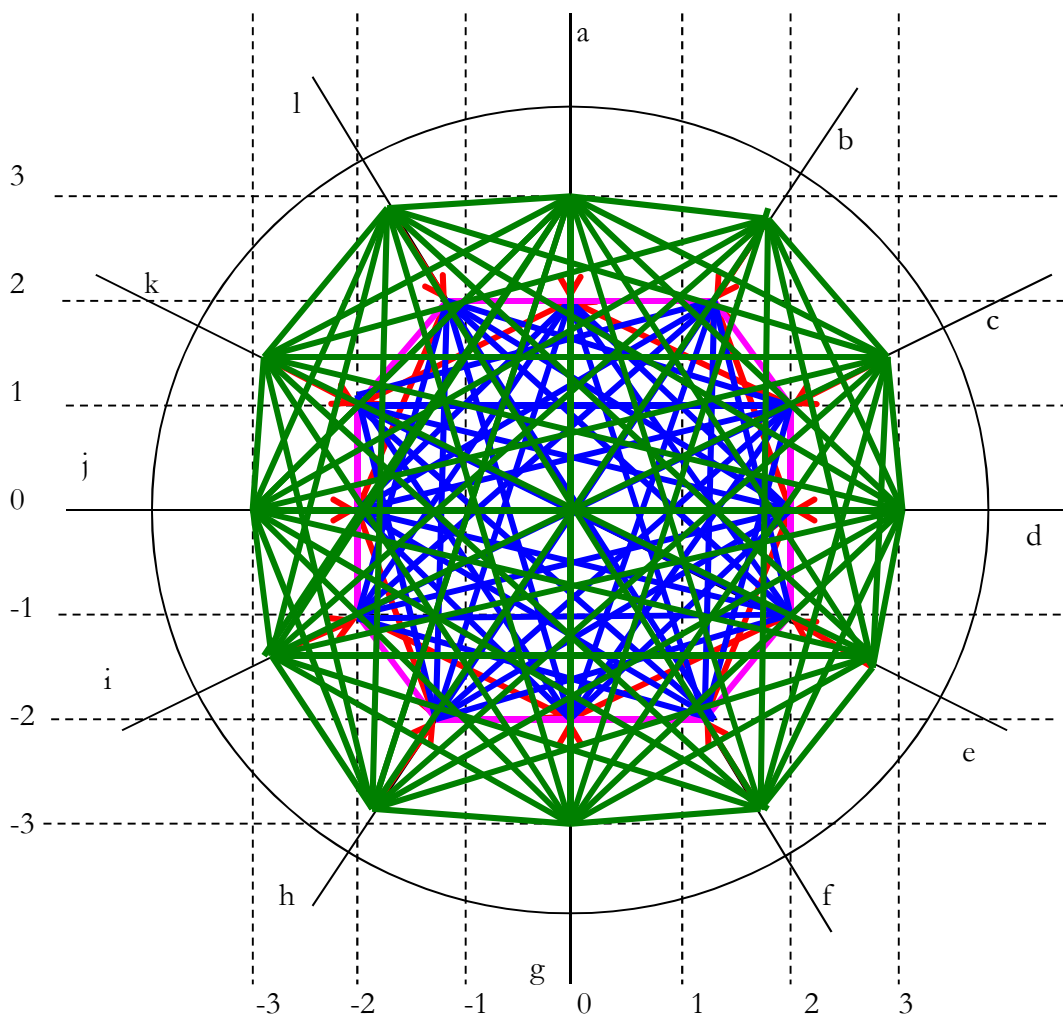
(2.3.2 2.2.2 2.1.2).

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Rektion als semiotische Operation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Interdimensionale semiotische Verbindungen

1. In Toth (2009) wurde der 12-dimensionale semiotische Raum als minimaler Repräsentationsraum eines vollständigen semiotischen Dualsystems zusammen mit seinen 6 Permutationen und Kompositionen, in Form einer Kreisprojektion eingeführt. In dieser Arbeit wollen wir uns zusätzlich die interdimensionalen Verbindungen anschauen, die wir blau einzeichnen:



Wie man erkennt, betreffen die blauen semiotischen Verbindungen nur diejenigen semiotischen Dimensionen, welche zwischen den 12 Dimensionen der Dyade

$$(2.1 \Rightarrow 1.3)$$

bestehen. Da aber jeder dyadische Graph in einem Mittelbezug

$$(1.3)$$

endet, sind auch alle Mittelbezüge in allen 12 Dimensionen miteinander verbunden. Im Uhrzeigersinn gilt allerdings

$$\dim(1.3)^n = \dim(2.1 \Rightarrow 1.3)^{n-2}$$

Ausserhalb findet sich eine lila gezeichnete Hülle, welche nur die Objektbezüge

(2.1)

in allen 12 Dimensionen miteinander verbindet. Zu äusserst sind die Interpretantenbezüge

(3.1)

in allen 12 Dimensionen grün miteinander verbunden und damit alle Zeichengraphen in allen 12 Dimensionen.

Der Graph zeigt daher die Menge aller interdimensionalen semiotischen Verbindungen zwischen den α, \dots, μ in

$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.1)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.1)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.3)\lambda.\mu))$ mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, 1\}$

sowie die konvexen Hüllen der Objektbezüge sowie der Interpretantenbezüge.

Bibliographie

Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kategorial- und Dimensionszahlen

1. Am Ende von Toth (2009c) wurde die Frage gestellt, wie die folgende Zeichenrelation semiotisch zu interpretieren sei

$$3\text{-PZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)) g.(0.h), \dim(a, b, c) \in \{1., 2., 3.\}, g = 0 (?), h \in \{.1, .2, .3\}.$$

Hier ist also die 2-dimensionale triadische Peircesche Zeichenrelation

$$2\text{-ZR} = (3.a 2.b 1.c)$$

einerseits zur tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation gefasert (vgl. Toth 2008b)

$$2\text{-PZR} = (3.a 2.b 1.c 0.d)$$

und andererseits zur 3-dimensionalen tetradischen Zeichenrelation projiziert (vgl. Stiebing 1978, S. 77; Toth 2009a):

$$3\text{-ZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)), a \dots f \in \{.1, .2, .3\}$$

2. Allerdings wurde in Toth (2009b) gezeigt, dass die 3 semiotischen Dimensionen als aus der Stufe der "Zerones" (vgl. Stiebing 1984) kategorial mitgeführte und projizierte Reflexionsreste verstanden werden können. Daraus folgt also, dass die präsemiotischen trichotomischen Werte in 3-PZR sozusagen doppelt mitgeführt werden: als (nullheitliche) Kategorialzahlen sowie als (erst-, zweit- oder drittheitliche) Dimensionszahlen.

Die Bensesche Unterscheidung von Kategorial- und Relationalzahlen, welche $r = 0$ ausschliesst (Bense 1975, S. 45 f.), da eine iterierte Nullheit in einem hypothetischen Subzeichen $*(0.0)$ sinnlos ist, da sie eben eine Relation wäre, sagt uns, dass in

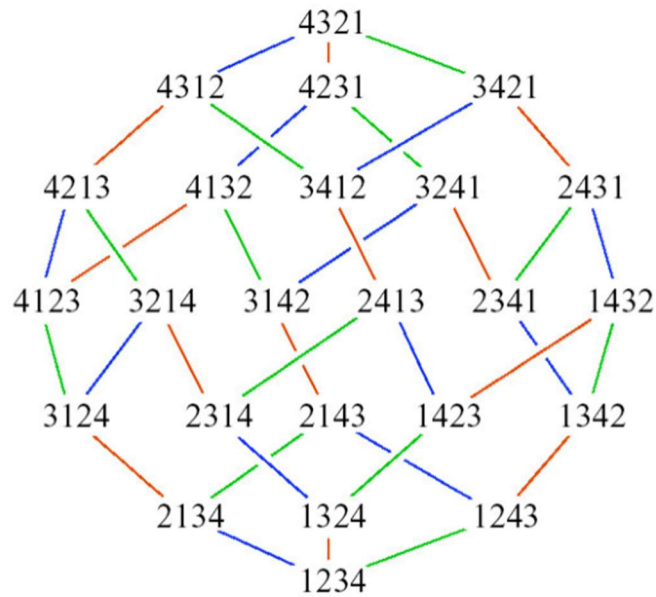
$$3\text{-PZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)) g.(0.h), \dim(a, b, c) \in \{1., 2., 3.\}, g = 0 (?), h \in \{.1, .2, .3\}$$

$$g = 0$$

sein muss. Wir erhalten damit kürzer

$$3\text{-PZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)) 0.(0.h), a \dots h \in \{.1, .2, .3\},$$

also wie schon bei 2-PZR eine zwar tetradische, aber dennoch trichotomische Zeichenrelation. Wenn wir ferner berücksichtigen, dass eine tetradische Relation $4! = 24$ Permutationen besitzt, wobei die zu permutierenden Elemente nun mit 1, 2, 3, 4 numeriert werden, können also die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch präsemiotische Faserung und dimensionale Projektion (Toth 2009c) in den folgenden allgemeinen Formen erscheinen:



Aus: math.albany.edu:8000/.../teach/topics.html

Homogene 3-dimensionale präsemiotische Zeichenklassen sind dann diejenigen, bei denen in

$$3\text{-PZR} = (a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f) 0.(0.h),$$

$a = 3, c = 2, e = 1$ gilt, und alle übrigen sind natürlich inhomogen.

Wenn man sich nun daran erinnert, dass in Toth (2008a, S. 61 ff.) der semiotische Interpretantenbezug mit dem logischen subjektiven Subjekt (sS), der semiotische Objektbezug mit dem logischen objektiven Objekt (oO) und der semiotische Mittelbezug mit dem logischen objektiven Subjekt sowie die semiotische Qualität der Nullheit mit dem logischen subjektiven Objekt identifiziert wurden, folgt also, dass nur bei den homogenen 3-dimensionalen präsemiotischen Zeichenklassen die durch die semiotischen Dimensionszahlen repräsentierten logischen Reflexionsreste tatsächlich mit den ihnen korrespondierenden präsemiotischen trichotomischen Werten übereinstimmen. Somit handelt es sich in der Überfülle der nicht-homogenen Zeichenklassen um Fälle, in denen in der semiotischen Repräsentation der kategorial mitgeführten präsemiotischen trichotomischen Werte diese letzteren durch andere logische Subjekt- und Objektfunktionen vertreten werden, so dass sich also zwischen der Stufe der Präsemiotik (Kategorialzahlen) und der Stufe der Semiotik (Dimensionszahlen) ein (negatives oder positives) semiotisches Differential innerhalb der Repräsentation von Reflexionsresten ergibt. Die folgenden willkürlich gewählten Beispiele sollen dies illustrieren:

Inhomogene Zkl: (1.3.1 2.2.1 3.1.1 0.0.1) Homogene Zkl: (1.3.1 1.2.1 1.1.1 0.1)

$$\Delta((1.3.1), (0.0.1)) = 0$$

$$\Delta((2.2.1), (0.0.1)) = +1$$

$$\Delta((3.1.1), (0.0.1)) = +2$$

Inhomogene Zkl: (2.3.1 1.2.1 2.1.1 0.0.2) Homogene Zkl: (2.3.1 2.2.1 2.1.1 0.0.2)

$$\Delta((2.3.1), (0.0.2)) = 0$$

$$\Delta((1.2.1), (0.0.2)) = -1$$

$$\Delta((2.1.1), (0.0.2)) = +2$$

Inhomogene Zkl: (3.3.1 3.2.1 1.1.1 0.0.3) Homogene Zkl: (3.3.1 3.2.1 3.1.1 0.0.3)

$\Delta((3.3.1), (0.0.3)) = 0$

$\Delta((3.2.1), (0.0.3)) = 0$

$\Delta((1.1.1), (0.0.3)) = -2$

Wie bekannt, wird dieses Potential kreativ genutzt: in den Märcen, Sagen, Legenden, Mythologien und allgemein in der Phantasie. Im Gegensatz zu einer 2-wertigen Logik, die keinen Platz hat für Reflexionsreste, so dass diese also in Form von Objekten manifestiert werden müssen (Günther 1980, S. 230 f., 2000, S. 208), hat die 3-dimensionale Semiotik also nicht nur Platz, um sie aus der präsemiotischen Phase der Zeichenbildung kategorial mitzuführen, sondern sie auch in der semiotischen Phase der Zeichenbildung dimensional zu repräsentieren, und zwar so, dass semiotische Differenzen zwischen den vier möglichen Kombinationen erkenntnistheoretischer Subjekt- und Objektfunktionen innerhalb der Zeichenklassen selbst dargestellt werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bd. Hamburg 1980

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische Faserung und Projektion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Kommutative Tensorprodukte aus semiotischen Dimensionszahlen

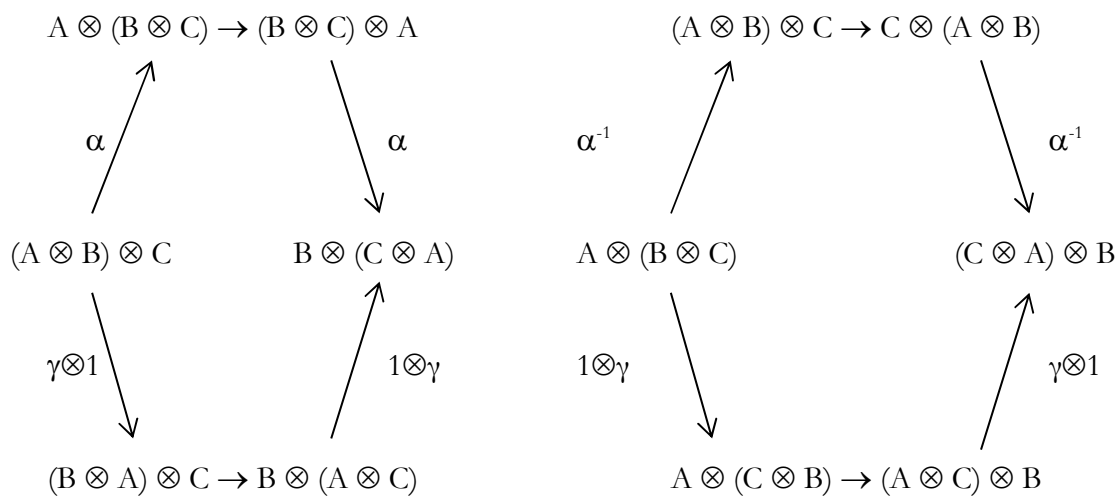
1. Eine monoidale Kategorie ist eine Kategorie C , wobei es gibt

- a) einen Bifunktor $\otimes: C \times C \rightarrow C$, genannt das Tensorprodukt
- b) ein Objekt I , genannt das Identitätsobjekt
- c) drei natürliche Isomorphismen, die den folgenden Kohärenzgesetzen unterliegen:
 - c.1) Assoziativität der Tensoroperation: Es gibt einen natürlichen Isomorphismus α , wobei $\alpha_{A,B,C}: (A \otimes B) \otimes C \cong A \otimes (B \otimes C)$,
 - c.2) Links- und Rechtsidentität von I : Es gibt zwei natürliche Isomorphismen λ und ρ , wobei $\lambda_A: I \otimes A \cong A$ und $\rho_A: A \otimes I \cong A$

Für eine “braided monoidal category” wird zusätzlich das “braiding” verlangt, worunter ein natürlicher Isomorphismus

$$\gamma_{A,B}: A \otimes B \rightarrow B \otimes A$$

verstanden wird, für den die beiden folgenden hexagonalen Diagramme kommutieren:



Ausserdem kann eine “braided monoidal category” als eine Trikategorie mit einer 0-Zelle und einer 1-Zelle aufgefasst werden, worunter eine schwache 3-Kategorie verstanden wird (Bénabou 1967; Joyal und Street 1993) und womit wir bei der Semiotik sind.

2. Da die Semiotik die Bedingungen einer Kategorie erfüllt (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), müssen nur noch die obigen Bedingungen einer monoidalen Kategorie erfüllt sein:

- a) ist erfüllt, vgl. zu semiotischen Tensorprodukten Toth (2008, S. 105 ff.).
- b) ist erfüllt, vgl. zu identitiven Semiosen Toth (1997, S. 22).
- c.1) Die Assoziativität von semiotischen Tensorprodukten ist nicht erfüllt, vgl. etwa $(2 \otimes 1) \neq (1 \otimes 2)$. Sie ist allgemein dann nicht erfüllt für $(a \otimes b) \neq (b \otimes a)$, wenn a und b semiotische Variablen für triadische Haupt- oder trichotomische Stellenwerte sind. Sie sind jedoch erfüllt, wenn es sich bei a, b, c um semiotische Dimensionszahlen handelt (vgl. Toth 2009a, b).

c.2) Die Erfülltheit der Links- und Rechtsidentität von I ergibt sich ebenfalls aus Toth (1997, S. 22).

2. Die Existenz von semiotischen n-Kategorien wurde für die triadischen Subzeichen des Stiebingschen Zeichenkubus nachgewiesen (Toth 2009c). Jedes triadische Subzeichen hat die folgende allgemeine Struktur

$$PZ = a. \left. \begin{matrix} \{1.\} \\ \{2.\} \\ \{3.\} \end{matrix} \right\} c,$$

wobei $\dim(a) \in \{1, 2, 3\}$ die Dimensionszahl und $c \in \{.1, .2, .3\}$ der trichotomische Stellenwert eines Subzeichens ist. Nun ist die Position von a grundsätzlich egal, d.h. das obige Schema kann auch als

$$PZ = \left. \begin{matrix} \{1.\} \\ \{2.\} \\ \{3.\} \end{matrix} \right\} a.c,$$

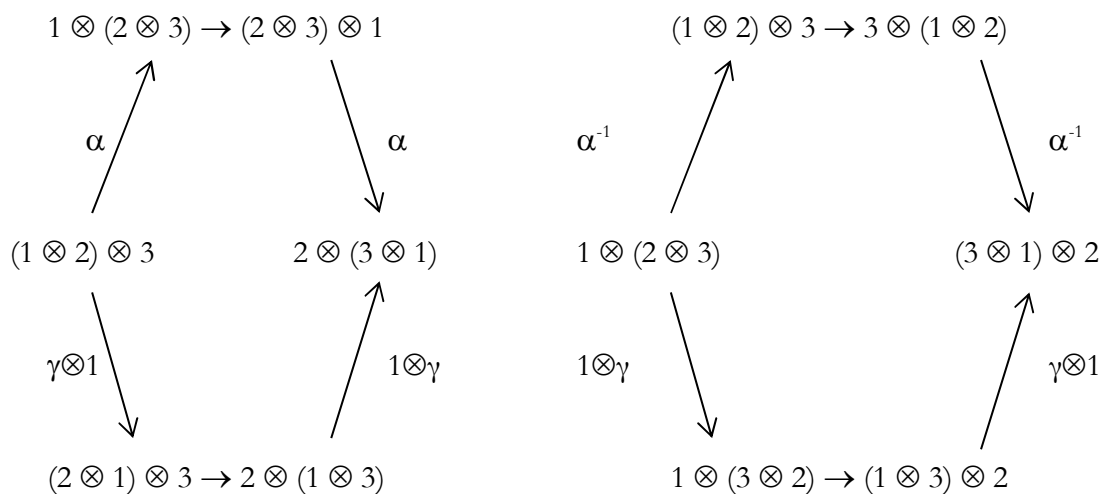
oder

$$PZ = a.c. \left. \begin{matrix} \{1.\} \\ \{2.\} \\ \{3.\} \end{matrix} \right\}$$

geschrieben werden, da seine Werte nicht wie die trichotomischen Werte von den triadischen Hauptwerten qua semiotischer Inklusionsordnung

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f) mit $b \leq d \leq f$

abhängen. Unter dieser Voraussetzung können wir also die obigen hexagonalen Diagramme als semiotische Diagramme kommutieren lassen. Wir wählen willkürlich $A = 1, B = 2, C = 3$ und bekommen dann



In den obigen Diagrammen erkennt man also überall da, wo ein semiotisches Tensorprodukt der Form $(a \otimes b) = (b \otimes a)$ auftritt, eine Dimensionszahl $\dim(a)$ oder $\dim(b)$, und diese ist wegen der Kommutativität der beiden Diagramme eindeutig.

Bibliographie

- Bénabou, Jean, Introduction to bicategories I. In: Reports of the Midwest Category Seminar (Lecture Notes in Mathematics, vol. 47). New York 1967, S. 1-77
- Joyal, André/Street, Rott, Braided tensor categories. In: Advances in Mathematics 102, 1993, S. 20-78
- Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
- Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Mehrdimensionale Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Verschachtelte 2- und 3-dimensionale semiotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Die Konstruktion dreidimensionaler Dualsysteme

1. Wenn wir ausgehen von der zweidimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c),$$

dann gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten, ZR zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation zu erweitern. Wir führen zuerst die semiotische Dimensionszahl

$$sD = \{1, 2, 3\}$$

ein, die natürlich Werte für alle drei semiotischen Dimensionen annehmen kann. Da nun die zweidimensionale Zeichentriade als aus Dyaden zusammengesetzt gedacht wird (vgl. Walther 1979, S. 79), erhalten wir folgende zwei Möglichkeiten

$$3\text{-ZR}(1) = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

$$3\text{-ZR}(2) = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f),$$

d.h. die semiotische Dimensionszahl wird entweder links oder rechts von den die Triade konstituierenden Dyaden plaziert.

2. Bei 3-ZR(2) gibt es allerdings noch eine weitere Möglichkeit, da hier die x, y und z in

$$(x.a.b \ y.c.d \ z.e.f)$$

sowohl als Dimensionszahl als auch als Triade interpretiert werden können. Konstruiert man auf dieser Basis semiotische Dualsysteme, erhält man genau die in Toth (2009) präsentierten 114 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die ich der Vollständigkeit halber hier nochmals aufliste:

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 2 (3.1.1 2.1.1 1.1.2) × (2.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 3 (3.1.1 2.1.1 1.1.3) × (3.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 5 (3.1.1 2.1.1 1.2.2) × (2.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 6 (3.1.1 2.1.1 1.2.3) × (3.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 8 (3.1.1 2.1.1 1.3.2) × (2.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 9 (3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 11 (3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (2.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 13 (3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (1.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 14 (3.1.1 2.1.2 1.2.2) × (2.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 15 (3.1.1 2.1.2 1.2.3) × (3.2.1 1.2.1 1.1.3)
- 16 (3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (1.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 17 (3.1.1 2.1.2 1.3.2) × (2.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 18 (3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (3.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 19 (3.1.1 2.1.3 1.1.1) × (1.1.1 3.1.2 1.1.3)

112 (3.3.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.3.3)

113 (3.3.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.3.3)

114 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

3. Bei den zwei übrigen Fällen, also 3-ZR(1) und 3-ZR(2) ohne Identifikation von triadischem Wert mit semiotischer Dimensionszahl, kann also die jeweilige Dimensionszahl in

3-ZR(1) = (a.3.b c.2.d e.1.f) mit a, c, e ∈ {1, 2, 3} und

3-ZR(2) = (3.a.b 2.c.d 1.e.f) mit b, d, f ∈ {1, 2, 3}

alle drei semiotischen Werte annehmen. Da bei den in eckige Klammern gesetzten Dyaden in

3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f]) und

3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

die trichotomischen Werte (.b, .d, .f) bzw. (.a, .c, .e) der semiotischen inklusiven Ordnung

(b ≤ d ≤ f) bzw. (a ≤ c ≤ e)

genügen, können auf der Basis von 3-ZR(1) und 3-ZR(2) (ohne Identifikation der Dimensionszahl mit der Triade) je verschiedene Anzahlen von Dualsystemen konstruiert werden.

3.1. Dualsysteme über 3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f])

Eine einfache kombinatorische Überlegung sagt uns, dass es bei Nichtidentifikation der Dimensionszahl mit dem triadischen Wert pro Dualsystem genau die folgenden 23 Möglichkeiten gibt:

(1.3.1 1.2.1 1.1.1)

(1.3.1 1.2.1 2.1.1), (2.3.1 1.2.1 1.1.1), (1.3.1 2.2.1 1.1.1)

(1.3.1 1.2.1 3.1.1), (3.3.1 1.2.1 1.1.1), (1.3.1 3.2.1 1.1.1)

(1.3.1 1.2.1 2.1.1),

(1.3.1 2.2.1 2.1.1), (2.3.1 2.2.1 1.3.1), (2.3.1 1.2.1 2.1.1)

(2.3.1 2.2.1 2.1.1)

(1.3.1 1.2.1 3.1.1),

(1.3.1 3.2.1 3.1.1), (3.3.1 3.2.1 1.1.1), (3.3.1 1.2.1 3.1.1)

(3.3.1 3.2.1 3.1.1)

(3.3.1 2.2.1 1.1.1), (3.3.1 1.2.1 2.1.1), (2.3.1 3.2.1 1.1.1), (2.3.1 1.2.1 3.1.1), (1.3.1 3.2.1 1.1.1), (1.3.1 1.2.1 2.1.1),

wobei die rechts aufgeführten Zeichenklassen Permutationen der ganz links stehenden sind.

Damit gibt es also bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen total 230 3-dimensionale Dualsysteme.

3.2. Dualsysteme über 3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

Da hier die Dimensionszahlen rechts von den Dyaden angefügt werden, müssen sie natürlich der semiotischen Inklusivordnung (b ≤ d ≤ f) genügen, d.h. wir erhalten für jede der zehn 2-dimensionalen Dualsysteme 10, und zwar nach dem folgenden Muster

(3.1.12.1.1 1.1.1)

(3.1.1 2.1.1 1.1.2)
(3.1.1 2.1.1 1.1.3)
(3.1.1 2.1.2 1.1.2)
(3.1.1 2.1.2 1.1.3)
(3.1.1 2.1.3 1.1.3)
(3.1.2 2.1.2 1.1.2)
(3.1.2 2.1.2 1.1.3)
(3.1.2 2.1.3 1.1.3)
(3.1.3 2.1.3 1.1.3),

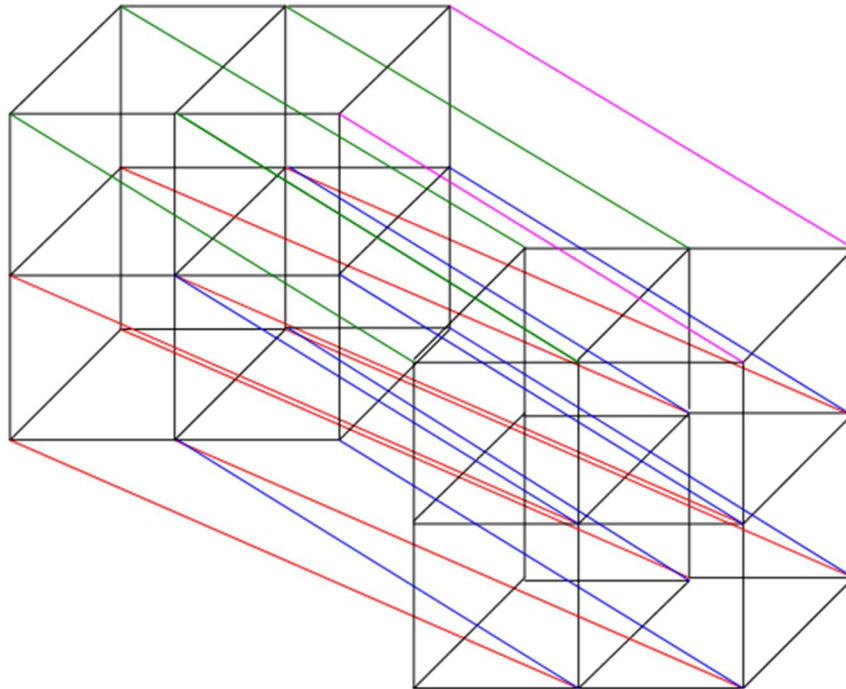
so dass wir also insgesamt bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen 100 3-dimensionale Dualsysteme bekommen.

Bibliographie

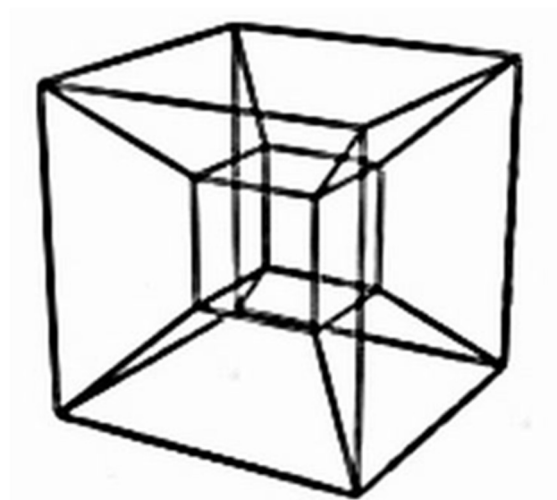
Toth, Alfred, Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Einige kürzeste Pfade durch den 4-dimensionalen semiotischen Verband

1. In Toth (2009a) wurde die folgende Darstellung des 4-dimensionalen semiotischen Hyperkubus (Tesseracts) eingeführt:

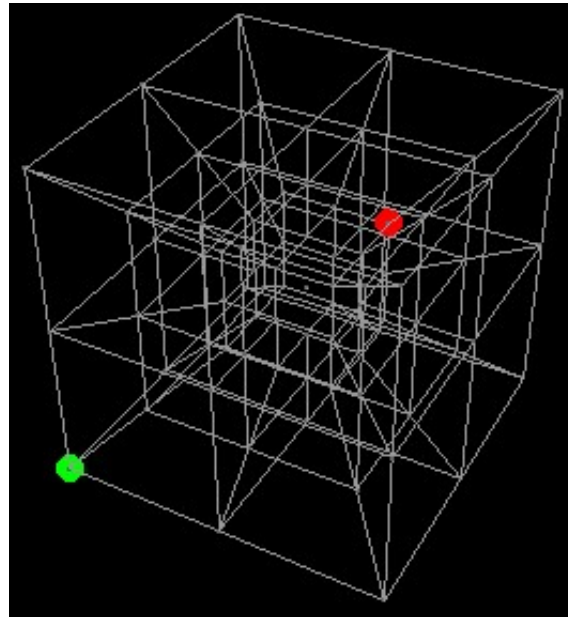


Eine andere Möglichkeit der 2-dimensionalen Darstellung bietet die folgende Ecken-Graphik:

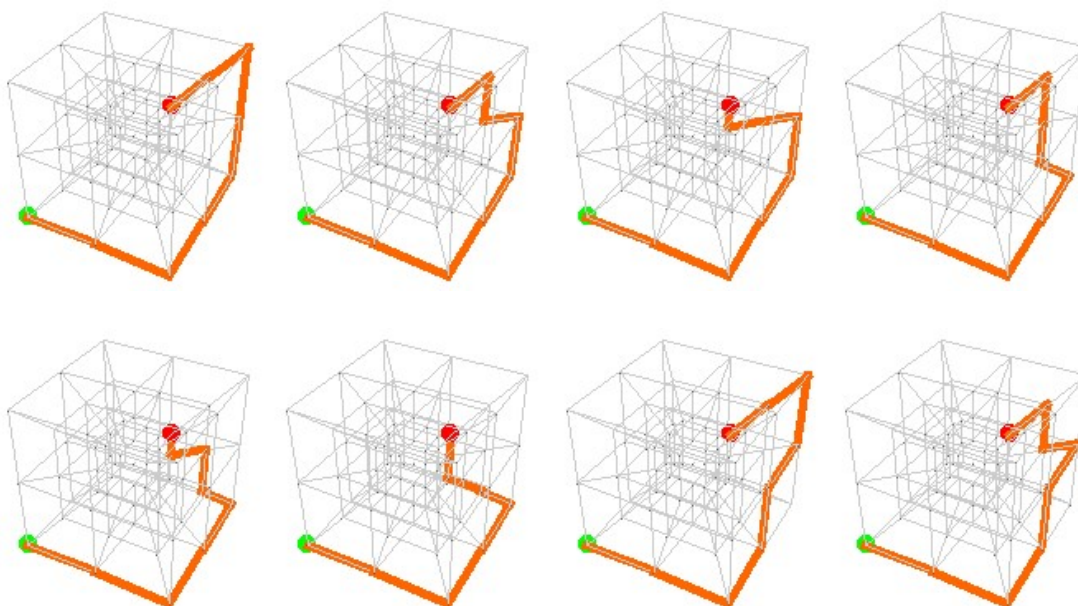


Nachdem in Toth (2009b) die Bewegungen 4-dimensionaler Zeichenzahlen im semiotischen Hyperkubus der ersten Gestalt aufgezeigt wurden, möchte ich in dieser Arbeit auf einige kürzeste Pfade durch einen semiotischen Hyperkubus der zweiten, obigen Gestalt hinweisen, vor allem in Anschluss an die zahlreichen Kürzest-Weg-Graphen in Toth (2008). Die folgenden Figuren stammen von Robert M. Dickau (Chicago).

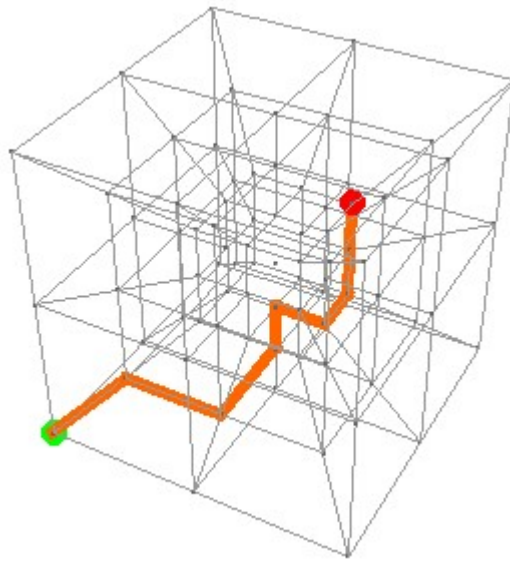
Für einen $2 \times 2 \times 2 \times 2$ -Verband gibt es 2'520 Pfade der Länge 8 vom grünen Punkt $(0, 0, 0, 0)$ zum roten Punkt $(2, 2, 2, 2)$.



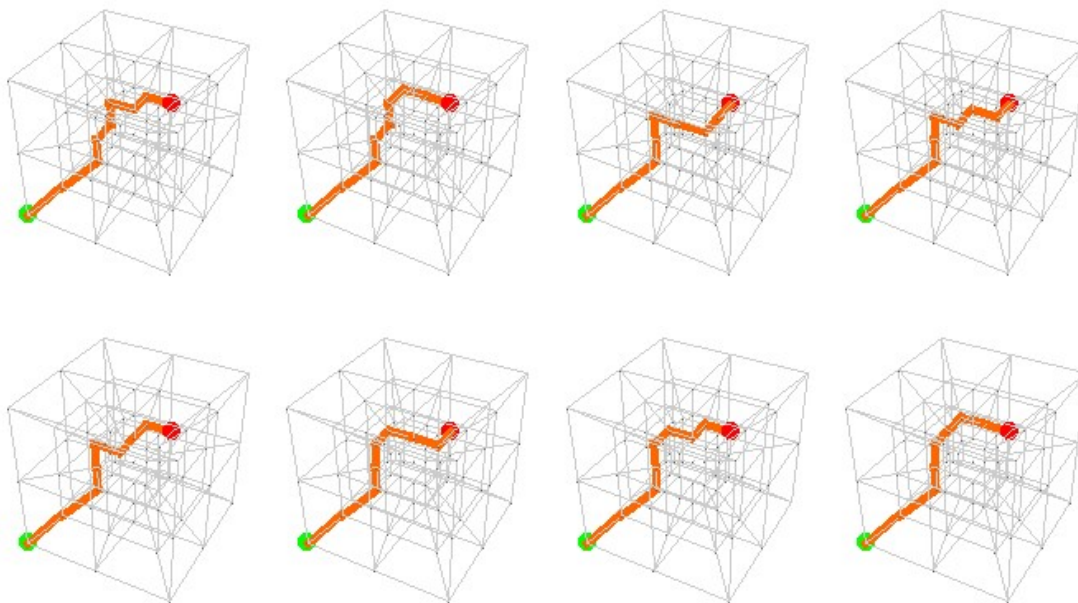
Die ersten 8 Pfade sind



Dickaus Beispiel für einen “mittleren” Pfad, von $(0, 0, 0, 0)$ über $(0, 0, 0, 1)$ über $(1, 0, 0, 1)$ über $(1, 1, 0, 1)$ über $(1, 1, 0, 2)$ über $(2, 1, 0, 2)$ über $(2, 2, 0, 2)$ über $(2, 2, 1, 2)$ nach $(2, 2, 2, 2)$



Die letzten 8 Pfade sind



Bibliographie

- Dickau, Robert M., Paths Through a 4-D Lattice. In:
<http://www.prairienet.org/~pops/path4d.html>
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008
 Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal for
 Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Gleichzahlige triadische Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical
 Semiotics, 2009b

Mehrdimensionale Zahlen in qualitativen semiotischen Systemen

1. Die Peirce-Bensesche monokontexturale Zeichenrelation als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein oder Objekt und Subjekt (vgl. Bense 1975, S. 16) ist eine Relation über einer Mittelrelation, einer Objektrelation und Interpretantenrelation:

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

Wie in Toth (2008a, b) gezeigt wurde, kann man erstens die Objekttranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird das dem semiotischen Objektbezug (2.b) korrespondierende ontologische kategoriale Objekt (0.d) in die Zeichenrelation integriert:

$$PZR1 = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \vdash \ 0.d)$$

Ferner kann man auch die Mitteltranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird das dem semiotischen Mittelbezug (1.c) korrespondierende ontologische disponible Mittel (Bense 1975, S. 45 f.) (P.e) in die Zeichenrelation integriert:

$$PZR2 = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \vdash \ 0.d \ \vdash \ P.e)$$

Und schliesslich kann man noch die Interpretantentranszendenz des Zeichens aufheben. Dazu wird der dem semiotischen Interpretantenbezug (3.a) korrespondierende ontologische disponible Interpretant (Q.f) in die Zeichenrelation integriert:

$$PZR3 = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \vdash \ 0.d \ \vdash \ P.e \ \vdash \ Q.f)$$

PZR1-3 stellen also eine gestufte Polykontexturalität der Zeichenrelation dar.

Wie in Toth (2008c) gezeigt, gibt es für zwischen zwei Zeichenrelationen $ZR_{n,n}$ und $ZR_{n+1,n+1}$ liegende polykontexturale Zeichenrelationen immer genau die folgenden Möglichkeiten:

$$ZR_{n,n+1}, ZR_{n+1,n}$$

Ferner wurde in Toth (2008d) gezeigt, dass es neben diesen Formen polykontexturaler Zeichenrelationen noch mindestens die folgenden gibt:

$$ZR_{n+2,n}, ZR_{n+3,n}$$

Wenn wir also von $ZR_{3,3}$ ausgehen, erhalten wir als erste die folgenden polykontexturalen Zeichenrelationen:

$$ZR_{2,3} = (.3., .2., .1.)$$

$$PZR_{2,4} = (.3., .2., .1., .0.)$$

$$PZR_{4,3} = (.3., .2., .1., .0.)$$

$$PZR_{4,4} = (.3., .2., .1., .0.)$$

$$PZR_{4,5} = (.3., .2., .1., .0., .P.)$$

$$PZR_{5,4} = (.3., .2., .1., .0., .P.)$$

$$PZR_{5,5} = (.3., .2., .1., .0., .P.)$$

$$PZR_{5,6} = (.3., .2., .1., .0., .P., .Q.)$$

$$PZR_{6,5} = (.3., .2., .1., .0., .P., .Q.)$$

$$PZR_{6,6} = (.3., .2., .1., .0., .P., .Q.)$$

...

Alle Zeichenklassen, welche über diesen $PZR_{n,m}$ konstruierbar sind, müssen natürlich Anpassungen der für die triadisch-trichotomische Zeichenrelation (3.a 2.b 1.c) geltenden semiotischen Inklusionsordnung ($a \geq b \geq c$), mit $a, b, c \in \{.1., .2., .3.\}$ gehorchen. Da die Fälle mit Indizes bis und mit $i = 4$ klar sein dürften, notieren wir lediglich

$$ZR_{2,3} = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e) \text{ mit } a, b, c, d, e \in \{.1., .2., .3.\}$$

$$ZR_{2,3} = (3.a 2.b 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0., .\odot, .1., .2., .3.\},$$

$$ZR_{2,3} = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e Q.f) \text{ mit } a, b, c, d, e, f \in \{.1., .2., .3.\}$$

$$ZR_{2,3} = (3.a 2.b 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0., .\odot, .\ominus, .1., .2., .3.\}.$$

(die Zahlbereiche von \odot und \ominus sind bewusst unbestimmt gelassen. Wichtig ist hier einzig, dass es qualitative Zahlbereiche sind, da sie ja erst nach Aufhebung der entsprechenden Transzendenzen eingeführt werden müssen, und dass sie andererseits innerhalb der semiotischen Inklusionsordnung in der gegebenen Nachfolgerrelation zwischen (.0.) und (.1.) liegen. Es scheint in der Semiotik so zu sein, als lägen zwar nicht unendlich viele reelle und komplexe Zahlen im Intervall von [0, 1], denn diese sind semiotisch kaum definierbar, aber mindestens je zwei Sorten von qualitativen Zahlen, und dies scheint für das Intervall aller Paare von aufeinander folgenden ganzen Zahlen der Fall zu sein.)

2. Unter Berücksichtigung der Inklusionsordnung stellen wir nun die Anzahlen der Dualsysteme der genannten Zeichenrelationen zusammen:

$$|ZR_{2,3}| = 10 \quad |ZR_{4,4}| = 35$$

$$|ZR_{3,4}| = 20 \quad |ZR_{4,3}| = 21$$

$$|ZR_{4,3}| = 15 \quad |ZR_{3,4}| = 35$$

Im Pascalschen Dreieck:

```

0 1
1 1 1
2 1 2 1
3 1 3 3 1
4 1 4 6 4 1
5 1 5 10 10 5 1
6 1 6 15 20 15 6 1
7 1 7 21 35 35 21 7 1
8 1 8 28 56 70 56 28 8 1

```

$$\begin{aligned}
|Z_{R_{3,3}}| &= 21 & |Z_{R_{3,3}}| &= 28 \\
|Z_{R_{3,3}}| &= 35 & |Z_{R_{3,6}}| &= 56
\end{aligned}$$

Im Pascalschen Dreieck:

```

0 1
1 1 1
2 1 2 1
3 1 3 3 1
4 1 4 6 4 1
5 1 5 10 10 5 1
6 1 6 15 20 15 6 1
7 1 7 21 35 35 21 7 1
8 1 8 28 56 70 56 28 8 1

```

Wenn wir nun alle Anzahlen der Dualsysteme für die verschiedenen Zeichenrelationen ins Pascalsche Dreieck eintragen, erkennen wir die folgenden Zusammenhänge der Anzahlen mit der Dimensionalität der Zahlen:

Dreieckszahlen

```

0 1      ↓ Tetraederzahlen
1 1 1    ↓ 4-dim. Zahlen
2 1 2 1  ↓ 5-dim. Zahlen
3 1 3 3 1 ↓ 6-dim. Zahlen
4 1 4 6 4 1 ↓
5 1 5 10 10 5 1 ↓
6 1 6 15 20 15 6 1 }
7 1 7 21 35 35 21 7 1 } ZR3,3, ZR3,6, ZR4,3, ZR4,6, ZR4,3, ZR4,6
8 1 8 28 56 70 56 28 8 1 } ZR4,3, ZR4,6, ZR4,3, ZR4,6
9 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
11 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
12 1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1 ...

```

Diese Abbildung zeigt den Zusammenhang der Dimensionalität der Zahlen als Anzahlen von semiotischen Dualsystemen über den polykontexturalen Zeichenrelationen, welche nach Aufhebung der Zeichentranszendenzen qualitative und nicht nur quantitative Partialrelationen enthalten.

Die "Rückwärtsbewegung" der Anzahlen im obigen Pascalschen Dreieck verdankt sich der Tatsache, dass z.B. eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation mehr Dualsysteme erzeugt als eine triadisch-tetratomische; allgemeine: $|ZR_{n+1,n}| < |ZR_{n,n+1}|$.

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Toth, Alfred, Die Aufhebung des semiotischen Invarianprinzips. Ms. (2008a)
Toth, Alfred, Die Transzendenzen des Zeichens. Ms. (2008b)
Toth, Alfred, Kombinationen präsemiotischer Zeichenklassen. Ms. (2008c)
Toth, Alfred, Die präsemiotischen Dualsysteme nicht-transzendenter Zeichenrelationen. Ms. (2008d)

Mehrdimensionale Zeichenklassen mit 3-dimensionalen Umgebungen

1. Die Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix sind bekanntlich dyadische Relationen, und aus je drei dyadischen Relationen werden die 10 Peirceschen Zeichenklassen zusammengesetzt:

$$Sz^2 = (a.b) \text{ mit } a, b \in \{1, 2, 3\}$$

$$Zkl^2 = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

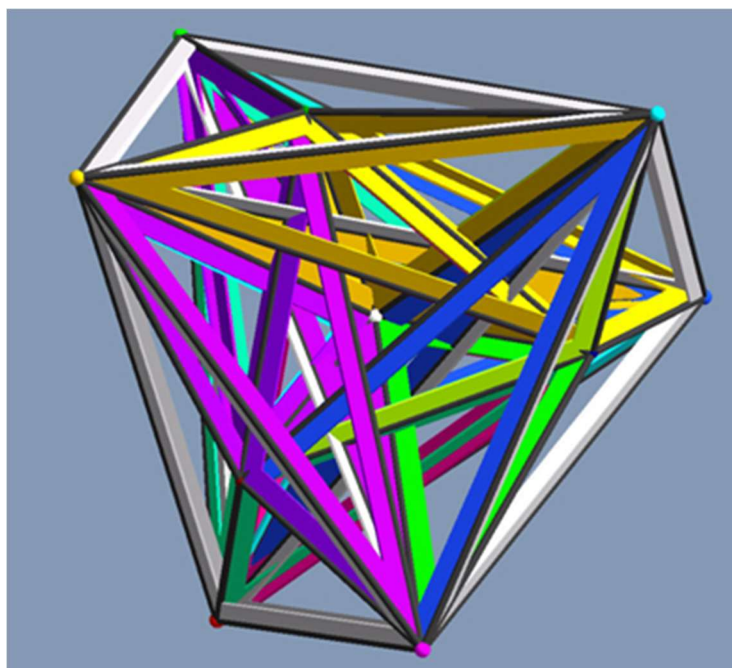
Solche Zeichenklassen sind 2-dimensional, da sie eindeutig durch Punkte in der Gaußschen Zahlenebene darstellbar sind.

2. Auf der Basis von Arin (1981, S. 220 ff.) wurden in Toth (2009) 4-dimensionale Zeichenklassen wie folgt definiert:

$$Sz^4 = ((a.b) (c.d)) \text{ mit } a, b \in \{1, 2, 3\}$$

$$Zkl^4 = (3.a (1.b \ 2.c \ 3.d) \ 2.e (1.f \ 2.g \ 3.h) \ 1.i (1.j \ 2.k \ 3.l)) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

Diese Zeichenklassen sind 4-dimensional, da zur Darstellung ihrer Subzeichen als Paaren von Dyaden Quaternionen nötig sind. Allerdings erkennt man, dass alle drei Subzeichen von Zkl^4 durch 3-dimensionale semiotische Umgebungen bestimmt sind, welche Teilräume der 4-dimensionalen Zeichenbezugsräume definieren. Als ein mögliches semiotisches Modell bietet sich das Hendekachoron, ein reguläres Polytop, zusammengesetzt aus 5 Halb-Ikosaedern, an (aus: Séquin und Lanier 2007):



3. Nun korrespondieren die einfachen Dyaden natürlich den komplexen Zahlen, da sie ja in der Form $(\pm a \pm b)$ in der Gaußschen Ebene dargestellt werden können. Wir können uns allerdings fragen, welche Möglichkeiten, Zeichenklassen aus Subzeichen zu bilden sich zwischen den komplexen Zahlen und den Quaternionen bieten. Ein Vorschlag zur Definition von 3-dimensionalen Zeichenklassen stammt von Stiebing (1978). Die Subzeichen und Zeichenklassen haben die folgende allgemeine Form:

$$Sz^4 = (a.b.c), a, b, c \in \{1, 2, 3\}$$

$$Zkl^4 = ((a.b.c) (d.e.f) (g.h.i))$$

Stiebing setzt ferner a, d und g als semiotische Dimensionszahlen fest, wobei $a = 1$, $d = 2$ und $g = 3$, d.h.

$$Zkl^4 = ((3.a.b) (2.c.d) (1.e.f)).$$

Theoretisch haben wir allerdings auch die beiden folgenden zusätzlichen Möglichkeiten:

$$Zkl^4 = ((3.a.b) (2.c.d) (1.e.f))$$

$$Zkl^4 = ((a.b.3) (c.d.2) (e.f.1))$$

Nun determiniert im 4-dimensionalen Zeichenmodell nach Arin (1981)

$$Zkl^4 = (3.a (1.b 2.c 3.d) 2.e (1.f 2.g 3.h) 1.i (1.j 2.k 3.l)) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

jeweils eine Zeichenklasse ein Subzeichen aus jedem der drei Zeichenbezüge, wobei die Determinationen lexikographisch geordnet sind:

$$Zkl^4 = (3.a (\text{Det}(1) < \text{Det}(2) < \text{Det}(3)) 2.e (\text{Det}(1) < \text{Det}(2) < \text{Det}(3)) 1.i (\text{Det}(1) < \text{Det}(2) < \text{Det}(3)))$$

Wir können damit das nicht-determinierte Stiebing'sche 3-dimensionale Zeichenschema wie folgt in ein determiniertes Zeichenschema umwandeln:

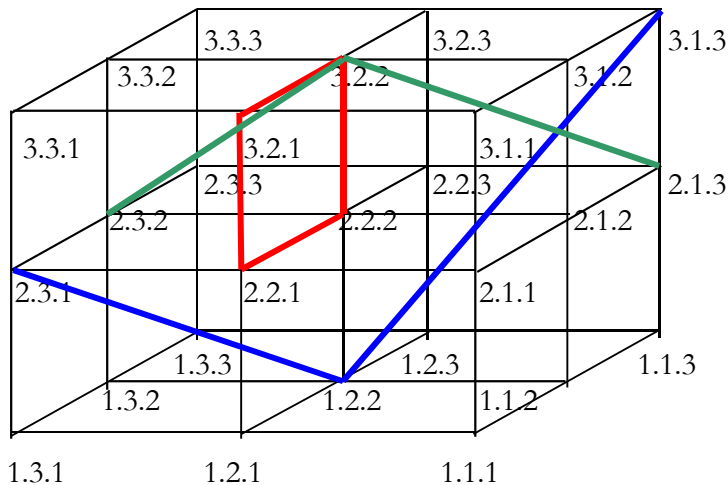
$$Zkl^3 = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kh.l (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u (v.1.w x2.y z.3.\alpha))$$

mit $a, \dots, \alpha \in \{.1, .2, .3\}$

Wenn wir also die Stiebing'sche Zuschreibung des ersten Bezugs jedes Subzeichen-Tripels mit einer Dimensionszahl übernehmen, erhalten wir das allgemeine Schema 3-dimensionaler Zeichenklassen:

$$Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r (s.1.t u.2.v w.3.x))$$

Diese 3-dimensionalen Zeichenklassen bestehen also aus triadischen Subzeichen, die in jedem der drei Bezüge durch eine triadische Umgebung als Teilraum des 3-dimensionalen semiotischen Raumes bestimmt werden. Willkürliche 3-dimensionale Umgebungen des frei gewählten Punktes (2.2.2) im Stiebing'schen Zeichenmodell (Stiebing 1978, vgl. Toth 2008) sind etwa:



Die rote Umgebung ((2.2.1) (2.2.2), (3.2.1) (3.2.2)) enthält also den Punkt (2.2.2), dessen Umgebung sie ist und ist eine Fläche des 3-dimensionalen semiotischen Raumes. Die blaue ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) und die grüne Umgebung ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) sind im Gegensatz zur roten dyadischen Umgebung triadisch. Es stellt sich also das Problem, wie diese Umgebung in Zeichenklassen formal dargestellt werden können. Legt man sich auf keine bestimmte Zeichenklasse fest, ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1. Für ((2.2.1) (2.2.2)):

- Zkl³ = (3.a.b ((2.2.1) (2.2.2) c.3.d) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
- Zkl³ = (3.a.b (c.1.d (2.2.1) (2.2.2)) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
- Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.2.1) (2.2.2) k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
- Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.k.l (m.1.n (2.2.1) (2.2.2)) o.p.q (r.1.s t.2.u v.3.w))
- Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u ((2.2.1) (2.2.2) v.w.x))
- Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u (v.1.w (2.2.1) (2.2.2)))

2. Für ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)):

- Zkl³ = (3.a.b ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) 2.c.d (l.1.m n.2.o p.3.q) 1.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l))
- Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) 1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))
- Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)))

3. Für ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)):

- Zkl³ = (3.a.b ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) 2.c.d (e.1.f g.2.h i.3.j) 1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3))1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)))

Somit brauchen nur noch die die elementaren Peirceschen Zeichenklassen bestimmenden Subzeichen für die durch Buchstaben gekennzeichneten Variablen eingesetzt werden.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Séquin, Carlo H./Lanier, Jaron, Hyperseeing the regular Hendecachoron. In:

http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/PAPERS/2007_ISAMA_11Cell.pdf

(2007)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Determinierte und nicht-determinierte Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Mehrfach dimensionierte Zeichenklassen

1. In meinen bisher publizierten Arbeiten sind im wesentlichen zwei verschiedene Arten, die Dimensionen von Zeichenklassen zu bestimmen, vorgeschlagen worden. In Toth (2009a) wurden zwei Arten von sogenannten inhärenten Dimensionen konstruiert. Dabei werden die Werte für $\dim(a)$, $\dim(c)$ und $\dim(3)$ in einer Zeichenklasse der Form

$$ZR = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

entweder von den triadischen Haupt- oder von den trichotomischen Stellenwerten bestimmt:

$$ZR_{inh}(1) = (3.3.a \ 2.2.b \ 1.1.c)$$

$$ZR_{inh}(2) = (a.3.a \ b.2.b \ c.1.c), \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\}$$

In Toth (2009b) wurden die Werte der Eigendimensionen für ZR aus der Verteilung der Wahrscheinlichkeitswerte der Modal- bzw. Fundamentalkategorien einer Zeichenklasse bestimmt. Für die 10 Zeichenklassen sind dies

1. (1.3.1 1.2.1 4.1.1)
2. (1.3.1 2.2.1 3.1.2)
3. (2.3.1 1.2.1 3.1.3)
4. (1.3.1 3.2.2 2.1.2)
5. (2.3.1 2.2.2 2.1.3)
6. (3.3.1 1.2.3 2.1.3)
7. (1.3.2 4.2.2 1.1.2)
8. (2.3.2 3.2.2 1.1.3)
9. (3.3.2 2.2.3 1.1.3)
10. (4.3.3 1.2.3 1.1.3)

2. Da es möglich ist, dass eine Zeichenklasse gleichzeitig in mehr als einer Dimension liegt (Toth 2009c), kann man sie dadurch mehrfach dimensionieren, dass man zwei Dimensionsslots ansetzt und den einen mit Werten der Eigendimensionen und den anderen entweder frei oder z.B. mit inhärenten Werten bestimmt. Die allgemeine Form einer solcher mehrfach dimensionierten Zeichenklasse ist:

$$ZR = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i)) \text{ mit } a, d, g \in [1, 4] \text{ und } b, c, e, f, h, i \in \{1, 2, 3\}$$

Falls man jedoch, wie in Toth (2009d) gezeigt, das kategoriale Objekt in die Zeichenklasse einbettet, erweitert sich die Definition zu

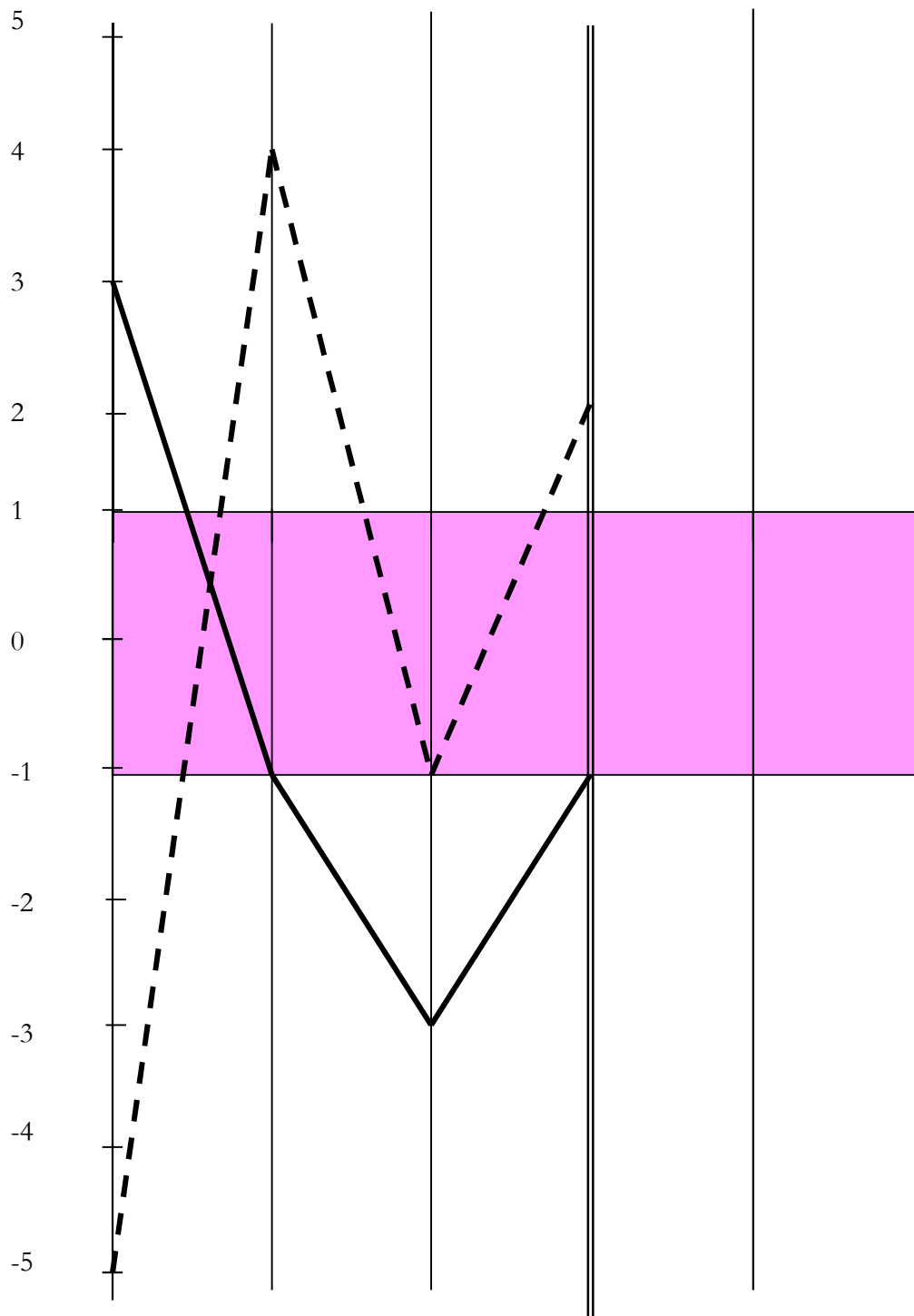
$$ZR^* = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i) (j.0.k.l)) \text{ mit } a, d, g, j \in [1, 5] \text{ und } b, c, \dots, k, l \in \{1, 2, 3\}$$

Falls man auch noch parametrisiert, wie ebenfalls in Toth (2009d) gezeigt, bekommt man

$$ZR^{*+} = ((\pm a.\pm 3.\pm b.\pm c) (\pm d.\pm 2.\pm e.\pm f) (\pm g.\pm 1.\pm h.\pm i) (\pm j.0.\pm k.\pm l)) \text{ mit } a, d, g, j \in [1, 5] \text{ und } b, c, \dots, k, l \in \{1, 2, 3\}$$

Als Beispiel zeigen wir die doppelt dimensionierte Zeichenklasse

$$ZR^{*+} = ((3.3.1.-5) (-1.2.1.4) (-3.1.3.-1) (0.0.3.2))$$



Bibliographie

- Toth, Alfred, Dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Die fraktalen Dimensionsgraphen der semiotischen Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c
- Toth, Alfred, Negative fraktale semiotische Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Negative fraktale semiotische Dimensionen

1. Die mathematische Semiotik, die im Grunde über einer trivial ausschauenden Menge mit drei Elementen aufgebaut ist, ist unerwarteterweise reich an Pathologien, die in meinen Arbeiten verstreut zu finden sind. In dieser Arbeit geht es um negative semiotische Fraktale und ihre negativen Dimensionen. Die Wahrscheinlichkeitswerte der Modalkategorien bzw. Fundamentalkategorien einer Zeichenklasse bestimmen nach Toth (2009a) deren Eigen-dimensionen. Zu ihnen können nach Toth (2009b, c) komplementäre und supplementäre Dimensionen gebildet werden. Danach besitzt also jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik drei inhärente semiotische Dimensionen. Nun können aber nach Toth (2007, S. 66 ff., 82 ff.) Zeichenklassen und Realitätsthematiken parametrisiert werden

$$ZR = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c),$$

d.h. jedem Primzeichen wird sein negatives Gegenstück zugeordnet, wie auch die Zahlen 1, 2, 3 sowohl positiv als auch negativ auftreten können. Damit gibt es somit keinen Hinderungsgrund, auch die Dimensionen der Zeichenklassen und Realitätsthematiken zu parametrisieren, d.h. wir haben

$$ZR+ = ((\pm d.\pm 3.\pm a) (\pm e.\pm 2.\pm b) (\pm f.\pm 1.\pm c)),$$

denn sonst würde die unsinnige Beschränkung auftauchen, dass negative Zeichenklassen immer positive Dimensionen haben müssten.

2. Nehmen wir als Beispiel die Zeichenklasse

$$ZR = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1),$$

ihre duale Realitätsthematik ist

$$ZR^\circ = (4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3)$$

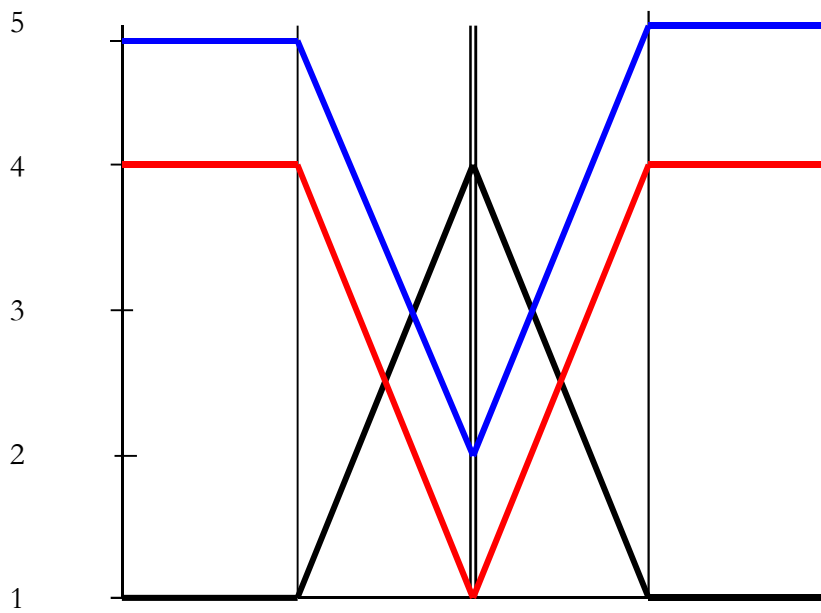
Die beiden komplementären Klassen sind

$$(4.3.3 \ 1.2.3 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 1.3.2 \ 4.3.3)$$

und die beiden supplementären Klassen

$$(5.3.3 \ 5.2.3 \ 2.1.3) \times (2.3.1 \ 5.3.2 \ 5.3.3)$$

Wenn man diese Klassen als Graph in ein Koordinatensystem einzeichnet, bekommt man mit den semiotischen Kategorien auf der Abszisse und den Dimensionswerten in Sechsteln auf der Ordinate:

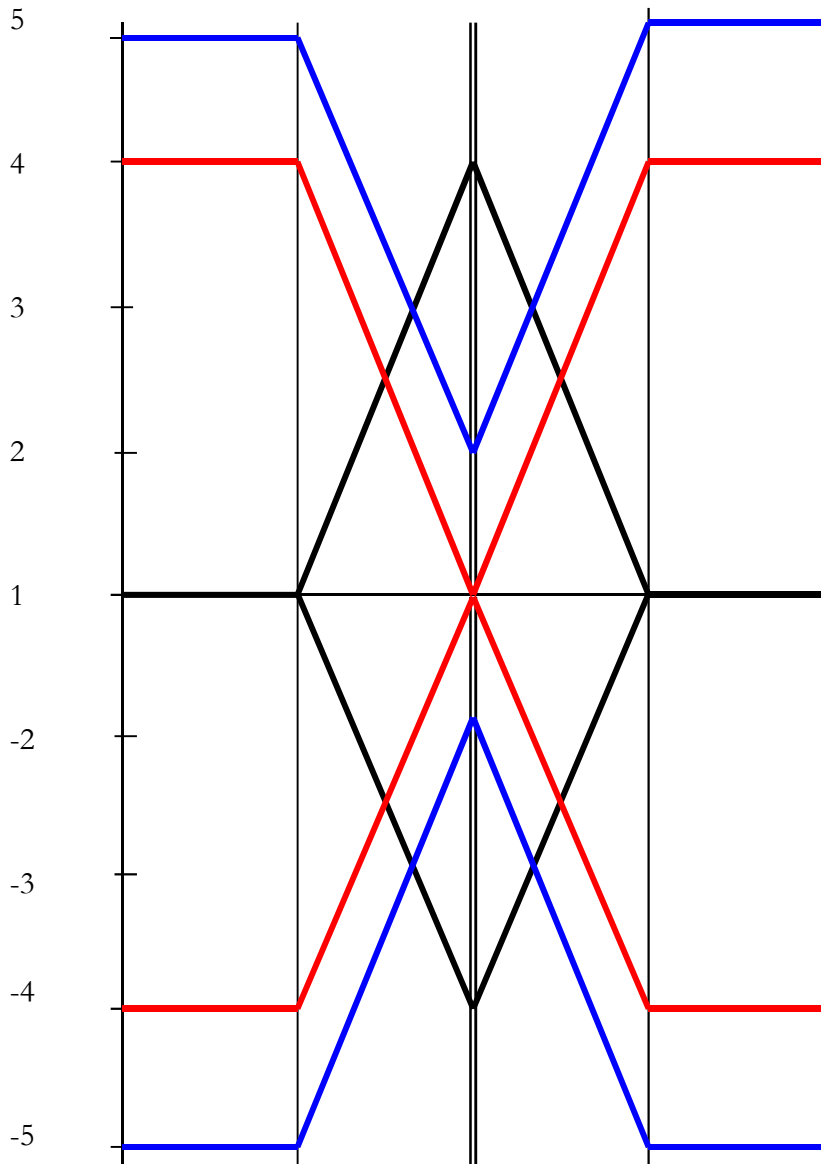


Nun gibt es zwei Möglichkeiten, negative semiotische Dimensionen einzuführen:

1. Man geht, wie oben, aus von

$$ZR+ = ((\pm d.\pm 3.\pm a) (\pm e.\pm 2.\pm b) (\pm f.\pm 1.\pm c)).$$

Das bedeutet, dass die Ebene von $\dim(1/6)$, d.h. die Abszisse zugleich die Spiegelungsgerade ist, und man bekommt:



Das Problem ist hier, dass die $\dim(1/6)$ -Achse mathematisch als $x = 0$ -Achse fungiert, d.h. semiotisch, dass $\dim(1/6) = \dim(-1/6)$ ist, was der Definition von ZR^+ widerspricht. Wenn man aber eine gesonderte Ebene für $\dim(-1/6)$ einbaut, übergeht man eine 0-Ebene, aber diese lässt sich deshalb nicht einbauen, weil sie in ZR^+ nicht definiert ist. Es wäre überhaupt ein Problem zu begründen, wie eine semiotische Dimension für triadische Zeichenklassen, deren Wahrscheinlichkeitswerte ja aus dem Intervall $[1, 4]$ stammen, den Wert 0 annehmen könnte. Um die Widersprüche zu beseitigen, bleibt also nur die Redefinition von ZR^+ :

$$ZR^{+*} = ((\pm d. \pm 3. \pm a) (\pm e. \pm 2. \pm b) (\pm f. \pm 1. \pm c) (\pm g. \pm 0. \pm d))$$

Dies ist also nichts anderes als die in Toth (2008) eingeführte tetradisch-trichotomische Zeichenklasse

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d),$$

als dimensionierte und parametrisierte. Allerdings müssen wir nun die Dimensionen der semiotischen Kategorien wegen des durch Einbettung des nullheitlichen, kategorialen Objekts veränderten Intervalles von Wahrscheinlichkeitswerten ändern. Da d gemäss der von Götz (1982,

S. 4, 28) festgesetzten präsemiotischen Trichotomie die Werte $d = 1$, $d = 2$ und $d = 3$ annehmen kann, erhalten wir für die neuen Intervalle:

$\min(N) = 1, \max(N) = 5$ Beispiele: (3.1 2.1 1.1 0.1); (3.3 2.3 1.3 0.3)
 $\min(W) = 1, \max(W) = 5$ Beispiele: (3.1 2.1 1.1 0.1); (3.2 2.2 1.2 0.2)
 $\min(M) = 1, \max(M) = 5$ Beispiele: (3.3 2.3 1.3 0.3); (3.1 2.1 1.1 0.1),

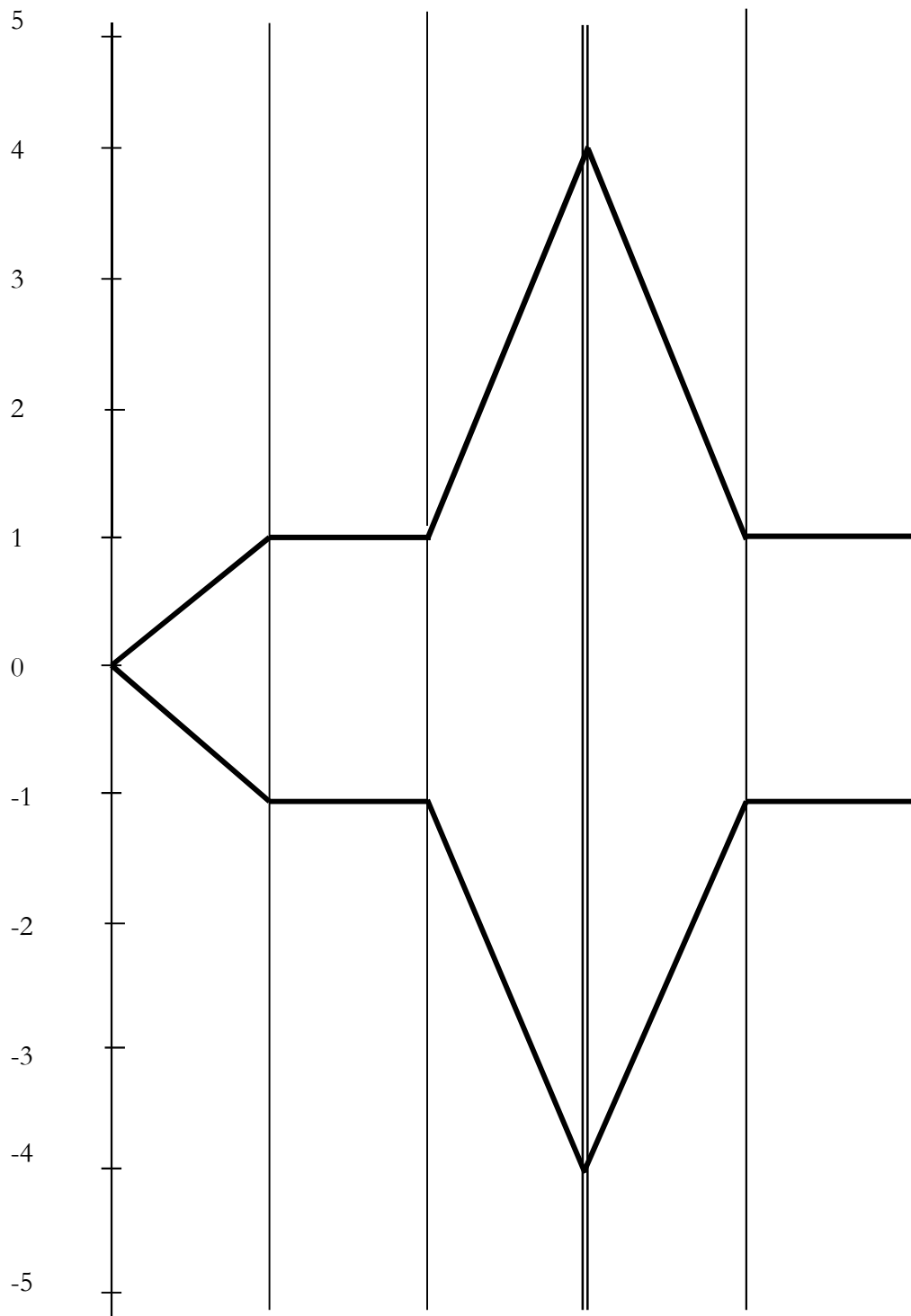
d.h. $\min(X) = 1, \max(X) = 5$ ($X \in \{M, W, N\}$ bzw. $\{.1., .2., .3.\}$),

und zwar, weil ZR^* zwar tetradsch, aber trichotomisch ist, d.h. die Werte $*(0.0)$, $*(1.0)$, $*(2.0)$, $*(3.0)$ sind nicht definiert, da sie der Einführung der Kategorialzahlen widersprechen (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 f.).

Überraschenderweise bekommen wir wegen des neuen Intervalles $I = [1, 5]$ für ZR^* nun dasselbe Koordinatensystem, wie es für supplementäre Zeichenklassen nötig war und wie wir es schon verwendet hatten, d.h. mit einer Ordinate, deren Werte bis 5 und nicht nur bis 4 reichen. Aufgrund der Definition von ZR^{+*} ist es nun kein Problem mehr, eine 0-Achse für das in die Zeichenrelation eingebettete kategoriale Objekt einzubauen und die Ebene von $\dim(1)$ auf $\dim(-1)$ zu spiegeln. Als erweiterte Zeichenklassen kommen nun die folgenden drei in Frage:

$ZR^{+*} = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1 \ 0.0.1) \times (0.1.0 \ 4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3)$
 $ZR^{+*} = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1 \ 0.0.2) \times (0.2.0 \ 4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3)$
 $ZR^{+*} = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1 \ 0.0.3) \times (0.3.0 \ 4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3),$

allerdings sind $\text{Comp}(ZR)$ und $\text{Sup}(ZR)$ nicht mehr wie bisher in ZR^+ definierbar, und zwar deshalb nicht, da, wie gesagt, die Werte $*(0.0)$, $*(1.0)$, $*(2.0)$, $*(3.0)$ nicht definiert sind.



Mit Hilfe von negativen semiotischen Dimensionen wird also nicht nur der semiotische Repräsentationsraum massiv erweitert, sondern durch die Parametrisierung dimensionierter Zeichenklassen können zusammenhängende Repräsentationsräume wie der obige geschaffen werden. Auf dieses Thema wird in einer späteren Publikation zurückzukommen sein.

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Götz, Matthias, Schein Design. Diss.Stuttgart 1982
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

- Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Komplementäre semiotische Fraktale. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Supplementäre semiotische Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen

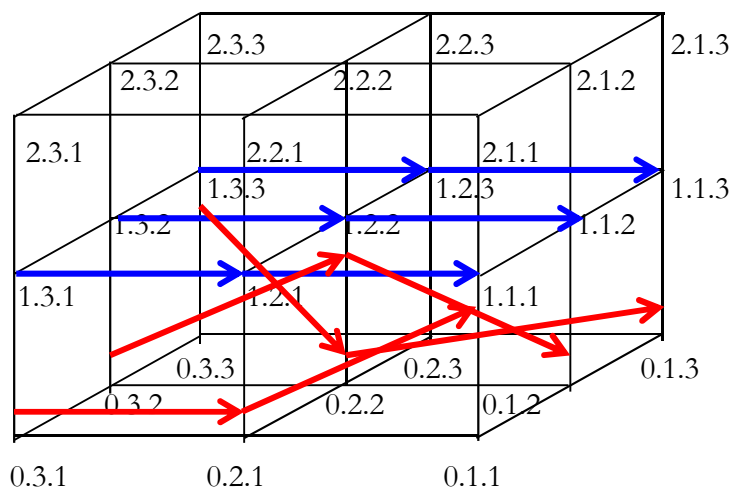
Nach dem Zeichenkubus von Stiebing (1978) kann eine 3-dimensionale Zeichenklasse

$$3\text{-Zkl} = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

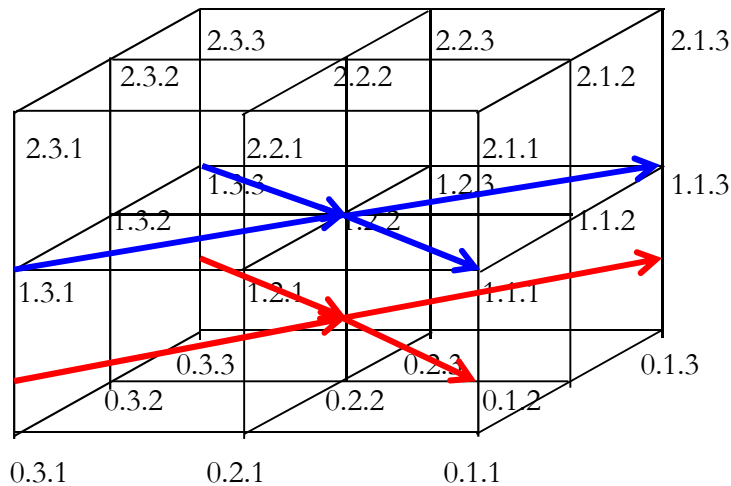
in den 3 Dimensionen des Euklidischen Raumes auftreten, d.h. $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$. Wie in Toth (2009) gezeigt, ist das Zeichen seiner Natur nach jedoch ein Fraktal: Es nimmt, sehr unpräzise gesprochen, somit nur einen Bruchteil seiner Mittel-, Objekt- und Interpretantendimension in Anspruch. Wer sich das plastisch vorstellen möchte, sollte sich bewusst machen, dass ein Zeichen, das als Metaobjekt (Bense 1967, S. 9) ein vorgegebenes und vorthetisches Objekt substituiert, dieses Objekt ja niemals vollständig substituieren kann: Das Zeichen steht per definitionem für Anderes, und das geometrische Verhältnis zwischen dem Zeichen und dem Anderen ist eben fraktal. Aufgrund der Angaben in Toth (2009) kann man die 10 Peirceschen Zeichenklassen zusammen mit ihren inhärenten fraktalen Dimensionszahlen wie folgt notieren:

1. ((1/6) 3.1 (1/6) 2.1 (4/6) 1.1))
2. ((1/6) 3.1 (2/6) 2.1 (3/6) 1.2))
3. ((2/6) 3.1 (1/6) 2.1 (3/6) 1.3))
4. ((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 1.2))
5. ((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3))
6. ((3/6) 3.1 (1/6) 2.3 (2/6) 1.3))
7. ((1/6) 3.2 (4/6) 2.2 (1/6) 1.2))
8. ((2/6) 3.2 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3))
9. ((3/6) 3.2 (2/6) 2.3 (1/6) 1.3))
10. ((4/6) 3.3 (1/6) 2.3 (1/6) 1.3))

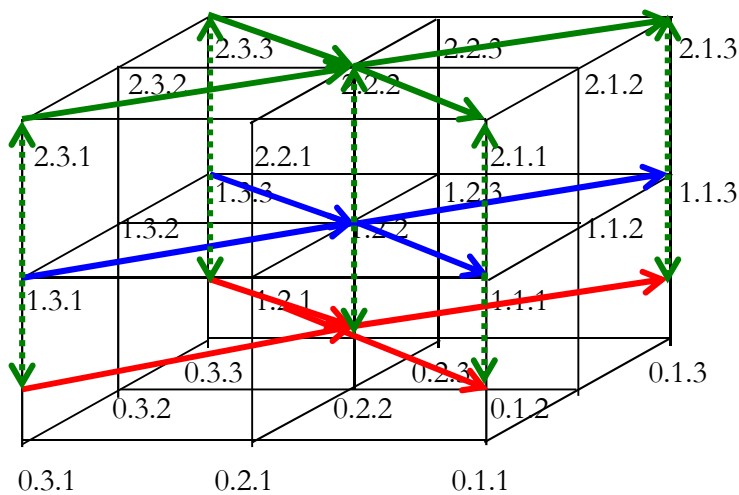
In dem folgenden Stiebing-Kubus, wo in Übereinstimmung mit Stiebings letzten Arbeiten (Stiebing 1981, 1984) die Dimension 0 als geometrisches Äquivalent der kategorialsemiotischen Nullheit eingezeichnet ist, sind die drei Hauptzeichenklassen (Nrn. 1, 7 und 10) eingezeichnet, und in zwar in blau mit ihren Normdimensionen, d.h. $\dim(a) = \dim(c) = \dim(e) = 1$ und in rot mit ihren fraktalen Eigendimensionen:



Wie man erkennt, steigen die Differenzen zwischen den Normdimensionen und den Eigendimensionen mit steigender Semiotizität (und daher mit steigendem Repräsentationswert) der Zeichenklassen an. Konstanten dimensionalen Abstand (d.h. dimensionale Differenz zwischen Norm- und Eigendimensionen) findet sich nur bei der eigenrealen Zeichenklasse und der Klasse der Kategorienrealität:



Ebenso wie es nun möglich ist, Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch Ersetzung ihrer Normdimensionen durch ihre Eigendimensionen dimensional herabzustufen, ist es natürlich möglich, sie durch Addition von Dimensionen im Kubus hinaufzuprojizieren. Rein theoretisch können diese Dimensionen entweder ganzzahlig oder wiederum fraktal sein. Dies illustriert das folgende Bild, für das wiederum die Eigen- und die Kategorienrealität gewählt wurden:



Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31
- Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Positionen der präsemiotischen Trichotomie in den dreidimensionalen Dualsystemen

1. In dem dreidimensionalen triadischen Dualsystem

$$(3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f) \times (f.e.1 \ d.c.2 \ b.a.3)$$

finden wir die sog. Doppeltrichotomien. Die erste Trichotomie, d.h. die Werte a, c, e in den Zeichenklassen, und die zweite Trichotomie, d.h. die Werte 1, 2, 3 in den Realitätsthematiken, wurden in Toth (2009a, b) als kategoriale Mitführungen der vom Zeichen substituierten Objekte, d.h. als präsemiotische Trichotomie verstanden, wie sie von Götz (1982, S. 4, 28) in die Semiotik eingeführt worden war. Die Verteilung dieser "zweiten trichotomischen Werte" in den Zeichenklassen und Realitätsthematiken wird dabei durch die offene semiotische Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

eindeutig bestimmt und führt zu einem System von 114 semiotischen Dualsystemen (Toth 2009c). In der folgenden Arbeit sollen die diesen Dualsystemen inhärenten strukturellen Verteilungen der kategorialen Werte der präsemiotischen Trichotomie untersucht werden.

1	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 1) × (1.1. 1	1.1. 2	1.1. 3)
2	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 2) × (2.1. 1	1.1. 2	1.1. 3)
3	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 3) × (3.1. 1	1.1. 2	1.1. 3)
4	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.1. 2	1.1. 3)
5	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.1. 2	1.1. 3)
6	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.1. 2	1.1. 3)
7	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.1. 2	1.1. 3)
8	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.1. 2	1.1. 3)
9	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.1. 2	1.1. 3)
10	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 1) × (1.1. 1	2.1. 2	1.1. 3)
11	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 2) × (2.1. 1	2.1. 2	1.1. 3)
12	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 3) × (3.1. 1	2.1. 2	1.1. 3)
13	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.1. 2	1.1. 3)
14	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.1. 2	1.1. 3)
15	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 1	1.1. 3)
16	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.1. 2	1.1. 3)
17	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.1. 2	1.1. 3)
18	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.1. 2	1.1. 3)

19	(3.1. 1	2.1. 3	1.1. 1) × (1.1. 1	3.1. 2	1.1. 3
20	(3.1. 1	2.1. 3	1.1. 2) × (2.1. 1	3.1. 2	1.1. 3
21	(3.1. 1	2.1. 3	1.1. 3) × (3.1. 1	3.1. 2	1.1. 3
22	(3.1. 1	2.1. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.1. 2	1.1. 3
23	(3.1. 1	2.1. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.1. 2	1.1. 3
24	(3.1. 1	2.1. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.1. 2	1.1. 3
25	(3.1. 1	2.1. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.1. 2	1.1. 3
26	(3.1. 1	2.1. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.1. 2	1.1. 3
27	(3.1. 1	2.1. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.1. 2	1.1. 3
28	(3.1. 1	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	1.1. 3
29	(3.1. 1	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	1.1. 3
30	(3.1. 1	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	1.1. 3
31	(3.1. 1	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	1.1. 3
32	(3.1. 1	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	1.1. 3
33	(3.1. 1	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	1.1. 3
34	(3.1. 1	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	1.1. 3
35	(3.1. 1	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	1.1. 3
36	(3.1. 1	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	1.1. 3
37	(3.1. 2	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	2.1. 3
38	(3.1. 2	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	2.1. 3
39	(3.1. 2	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	2.1. 3
40	(3.1. 2	2.2. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.2. 2	2.1. 3
41	(3.1. 2	2.2. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.2. 2	2.1. 3
42	(3.1. 2	2.2. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.2. 2	2.1. 3
43	(3.1. 2	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	2.1. 3
44	(3.1. 2	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	2.1. 3
45	(3.1. 2	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	2.1. 3
46	(3.1. 2	2.2. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.2. 2	2.1. 3
47	(3.1. 2	2.2. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.2. 2	2.1. 3
48	(3.1. 2	2.2. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.2. 2	2.1. 3
49	(3.1. 3	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	3.1. 3
50	(3.1. 3	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	3.1. 3
51	(3.1. 3	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	3.1. 3
52	(3.2. 1	2.2. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.2. 2	1.2. 3
53	(3.2. 1	2.2. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.2. 2	1.2. 3
54	(3.2. 1	2.2. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 2	1.2. 3
55	(3.2. 1	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	1.2. 3
56	(3.2. 1	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	1.2. 3
57	(3.2. 1	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	1.2. 3
58	(3.2. 1	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	1.2. 3

59	(3.2. 1	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	1.2. 3
60	(3.2. 1	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	1.2. 3
61	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
62	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
63	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
64	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
65	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
66	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
67	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
68	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
69	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
70	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
71	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
72	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
73	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
74	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
75	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
76	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
77	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
78	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
79	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
80	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
81	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
82	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
83	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
84	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
85	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
86	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
87	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
88	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
89	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
90	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
91	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
92	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
93	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
94	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
95	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
96	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
97	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	2.3. 3
98	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	2.3. 3

99	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	2.3. 3
100	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	2.3. 3
101	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	2.3. 3
102	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	2.3. 3
103	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	2.3. 3
104	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	2.3. 3
105	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	2.3. 3
106	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	3.3. 3
107	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	3.3. 3
108	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	3.3. 3
109	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	3.3. 3
110	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	3.3. 3
111	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	3.3. 3
112	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	3.3. 3
113	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	3.3. 3
114	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	3.3. 3

Wenn man also die präsemiotischen trichotomischen Werte in den Realitätsthematiken via deren Positionen (und damit primär unabhängig von den Zeichenklassen) definiert, wie wir das in dieser Arbeit getan haben, ergibt sich im gesamten realitätsthematischen Teil des dreidimensionalen triadischen Dualsystems eine konstante Verteilung der drei Primzeichen in semiotischer Ordnung als zweite Trichotomien. Daraus folgt aber, dass diese präsemiotischen trichotomischen Werte in den Realitätsthematiken mit jeder Wertbelegung bzw. Primzeichen-Permutation der entsprechenden präsemiotischen Werte in den Zeichenklassen kombiniert werden können. Da den 114 präsemiotischen Realitätsthematiken nur 27 Permutationen gegenüberstehen, sind diese Abbildungen allerdings nicht bijektiv.

Bibliographie

- Götz, Matthias, Schein Designs. Diss. Stuttgart 1982
 Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Typologie dreidimensionaler semiotischer Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
 Toth, Alfred, Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Die räumliche Struktur dreidimensionaler triadischer Realitäten

1. Die dreidimensionale triadische Zeichenrelation

$$3\text{-ZR} = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f)$$

mit ihrer zugehörigen "gemischten" semiotischen Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

besitzt im Gegensatz zur zweidimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

mit ihrer inklusiven semiotischen Ordnung

$$a \leq b \leq c$$

nicht 2 (Eigenrealität, Kategorienrealität), sondern mehrere triadische Realitäten (Toth 2009):

1. Eigenrealitäten

$$12 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3) \times (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3)$$

$$57 \quad (3.2.1 \ 2.2.2 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ 2.2.2 \ 1.2.3)$$

2. Kategorienrealitäten

$$79 \quad (3.2.3 \ 2.2.2 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ 2.2.2 \ 3.2.3)$$

$$91 \quad (3.3.3 \ 2.3.2 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ 2.3.2 \ 3.3.3)$$

3. Permutierte Eigenrealitäten

$$70 \quad (3.2.2 \ 2.2.3 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3)$$

$$73 \quad (3.2.2 \ 2.2.3 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3)$$

$$77 \quad (3.2.3 \ 2.2.1 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ 1.2.2 \ 3.2.3)$$

$$89 \quad (3.3.3 \ 2.3.1 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ 1.3.2 \ 3.3.3),$$

4. Fälle, bei denen nicht oder nicht nur die triadischen Hauptwerte in den Realitätsthematiken permutiert erscheinen, sondern auch die trichotomischen Stellenwerte:

$$18 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.3.3) \times (3.3.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3)$$

$$20 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.1.2) \times (2.1.1 \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

$$23 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

$$26 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

$$30 \quad (3.1.1 \ 2.2.2 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ 2.2.2 \ 1.1.3)$$

$$32 \quad (3.1.1 \ 2.2.3 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ 3.2.2 \ 1.1.3)$$

$$35 \quad (3.1.1 \ 2.3.3 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ 3.3.2 \ 1.1.3)$$

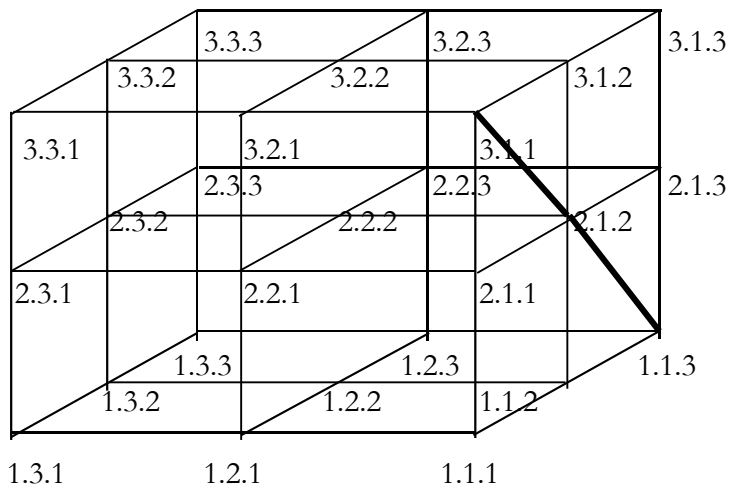
- 43 (3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.1.3)
 46 (3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.1.3)
 59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
 63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3),

wie wir sehen, kommen aus Strukturgründen noch weitere hinzu.

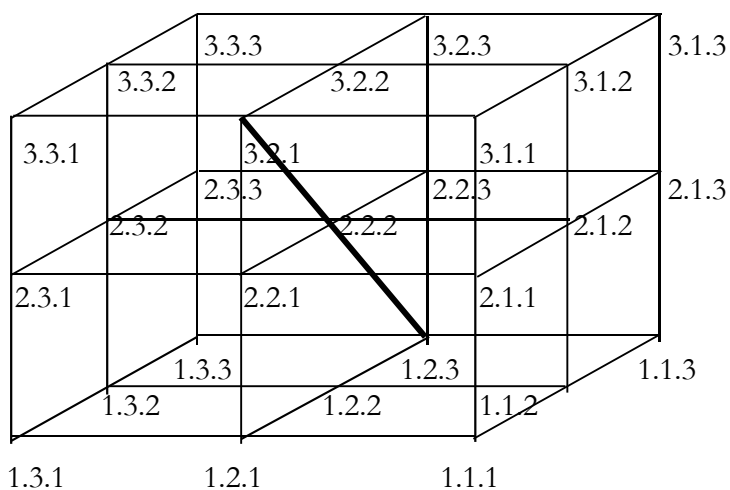
2. Im folgenden wollen wir uns die räumlichen Strukturen dieser 19+ triadischen Realitäten ansehen und gehen dabei von dem dreistelligen semiotischen Simplex aus, das Stiebing (1978, S. 77) vorgeschlagen hatte.

2.1. Eigenrealitäten

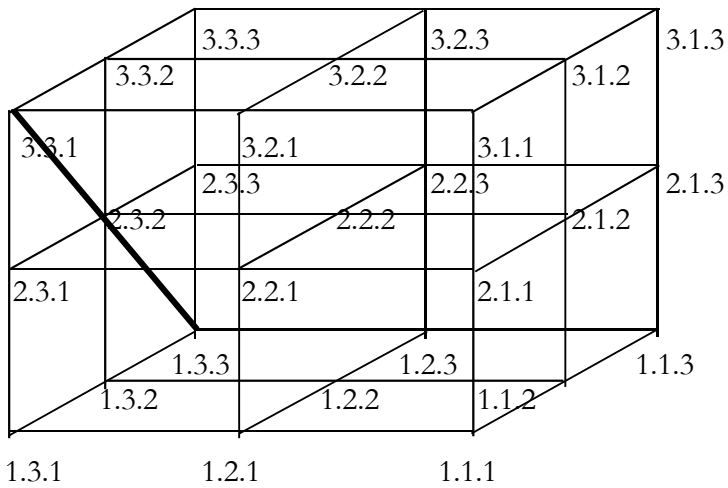
- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)



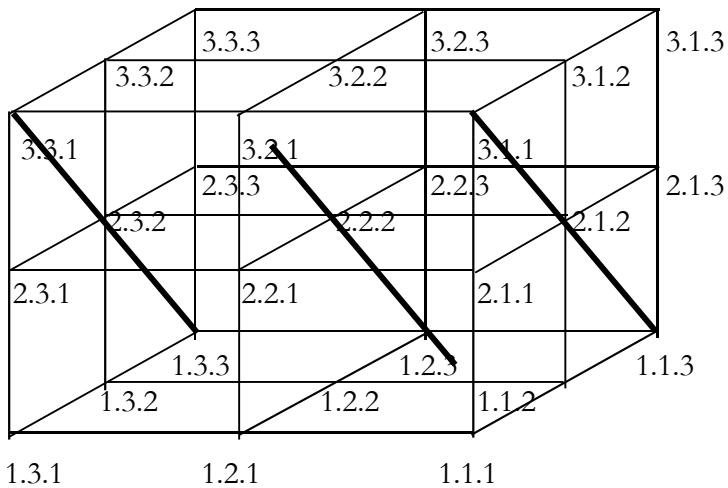
- 57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)



?? (3.3.1 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 1.3.3)

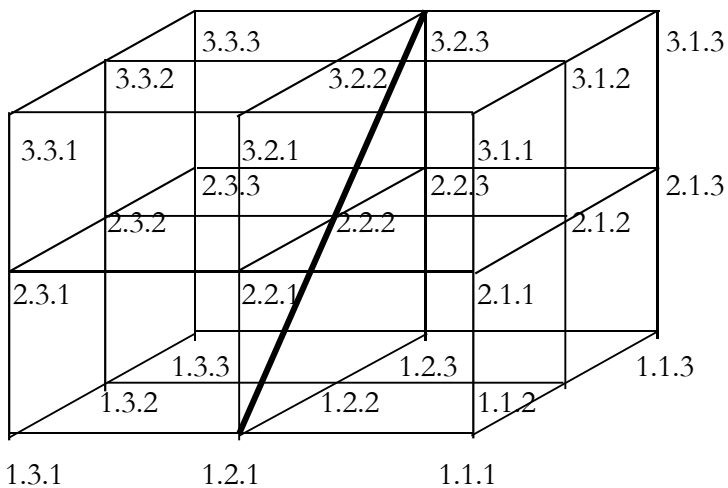


2.2. Übersicht aller drei Eigenrealitäten:

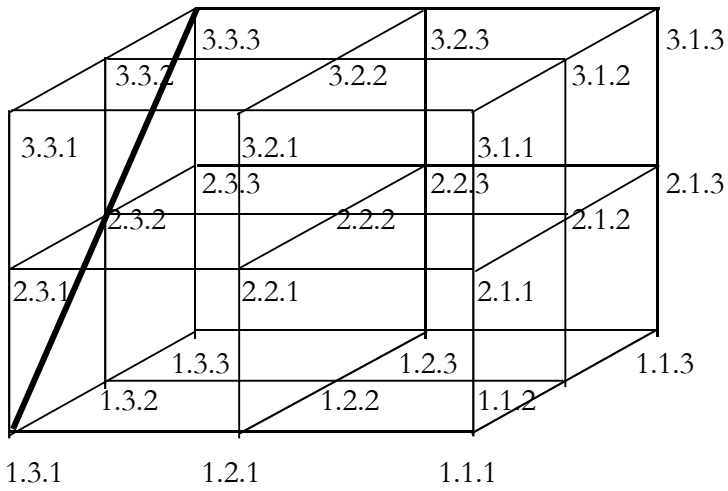


2.3. Kategorienrealitäten

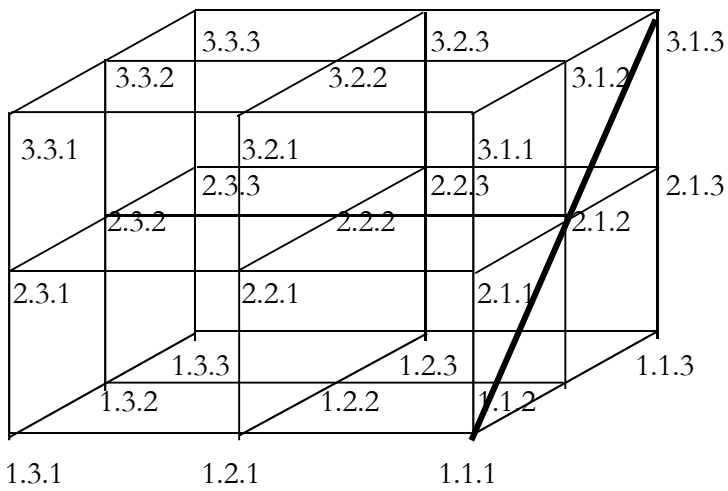
79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)



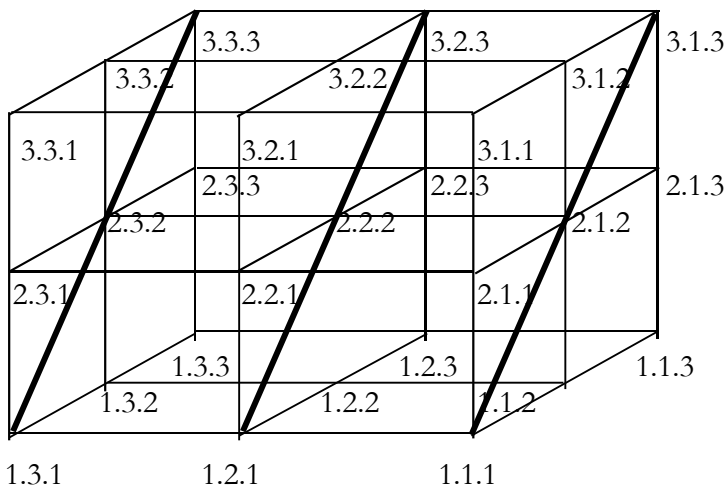
91 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)



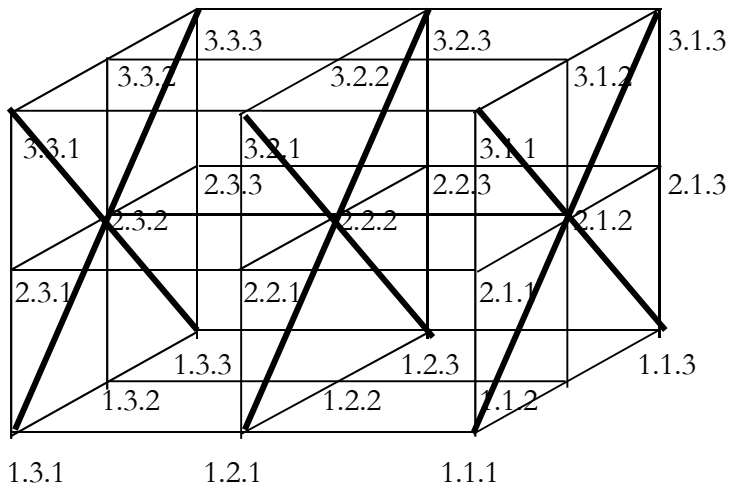
?? (3.1.3 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 3.1.3)



2.4. Übersicht aller drei Kategorienrealitäten:

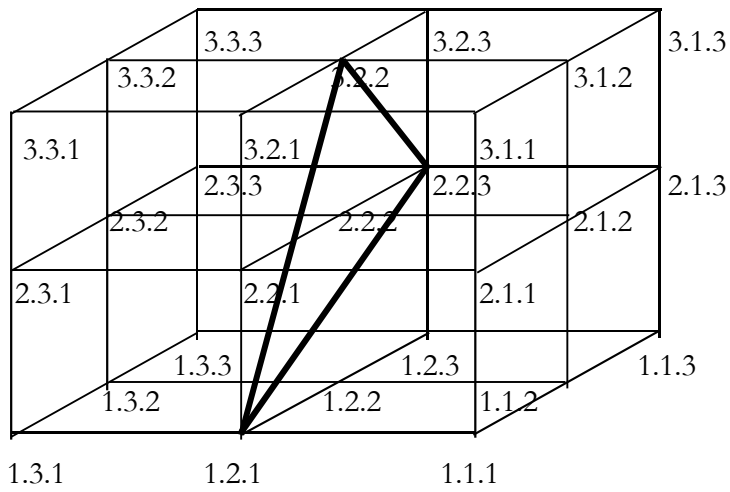


2.5. Übersicht aller drei Eigen- und Kategorienrealitäten:

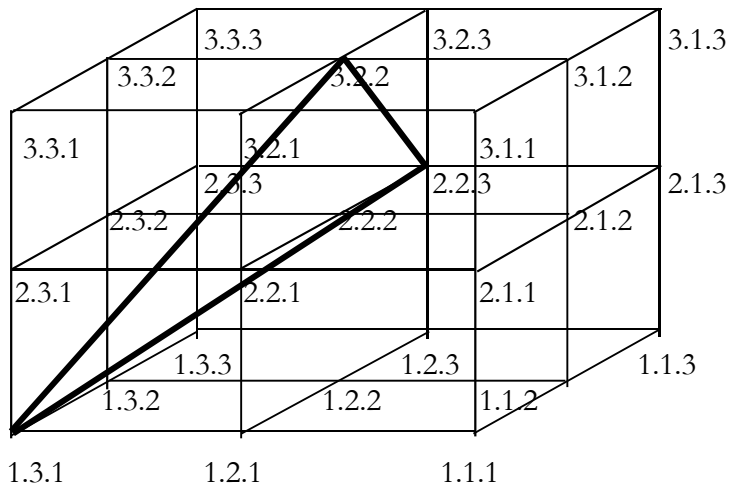


2.6. Permutierte Eigenrealitäten

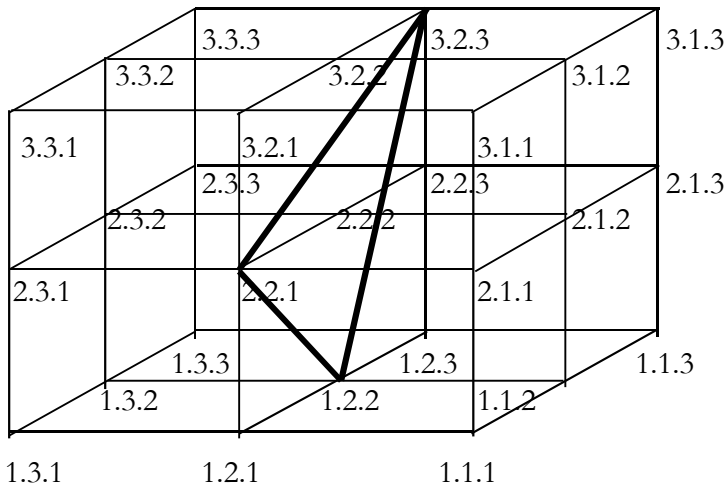
70 $(3.2.2 \ 2.2.3 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3)$



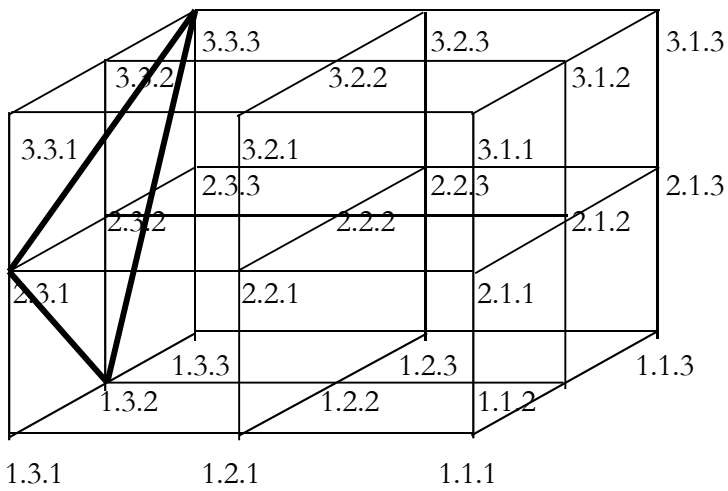
73 $(3.2.2 \ 2.2.3 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3)$



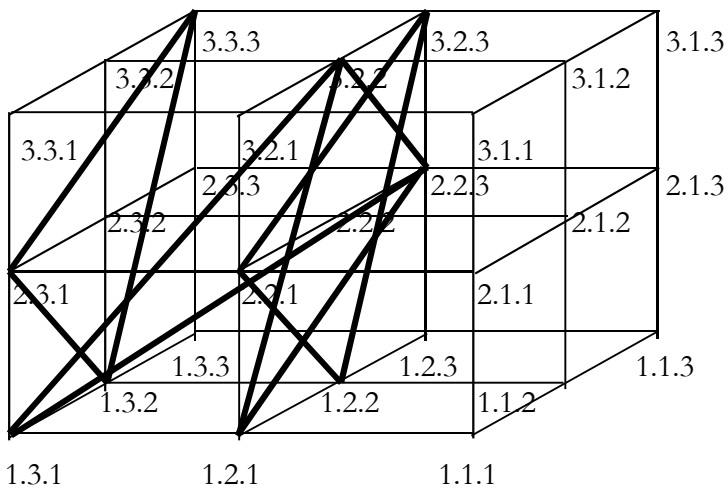
77 $(3.2.3 \ 2.2.1 \ 1.2.2) \times (\underline{2.2.1} \ \underline{1.2.2} \ \underline{3.2.3})$



89 $(3.3.3 \ 2.3.1 \ 1.3.2) \times (\underline{2.3.1} \ \underline{1.3.2} \ \underline{3.3.3})$

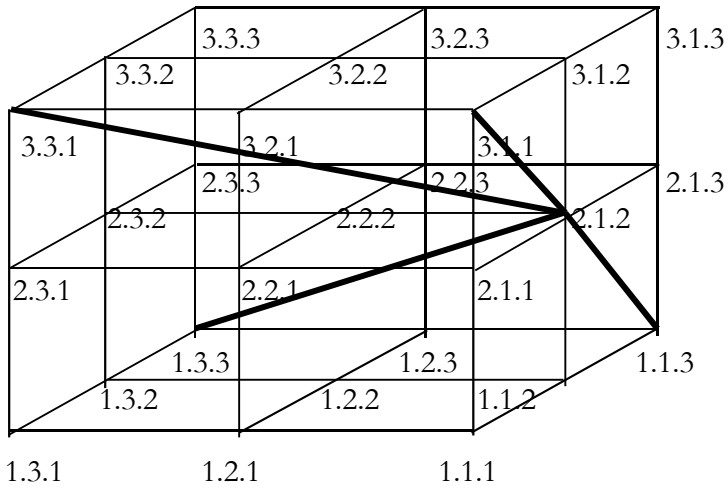


2.7. Zusammengefasste permutierte Realitäten

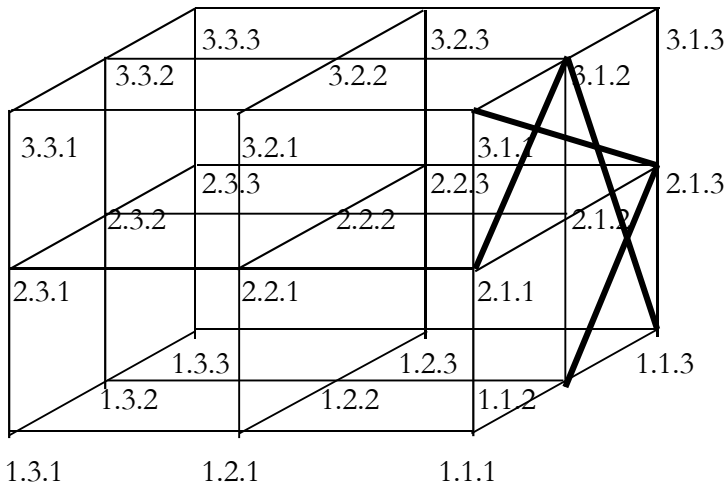


2.8. Bei den folgenden Fällen, wo nicht nur triadische, sondern auch trichotomische Werte permutiert werden, resultieren keine geschlossenen topologischen Flächen mehr:

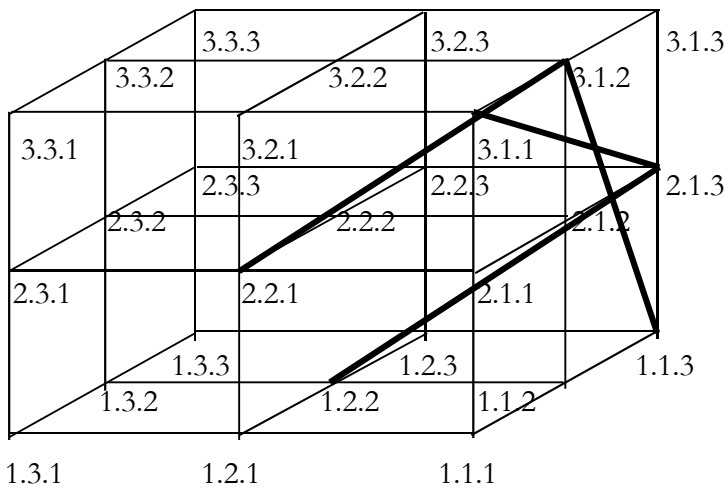
18 $(3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.3.3) \times (3.3.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3)$



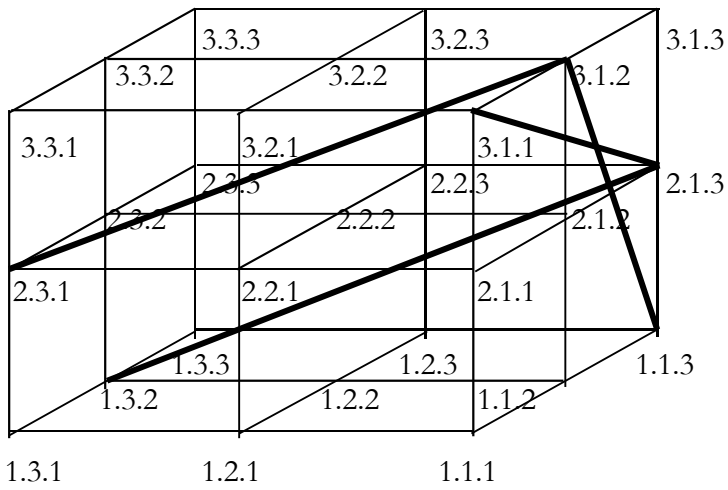
20 $(3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.1.2) \times (2.1.1 \ 3.1.2 \ 1.1.3)$



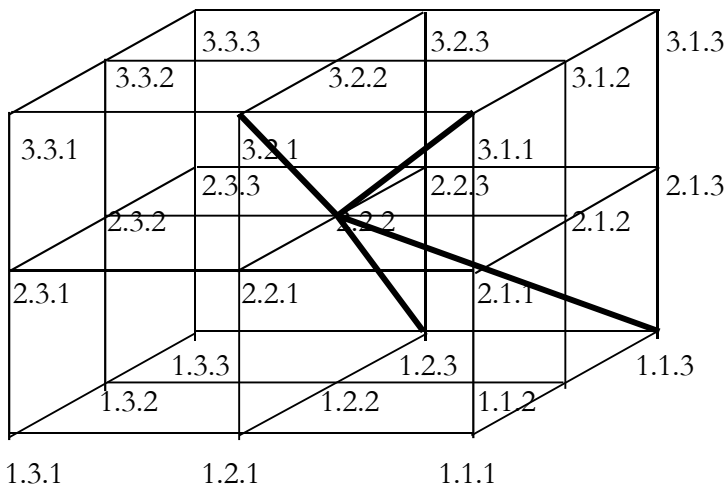
23 $(3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ 3.1.2 \ 1.1.3)$



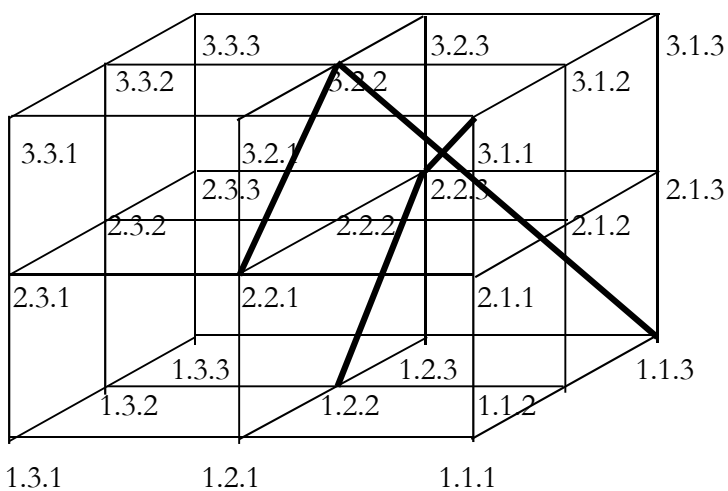
26 $(3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.3.2) \times (\underline{2.3.1} \ \underline{3.1.2} \ \underline{1.1.3})$



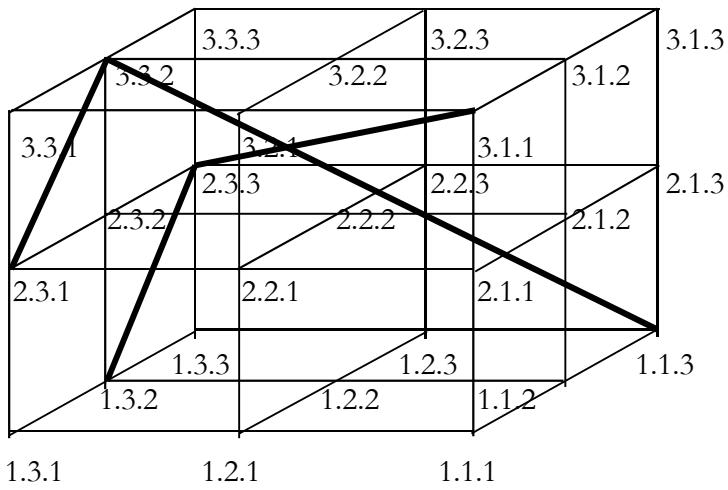
30 $(3.1.1 \ 2.2.2 \ 1.2.3) \times (\underline{3.2.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{1.1.3})$



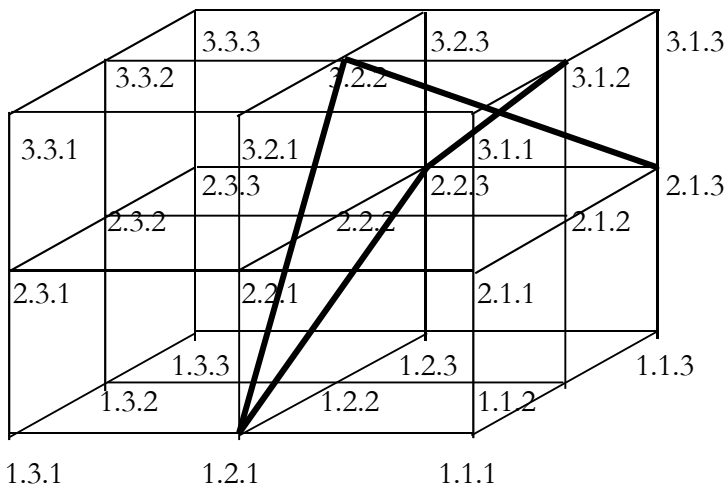
32 $(3.1.1 \ 2.2.3 \ 1.2.2) \times (\underline{2.2.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{1.1.3})$



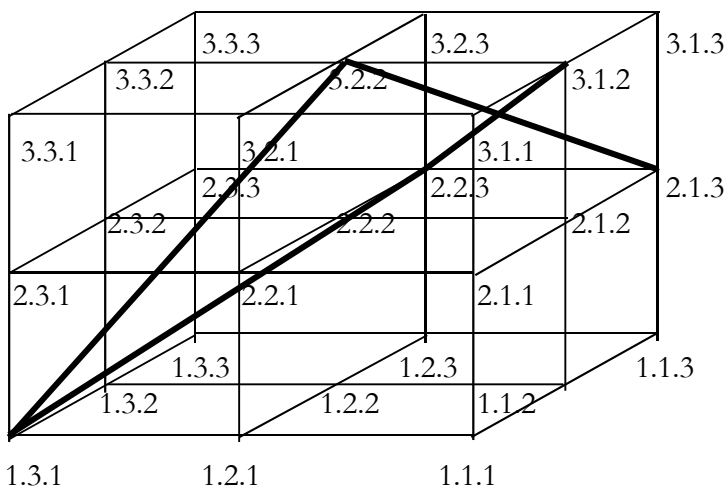
35 $(3.1.1 \ 2.3.3 \ 1.3.2) \times (\underline{2.3.1} \ \underline{3.3.2} \ \underline{1.1.3})$



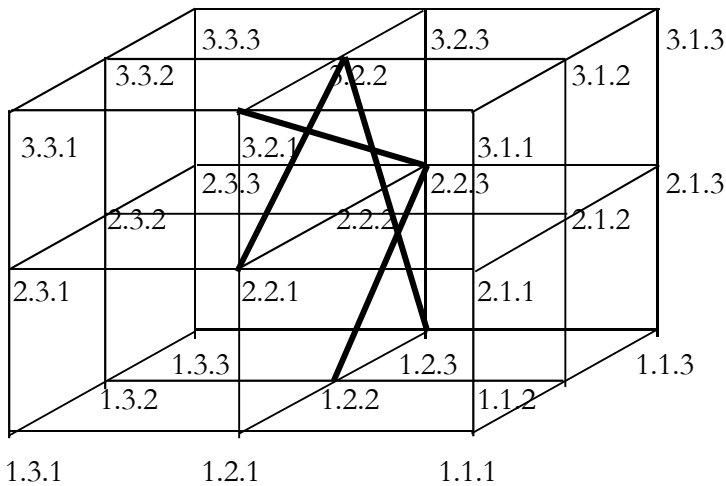
43 $(3.1.2 \ 2.2.3 \ 1.2.1) \times (\underline{1.2.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.3})$



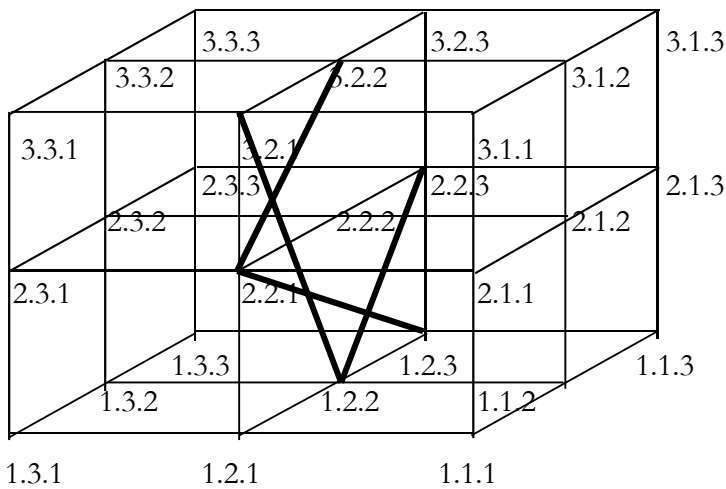
46 $(3.1.2 \ 2.2.3 \ 1.3.1) \times (\underline{1.3.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.3})$



59 $(3.2.1 \ 2.2.3 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ 3.2.2 \ 1.2.3)$



63 $(3.2.2 \ 2.2.1 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ 1.2.2 \ 2.2.3)$



3. Besonders die Fälle der letzten Gruppe dreidimensionaler triadischer Realitäten evozieren das Problem fraktaler Realitäten und damit fraktaler realitätsrepräsentierender Zeichen. Man findet bei dieser Gruppe nämlich zahlreiche Fälle, wo die Abstände zwischen den Teilgraphen der Realitäten und der x-, y- und/oder z-Achse einen Abszissen-, Ordinaten- oder Knotenwert ergibt, der auf gebrochene Dimensionen hinweist. Ich möchte jedoch die vorliegende Arbeit mit dem Hinweis abschließen, dass das Problem fraktaler Zeichen und Realitäten und damit die Rolle der sog. Hausdorff-Besicovich-Dimension in der Semiotik bisher noch nicht einmal aufgeworfen wurde (vgl. jedoch Heyer 1990).

Bibliographie

- Heyer, Herbert, Fraktale: mathematische Definition und ästhetische Signifikanz. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 347-361
- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungen und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Repräsentationstheoretische Isotopie 3-dimensionaler Zeichenklassen

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, wie man die Menge aller Zeichenklassen über der Zeichenrelation

$$3\text{-Zkl} = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

hinblicklich der grossen Anzahl von Kombinationen semiotischer Dimensionen einteilen kann, nämlich in inhärente und adhärente Zeichenklassen. D.h., unter der Voraussetzung, dass die semiotischen Dimensionszahlen a, c, e nicht frei sind, sondern entweder die Werte der Triaden oder der Trichotomien annehmen, können wir die Bildung inhärenter 3-Zeichenklassen mit Hilfe der folgenden beiden semiotischen Operatoren definieren:

$$\eta := \dim(a) = W(\text{Trd})$$

$$\mathfrak{G} := \dim(a) = W(\text{Trch}).$$

Wir bekommen dann für jede der 10 Peirceschen 2-Zeichenklassen ein Paar von 3-Zeichenklassen mit inhärenten semiotischen Dimensionszahlen. In der folgenden Liste ergänzen wir für jede Zeichenklasse ihren Repräsentationswert und kennzeichnen Zeichenklassen mit gleichen Repräsentationswerten durch grosse Buchstaben.

- | | | | |
|----|---|---------------|----------|
| 1. | $\eta(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.1)$ | $R_{pw} = 15$ | |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.1)$ | $R_{pw} = 12$ | |
| 2. | $\eta(3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.2)$ | $R_{pw} = 16$ | A |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.1 \ 1.2) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.2)$ | $R_{pw} = 14$ | |
| 3. | $\eta(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.1 \ 1.1.3)$ | $R_{pw} = 17$ | B |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (1.3.1 \ 1.2.1 \ 3.1.3)$ | $R_{pw} = 16$ | A |
| 4. | $\eta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (3.3.1 \ 2.2.2 \ 1.1.2)$ | $R_{pw} = 17$ | B |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (1.3.1 \ 2.2.2 \ 2.1.2)$ | $R_{pw} = 16$ | A |
| 5. | $\eta(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.2 \ 1.1.3)$ | $R_{pw} = 18$ | C |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (1.3.1 \ 2.2.2 \ 3.1.3)$ | $R_{pw} = 18$ | C |
| 6. | $\eta(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.1 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$ | $R_{pw} = 16$ | A |
| | $\mathfrak{G}(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = (1.3.1 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$ | $R_{pw} = 20$ | D |
| 7. | $\eta(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = (3.3.2 \ 2.2.2 \ 1.1.2)$ | $R_{pw} = 18$ | C |
| | $\mathfrak{G}(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = (2.3.2 \ 2.2.2 \ 2.1.2)$ | $R_{pw} = 18$ | C |

8. $\eta(3.2\ 2.2\ 1.3) = (3.3.2\ 2.2.2\ 1.1.3)$ $R_{pw} = 19$
 $\vartheta(3.2\ 2.2\ 1.3) = (2.3.2\ 2.2.2\ 3.1.3)$ $R_{pw} = 20$ **D**

9. $\eta(3.2\ 2.3\ 1.3) = (3.3.2\ 2.2.3\ 1.1.3)$ $R_{pw} = 20$ **D**
 $\vartheta(3.2\ 2.3\ 1.3) = (2.3.2\ 3.2.3\ 3.1.3)$ $R_{pw} = 22$

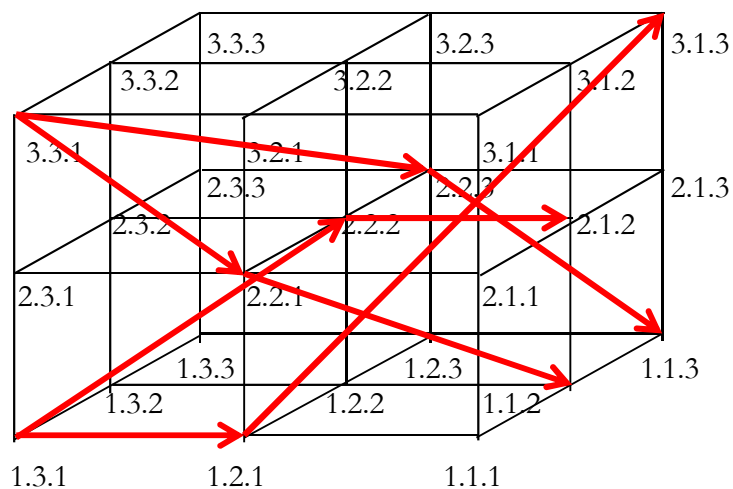
10. $\eta(3.3\ 2.3\ 1.3) = (3.3.3\ 2.2.3\ 1.1.3)$ $R_{pw} = 21$
 $\vartheta(3.3\ 2.3\ 1.3) = (3.3.3\ 3.2.3\ 3.1.3)$ $R_{pw} = 24$

Wir nehmen auch noch die homogene 3-dimensionale Entsprechung der genuinen Kategorienklasse hinzu:

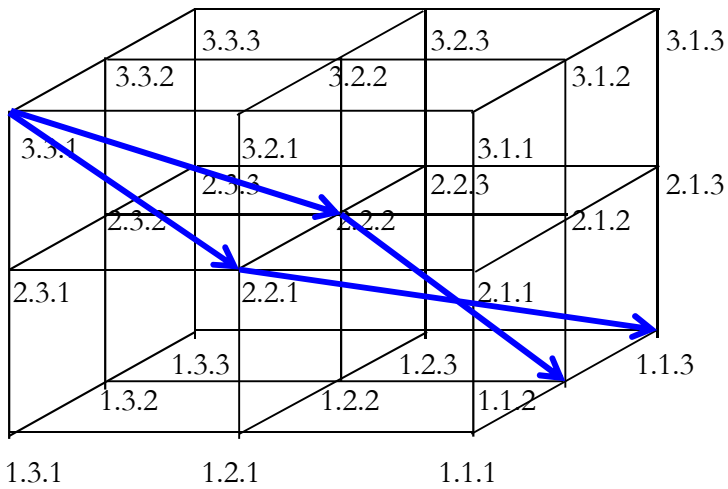
11. $\eta(3.3\ 2.2\ 1.1) = (3.3.3\ 2.2.2\ 1.1.1)$ $R_{pw} = 18$ **C**
 $\vartheta(3.3\ 2.2\ 1.1) = (3.3.3\ 2.2.2\ 1.1.1)$ $R_{pw} = 18$ **C**

2. Im folgenden zeichnen wir nun die 4 Typ-A, die 2 Typ-B, die 6 (4) Typ-C und die 3 Typ-D-Zeichenklassen in den Stiebingschen Zeichenkubus ein.

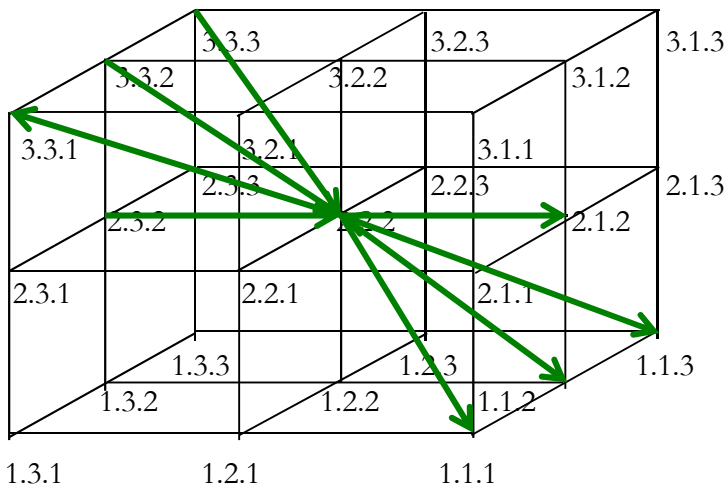
2.1. Typ-A.-Zeichenklassen:



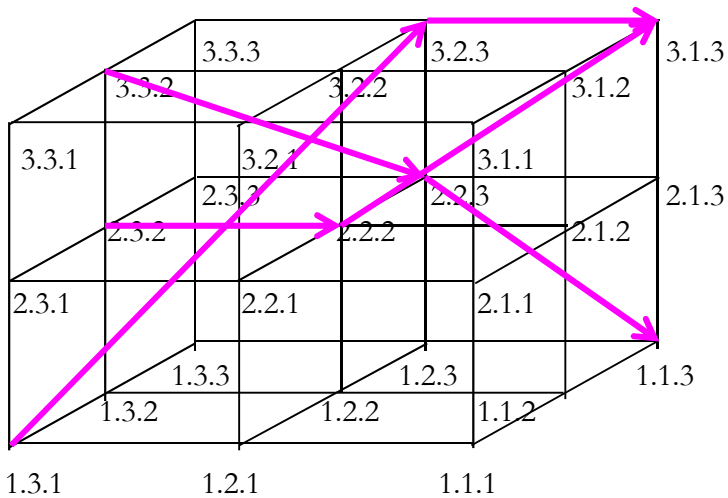
2.2. Typ-B-Zeichenklassen:



2.3. Typ-C-Zeichenklassen:



2.4. Typ-D-Zeichenklassen:



Die Typen A-D von inhärenten Zeichenklassen sind also repräsentationstheoretisch isotop, obwohl ihre Funktionsgraphen im Zeichenraum völlig verschieden sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Dimensionsmatrizen

1. In Toth (2009a) wurde gezeigt, dass eine minimale Zeichenklasse, welche ein vollständiges semiotisches Dualsystem zusammen mit allen Permutationen und Kompositionen repräsentiert, 12-dimensional sein muss. In Toth (2009b) wurde festgestellt, dass es zwei mögliche Definitionen einer 12-dimensionalen Zeichenklasse gibt:

(1) 12-ZR = $((\alpha.\beta(a.b)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(c.d)\eta.\theta) (i.\kappa(e. f)\lambda.\mu))$
 mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, +1\}$ und $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$,

(2) 12-ZR = $(\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma(e.f))$
 mit $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

Abgekürzte Notationen sind

(3) 12-ZR = $\{[\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, +1\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$

(4) 12-ZR = $\{[\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$.

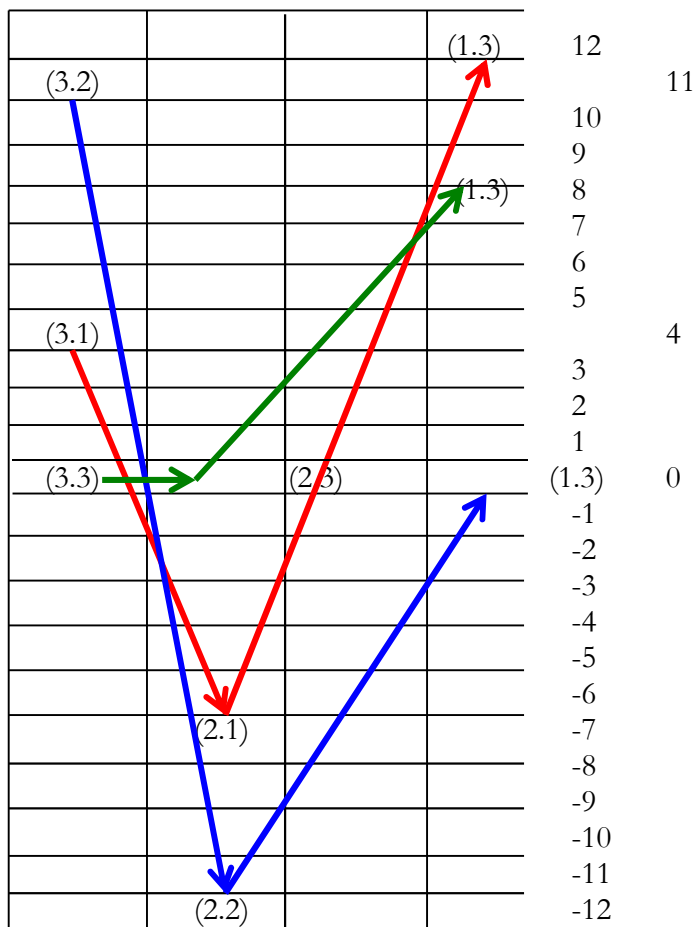
2. In diesem Aufsatz führen wir Matrizendarstellung für beide Notationsformen ein. Zur Illustration der Matrizendarstellung für (3) nehmen wir die

12-Zkl = $((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.1).0.0) (1.1(1.3)-1.-1))$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•	•					•	•
0		•	•				•	•				
+1	•			•					•	•		

Zur Illustration der Matrizendarstellung für (4) nehmen wir die drei folgenden 12-Zkln:

12-Zkl = ((4.3.1) (-7.2.1) (12.1.3))
 12-Zkl = ((11.3.2) (-12.2.2) (1.3))
 12-Zkl = ((3.3) (2.3) (8.1.3))



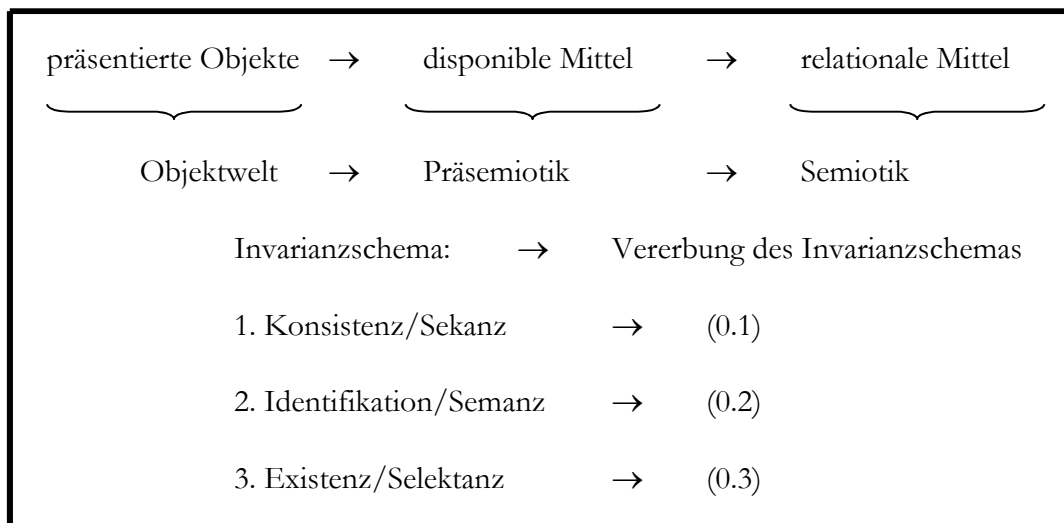
Wie man sieht, ergibt sich hier das Problem, dass weder zwischen trichotomisch verschiedenen noch zwischen positiven und negativen Subzeichen unterschieden werden kann.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die Semiose dreidimensionaler Zeichen

1. In Toth (2008a, S. 166 ff.) sowie in Toth (2008b, Bd. 2, S. 196 ff.) wurde ein Modell der Genese von Zeichen vorgeschlagen, das in Übereinstimmung mit der von Götz (1982, S. 4, 28) angesetzten präsemiotischen Trichotomie davon ausgeht, dass bei der thetischen Setzung eines Zeichens für ein Objekt im Sinne der Metaobjektivierung (vgl. Bense 1967, S. 9) durch den Zeichensetzer bzw. Zeicheninterpretierer festgestellte Form-, Funktions- und Gestalteeigenschaften der Objekte sich im Sinne kategorialer Vererbung auf den Zeichenträger, d.h. den semiotischen Mittelbezug, vererben und von dort analogisch auf die beiden anderen Bezüge des triadischen Zeichens, den Objekt- und Interpretantenbezug, übertragen werden:



Rein formal erhält man durch die kartesische Produktbildung der präsemiotischen Trichotomie mit sich selbst folgende präsemiotische Matrix:

	0.1	0.2	0.3
0.1	(0.1 0.1)	(0.1 0.2)	(0.1 0.3)
0.2	(0.2 0.1)	(0.2 0.2)	(0.2 0.3)
0.3	(0.3 0.1)	(0.3 0.2)	(0.3 0.3)

Wenn wir nun diese präsemiotische Matrix zum Ausgangspunkt der hier einsetzenden semiotischen oder eigentlichen Semiose machen, dann ergeben sich zwei formale Möglichkeiten:

1. Es gilt: $(0.1\ 0.1) \rightarrow (1.1)$, $(0.1\ 0.2) \rightarrow (1.2)$, $(0.1\ 0.3) \rightarrow (1.3)$ durch kategoriale Reduktion und $(0.2\ 0.1) \rightarrow (2.1)$, $(0.2\ 0.2) \rightarrow (2.2)$, $(0.2\ 0.3) \rightarrow (2.3)$; $(0.3\ 0.1) \rightarrow (3.1)$, $(0.3\ 0.2) \rightarrow (3.2)$ und $(0.3\ 0.3) \rightarrow (3.3)$ durch kategoriale Reduktion und Vererbung. Mit anderen Worten: Die Dreierheit oder präsemiotische Triade des Invarianschemas "Konsistenz-Identifikation-Existenz" wird für jede der drei Invarianzen iteriert, wobei deren Merkmale gleich weitervererbt werden, so dass also aus drei präsemiotischen Triaden drei präsemiotische Trichotomien entstehen, deren kategoriale Struktur das gleiche Invarianschema haben:

Sekanz-Konsistenz:	0.1 →	1.1 → 2.1 → 3.1
Semanz-Identifikation:	0.2 →	1.2 → 2.2 → 3.2
Selektanz-Existenz:	0.3 →	1.3 → 2.3 → 3.3

2. Statt die präsemiotische Trichotomie via kategoriale Reduktion an die semiotischen Trichotomien zu vererben, wird ersterer ein eigener trichotomischer Stellenwert neben letzteren eingeräumt

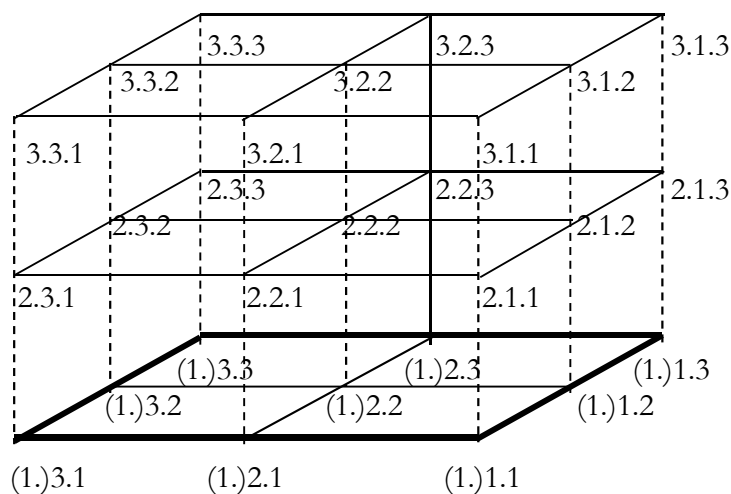
(a.b) → (a.b.c),

d.h. die Primzeichenstruktur wird erweitert. Nun ist es aber so, dass alle drei Variablen alle drei semiotischen Werte (1, 2, 3) einnehmen können, so dass sich für (a.b.c) insgesamt 27 Kombinationen ergeben, also mehr als die 9 für die semiotische Matrix erforderlichen. Da einer der drei Werte für die Triaden und ein weiterer für die Trichotomien reserviert ist, liegt es also nahe, den übrigen Wert als Zeichen der semiotischen Dimension zu interpretieren, d.h. als kategoriale Mitführung der Objektskennzeichnung (Sekanz, Semanz, Selektanz) aus der präsemiotischen Trichotomie. Anders gesagt, in der 1. Möglichkeit wird die präsemiotische Trichotomie in die Dyaden der triadischen Relation integriert, in der 2. Möglichkeit wird ihr in den zu Triaden erweiterten Dyaden der triadischen Relation ein eigener Platz eingeräumt.

Man kann also die 1. Möglichkeit des präsemiotisch-semiotischen Übergangs wie folgt darstellen:

	0.1	0.2	0.3		.	1	.2	.3
0.1	(0.1 0.1)	(0.1 0.2)	(0.1 0.3)		1.	1.1	1.2	1.3
0.2	(0.2 0.1)	(0.2 0.2)	(0.2 0.3)	⇒	2.	2.1	2.2	2.3
0.3	(0.3 0.1)	(0.3 0.2)	(0.3 0.3)		3.	3.1	3.2	3.3

Die 2. Möglichkeit lässt sich dagegen am besten wie folgt skizzieren (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



Es wird also sozusagen auf die Grundfläche der 2-dimensionalen Zeichenebene eine dreifache Projektion aufgesetzt, wobei sich die 9 Primzeichen der 2-dimensionalen Ebene (1.) auf der zweiten (2.) und dritten Ebene (3.) des Zeichenkubus wiederholen:

(1.1) → (1.1.1), (2.1.1), (3.1.1)

(1.2) → (1.1.2), (2.1.2), (3.1.2)

(1.3) → (1.1.3), (2.1.3), (3.1.3)

(2.1) → (1.2.1), (2.2.1), (3.2.1)

(2.2) → (1.2.2), (2.2.2), (3.2.2)

(2.3) → (1.2.3), (2.2.3), (3.2.3)

(3.1) → (1.3.1), (2.3.1), (3.3.1)

(3.2) → (1.3.2), (2.3.2), (3.3.2)

(3.3) → (1.3.3), (2.3.3), (3.3.3)

Damit bekommen wir nach der 1. Möglichkeit ein 2-dimensionales tetradisch-trichotomisches Zeichenmodell

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d), a...d ∈ {1, 2, 3}

das den 0-relationalen Bereich als Verortung der triadischen Zeichenrelation ZR = (.1., .2., .3.) und damit als Qualität enthält. Im präsemiotischen Zeichenmodell PZR gibt es also noch keine kontexturale Trennung von Zeichen und Objekt.

Nach der 2. Möglichkeit bekommen wir ein 3-dimensionales triadisch-doppel-trichotomisches Zeichenmodell

PZR* = (3.a.b 2.c.d 1.e.f), a...f ∈ {1, 2, 3},

das den 0-relationalen Bereich als 2. Trichotomie in die zu Triaden erweiterten Dyaden integriert und damit ebenfalls als Qualität enthält. Wie in PZR, gibt es also auch in PZR* noch keine kontexturale Trennung von Zeichen und Objekt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Semiotische Eigendimensionen

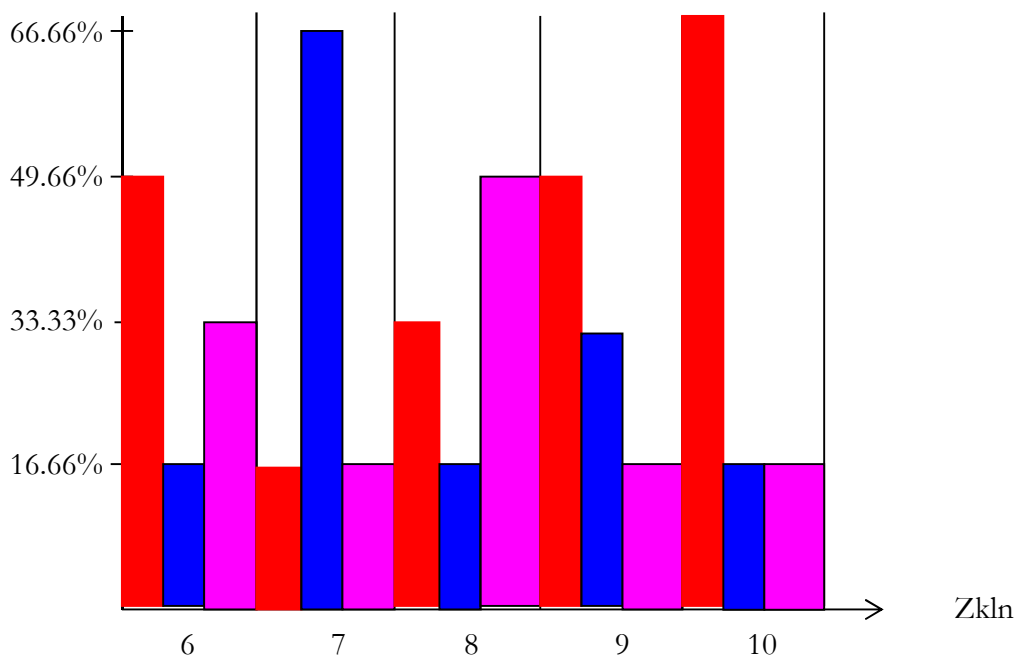
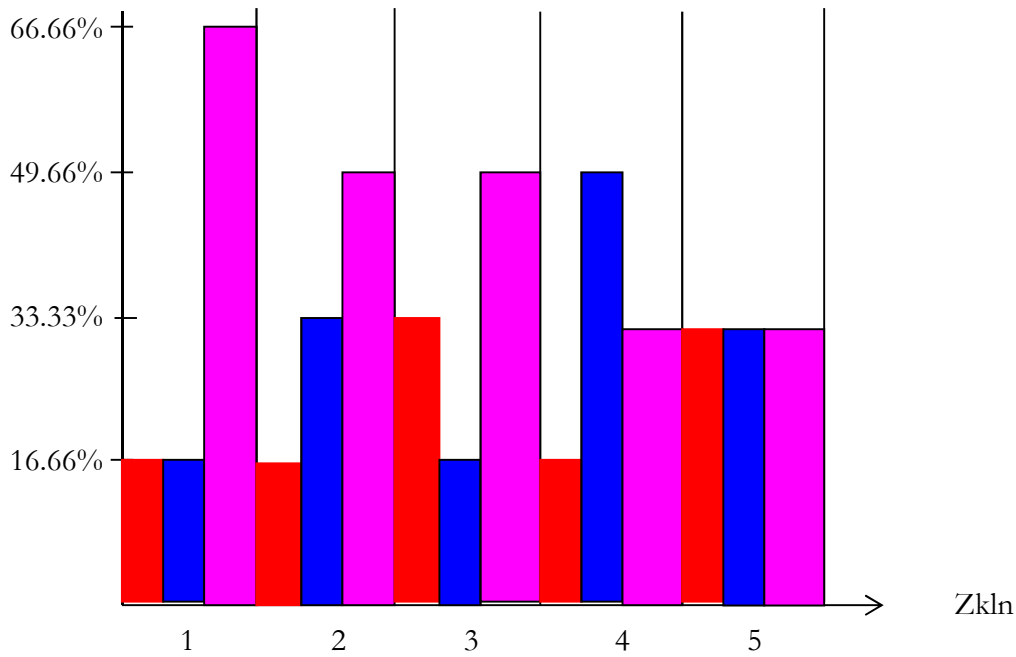
1. In Toth (2009a, b, c) wurde eine wahrscheinlichkeitstheoretische Semiotik skizziert, wobei die prozentualen Wahrscheinlichkeitswerte pro Zeichenklasse bezogen auf die Intervalle der drei Modalkategorien ausgerechnet wurden. Für die 10 peirceschen Zeichenklassen ergab sich:

1. (3.1 2.1 1.1) → (NM WM MM): $N = \frac{1}{4}$, $W = \frac{1}{4}$, $M = 1$
2. (3.1 2.1 1.2) → (NM WM MW): $N = \frac{1}{4}$, $W = \frac{1}{2}$, $M = \frac{3}{4}$
3. (3.1 2.1 1.3) → (NM WM MN): $N = \frac{1}{2}$, $W = \frac{1}{4}$, $M = \frac{3}{4}$
4. (3.1 2.2 1.2) → (NM WW MW): $N = \frac{1}{4}$, $W = \frac{3}{4}$, $M = \frac{1}{2}$
5. (3.1 2.2 1.3) → (NM WW MN): $N = \frac{1}{2}$, $W = \frac{1}{2}$, $M = \frac{1}{2}$
6. (3.1 2.3 1.3) → (NM WN MN): $N = \frac{3}{4}$, $W = \frac{1}{4}$, $M = \frac{1}{2}$
7. (3.2 2.2 1.2) → (NW WW MW): $N = \frac{1}{4}$, $W = 1$, $M = \frac{1}{4}$
8. (3.2 2.2 1.3) → (NW WW MN): $N = \frac{1}{2}$, $W = \frac{3}{4}$, $M = \frac{1}{4}$
9. (3.2 2.3 1.3) → (NW WN MN): $N = \frac{3}{4}$, $W = \frac{1}{2}$, $M = \frac{1}{4}$
10. (3.3 2.3 1.3) → (NN WN MN): $N = 1$, $W = \frac{1}{4}$, $M = \frac{1}{4}$

Alle Zeichenklassen haben also die Summe der Wahrscheinlichkeitswerte $\sum p = 1 \frac{1}{2} Rpw = 100\%$. Wir können also die einzelnen Wahrscheinlichkeitswerte wie folgt in Prozentzahlen umrechnen:

1. (3.1 2.1 1.1) → (NM WM MM): $N = 16.66\%$, $W = 16.66\%$, $M = 66.66\%$
2. (3.1 2.1 1.2) → (NM WM MW): $N = 16.66\%$, $W = 33.33\%$, $M = 49.99$
3. (3.1 2.1 1.3) → (NM WM MN): $N = 33.33\%$, $W = 16.66\%$, $M = 49.99$
4. (3.1 2.2 1.2) → (NM WW MW): $N = 16.66\%$, $W = 49.99$, $M = 33.33\%$
5. (3.1 2.2 1.3) → (NM WW MN): $N = 33.33\%$, $W = 33.33\%$, $M = 33.33\%$
6. (3.1 2.3 1.3) → (NM WN MN): $N = 49.99$, $W = 16.66\%$, $M = 33.33\%$
7. (3.2 2.2 1.2) → (NW WW MW): $N = 16.66\%$, $W = 66.66$, $M = 16.66\%$
8. (3.2 2.2 1.3) → (NW WW MN): $N = 33.33\%$, $W = 49.99$, $M = 16.66\%$
9. (3.2 2.3 1.3) → (NW WN MN): $N = 49.99$, $W = 33.33\%$, $M = 16.66\%$
10. (3.3 2.3 1.3) → (NN WN MN): $N = 66.66$, $W = 16.66\%$, $M = 16.66\%$

In einem nächsten Schritt kann man die prozentualen Wahrscheinlichkeitswerte in einen Graphen einzeichnen:

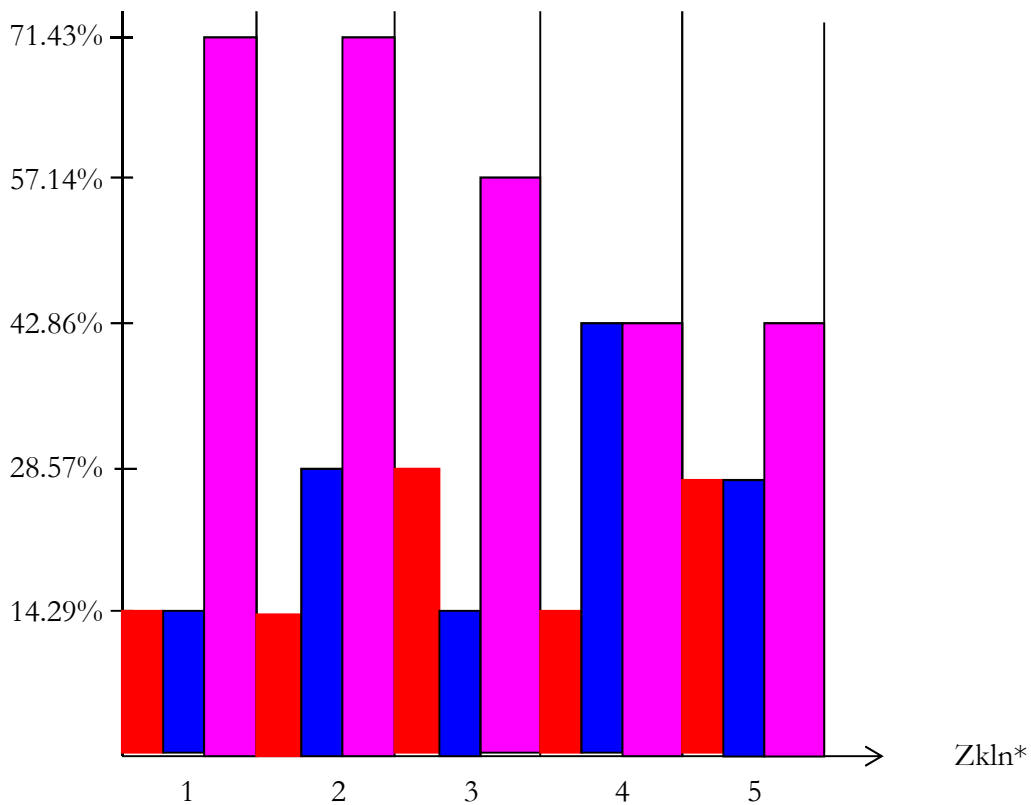


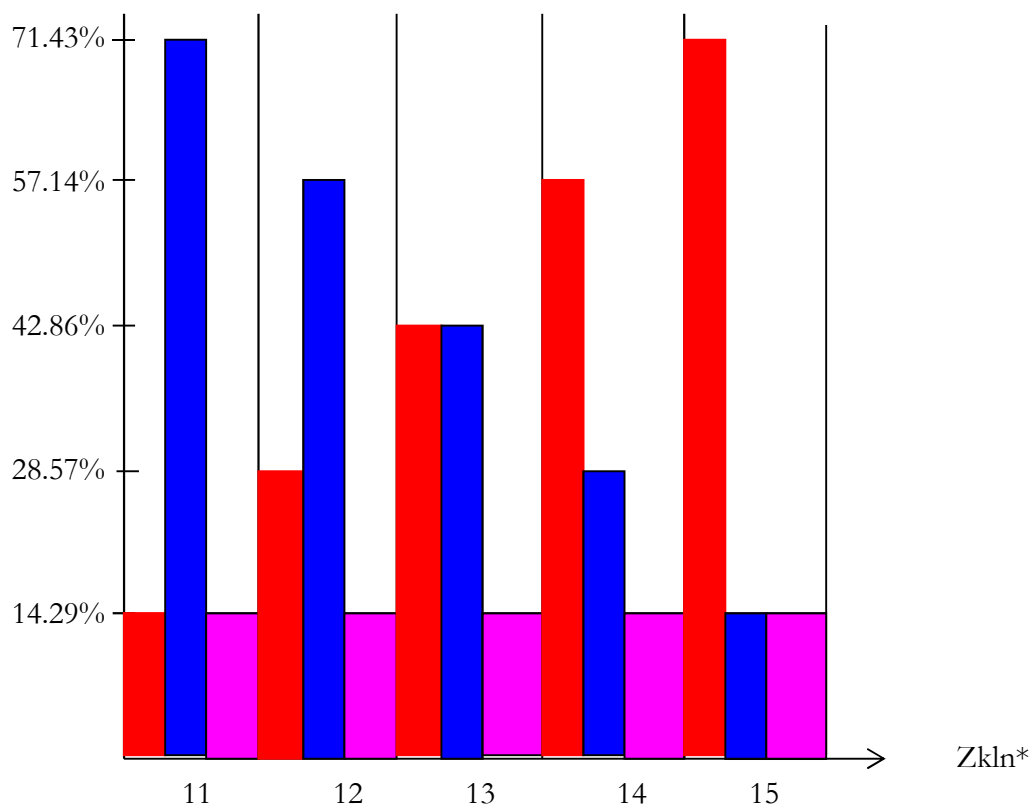
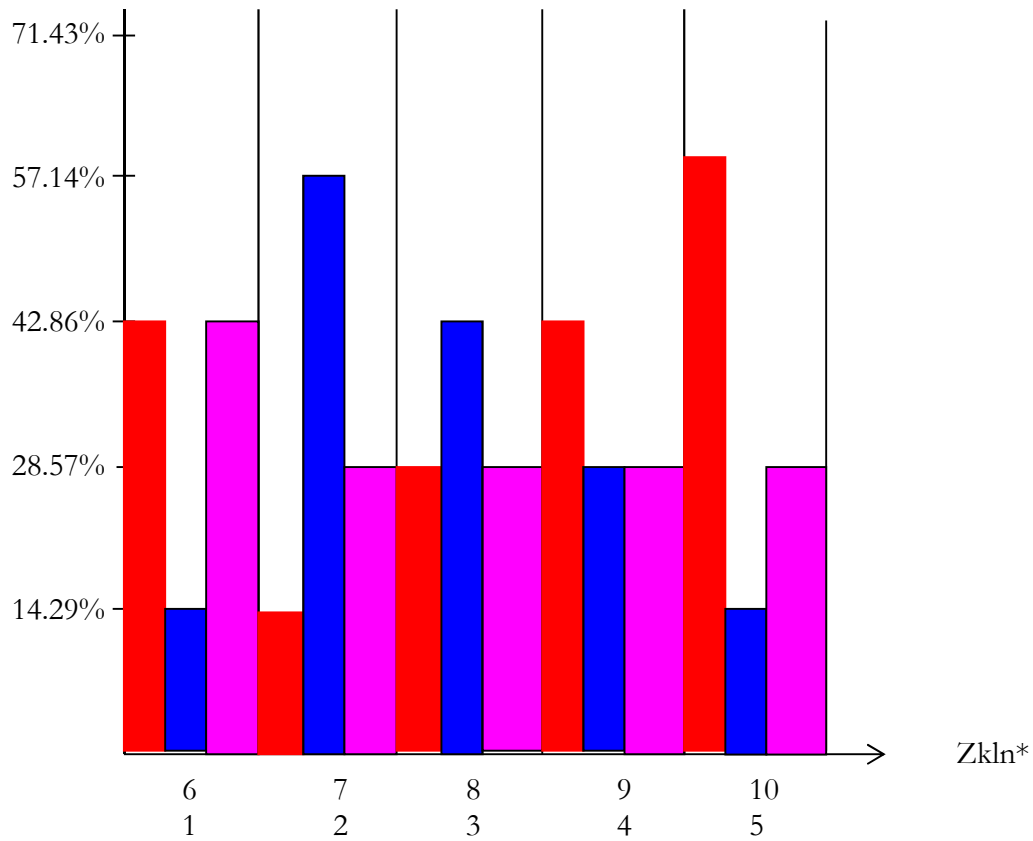
2. Wenn wir das Prozedere nun auf $ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$, d.h. für die um das eingebettete kategoriale Objekt (0.d) erweiterte Peircesche Zeichenrelation anwenden, bekommen wir die folgenden Prozentzahlen. Hier setzen wir: $7/5 = 1.4 = 100\%$.

- | | | |
|----|---------------------------------|------------------------------------|
| 1. | (3.1 2.1 1.1 0.1) → (NM WM MM): | N = 14.29%, W = 14.29%, M = 71,43% |
| 2. | (3.1 2.1 1.1 0.2) → (NM WM MM): | N = 14.29%, W = 28.57%, M = 57.14% |
| 3. | (3.1 2.1 1.1 0.3) → (NM WM MM): | N = 28.57%, W = 14.29%, M = 57.14% |
| 4. | (3.1 2.1 1.2 0.2) → (NM WM MW): | N = 14.29%, W = 42.86%, M = 42.86% |
| 5. | (3.1 2.1 1.2 0.3) → (NM WM MW): | N = 28.57%, W = 28.57%, M = 42.86% |
| 6. | (3.1 2.1 1.3 0.3) → (NM WM MN): | N = 42.86%, W = 14.29%, M = 42.86% |
| 7. | (3.1 2.2 1.2 0.2) → (NM WW MW): | N = 14.29%, W = 57.14%, M = 28.57% |

- 8. (3.1 2.2 1.2 0.3) → (NM WW MW): N = 28.57%, W = 42.86%, M = 28.57%
- 9. (3.1 2.2 1.3 0.3) → (NM WW MN): N = 42.86%, W = 28.57%, M = 28.57%
- 10. (3.1 2.3 1.3 0.3) → (NM WN MN): N = 57.14%, W = 14.29%, M = 28.57%
- 11. (3.2 2.2 1.2 0.2) → (NW WW MW): N = 14.29%, W = 71,43%, M = 14.29%
- 12. (3.2 2.2 1.2 0.3) → (NW WW MW): N = 28.57%, W = 57.14%, M = 14.29%
- 13. (3.2 2.2 1.3 0.3) → (NW WW MN): N = 42.86%, W = 42.86%, M = 14.29%
- 14. (3.2 2.3 1.3 0.3) → (NW WN MN): N = 57.14%, W = 28.57%, M = 14.29%
- 15. (3.3 2.3 1.3 0.3) → (NN WN MN): N = 71,43%, W = 14.29%, M = 14.29%

Die zugehörigen Graphen sehen wie folgt aus:





3. Man erkennt also, dass die Balken der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für jede ZR ebenso wie für jede ZR* verschieden sind, wobei rot für N (Notwendigkeit), blau für W (Wirklichkeit) und lila für M (Möglichkeit) steht. Für ZR ergibt sich also eine Rechnung mit $1/6$, für ZR* eine Rechnung

mit 1/7. Danach ist also jede Zeichenklasse ebenso wie jede Zeichenklasse* durch ein Tripel von Sechsteln bzw. von Siebteln eindeutig bestimmt:

1. (3.1 2.1 1.1) → (NM WM MM): [1/6, 1/6, 4/6]
2. (3.1 2.1 1.2) → (NM WM MW): [1/6, 2/6, 3/6]
3. (3.1 2.1 1.3) → (NM WM MN): [2/6, 1/6, 3/6]
4. (3.1 2.2 1.2) → (NM WW MW): [1/6, 3/6, 2/3]
5. (3.1 2.2 1.3) → (NM WW MN): [2/6, 2/6, 2/6]
6. (3.1 2.3 1.3) → (NM WN MN): [3/6, 1/6, 2/6]
7. (3.2 2.2 1.2) → (NW WW MW): [1/6, 4/6, 1/6]
8. (3.2 2.2 1.3) → (NW WW MN): [2/6, 3/6, 1/6]
9. (3.2 2.3 1.3) → (NW WN MN): [3/6, 2/6, 1/6]
10. (3.3 2.3 1.3) → (NN WN MN): [4/6, 1/6, 1/6]

1. (3.1 2.1 1.1 0.1) → (NM WM MM): [1/7, 1/7, 5/7]
2. (3.1 2.1 1.1 0.2) → (NM WM MM): [1/7, 2/7, 4/7]
3. (3.1 2.1 1.1 0.3) → (NM WM MM): [2/7, 1/7, 4/7]
4. (3.1 2.1 1.2 0.2) → (NM WM MW): [1/7, 3/7, 3/7]
5. (3.1 2.1 1.2 0.3) → (NM WM MW): [2/7, 2/7, 3/7]
6. (3.1 2.1 1.3 0.3) → (NM WM MN): [3/7, 1/7, 3/7]
7. (3.1 2.2 1.2 0.2) → (NM WW MW): [1/7, 4/7, 2/7]
8. (3.1 2.2 1.2 0.3) → (NM WW MW): [2/7, 3/7, 2/7]
9. (3.1 2.2 1.3 0.3) → (NM WW MN): [3/7, 2/7, 2/7]
10. (3.1 2.3 1.3 0.3) → (NM WN MN): [4/7, 1/7, 2/7]
11. (3.2 2.2 1.2 0.2) → (NW WW MW): [1/7, 5/7, 1/7]
12. (3.2 2.2 1.2 0.3) → (NW WW MW): [2/7, 4/7, 1/7]
13. (3.2 2.2 1.3 0.3) → (NW WW MN): [3/7, 3/7, 1/7]
14. (3.2 2.3 1.3 0.3) → (NW WN MN): [4/7, 2/7, 1/7]
15. (3.3 2.3 1.3 0.3) → (NN WN MN): [5/7, 1/7, 1/7]

Man kann nun diese Tripel als die drei Dimensionszahlen jeder Zeichenklasse der Form

$$ZR = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

interpretieren, d.h. (a, c, e) sind Elemente der Menge aller Tripel der 10 peirceschen Zeichenklassen. Ebenso gilt, dass für jede Zeichenklasse* der Form

$$ZR^* = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f \ g.0.h)$$

die (a, c, e, g) Elemente der Menge aller Tripel der 15 erweiterten Zeichenklassen* sind.

Daraus folgt nun allerdings, dass diese den Zeichenklassen und den Zeichenklassen* kraft ihrer eigenen Wahrscheinlichkeitswerte inhärierenden Dimensionen die Eigendimensionen dieser Zeichenklassen und Zeichenklassen* sind. Als Eigendimensionen sind sie allerdings durchwegs fraktal. Zeichen gehören also als Gebilde, die nur qua Mittelbezug mit der material-stofflichen Welt konkret verbunden sind, zu den Fraktalen, wobei nicht nur die Dimensionen der Mittelbezüge in Bezug auf die stofflichen, disponiblen Mittel, sondern auch die Objektbezüge in Bezug auf die vorthetischen Objekte und die Interpretantenbezüge in Bezug auf die Interpreten fraktal sind.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Semiotik und Wahrscheinlichkeitslogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Wahrscheinlichkeitslogische Komplementarität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Definition der Negation in der semiotischen Wahrscheinlichkeitslogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

2-dimensionale semiotische Synkopen und ihre 3-dimensionale Auflösung

1. Nach dem von Walther (1982) gefundenen semiotischen Satz des determinantensymmetrischen Dualitätssystems hängt die eigenreale Zeichenklasse

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

in mindestens einem und höchstens zwei Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse sowie Realitätsthematik des Systems der 10 Peirceschen Zeichenklassen zusammen:

$$\begin{array}{l}
 1 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 2.1 & 1.1 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \boxed{1.3} \end{array} \right) \\
 2 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 2.1 & 1.2 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} 2.1 & 1.2 & 1.3 \end{array} \right) \\
 3 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 2.1 & \boxed{1.3} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 1.2 & 1.3 \end{array} \right) \\
 4 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & \boxed{2.2} & 1.2 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} 2.1 & \boxed{2.2} & 1.3 \end{array} \right) \\
 5 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & \boxed{2.2} & \boxed{1.3} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & \boxed{2.2} & 1.3 \end{array} \right) \\
 6 \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 2.3 & \boxed{1.3} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 3.2 & 1.3 \end{array} \right) \\
 7 \left(\begin{array}{ccc} 3.2 & \boxed{2.2} & 1.2 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} 2.1 & \boxed{2.2} & 2.3 \end{array} \right) \\
 8 \left(\begin{array}{ccc} 3.2 & \boxed{2.2} & \boxed{1.3} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & \boxed{2.2} & 2.3 \end{array} \right) \\
 9 \left(\begin{array}{ccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 3.2 & 2.3 \end{array} \right) \\
 10 \left(\begin{array}{ccc} 3.3 & 2.3 & \boxed{1.3} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{ccc} \boxed{3.1} & 3.2 & 3.3 \end{array} \right)
 \end{array}$$

2. Wie in Toth (2008, S. 171 ff.) gezeigt, gilt dies allerdings nicht allgemein, d.h.

Satz: Nicht jede Zeichenklasse hängt mit jeder in mindestens einem Subzeichen zusammen.

Beweis: Wir wollen den Sachverhalt, dass eine Zeichenklasse A mit einer Zeichenklasse B in c Subzeichen zusammenhängt, durch $A/B = c$ abkürzen. Seien A, B die Zeichenklassen 1 ... 10, dann haben wir

$$\begin{array}{l}
 1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0 \\
 2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0 \\
 3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1 \\
 4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0 \\
 5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1 \\
 6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2 \\
 7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0 \\
 8/9 = 2; 8/10 = 1 \\
 9/10 = 2
 \end{array}$$

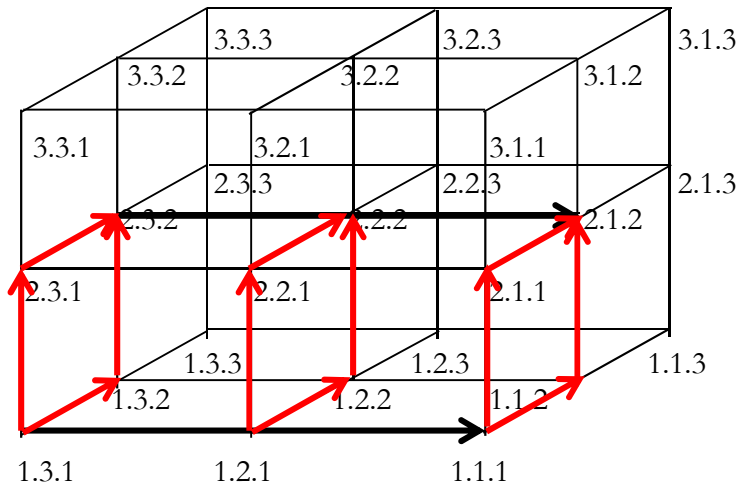
Es folgt, dass die folgenden Paare von Zeichenklassen ohne semiotischen Zusammenhang sind:

$$1/7; 1/8; 1/9; 1/10; 2/8; 2/9; 2/10; 3/7; 4/9; 4/10; 6/7; 7/10. \blacksquare$$

Die Welt ist also kein Synechismus im Peirceschen Sinne (vgl. Walther 1989, S. 209 f.).

3. Wir wollen Paare von Zeichenklassen, die in keinem Subzeichen zusammenhängen, **semiotische Synkopen** nennen. Natürlich gibt es neben dyadischen auch triadische, tetradische, ..., n-adische Synkopen, da den semiotischen Operationen keine theoretischen Grenzen gesetzt sind.

Wie man anhand des unten stehenden Stiebing'schen Zeichenkubus (Stiebing 1978) sehen kann, gilt aber der oben formulierte Satz, **dass die Welt kein Zeichenkontinuum bildet, nur für eine 2-dimensionale Semiotik**. Wir zeigen dies anhand des Paares von Zeichenklassen $1/7 = ((3.1\ 2.1\ 1.1) / (3.2\ 2.2\ 1.2))$:



Wir haben also:

1. $\dim(1) \rightarrow \dim(2), (3.1) \rightarrow (3.2) = [\text{id}_3, \alpha]$
2. $\dim(1) \rightarrow \dim(2), (2.1) \rightarrow (2.2) = [\text{id}_2, \alpha]$
3. $\dim(1) \rightarrow \dim(2), (1.1) \rightarrow (1.2) = [\text{id}_1, \alpha]$,

kurz

$$(1.3.1\ 1.2.1\ 1.1.1) \rightarrow (2.3.2\ 2.2.2\ 2.1.2) = ([\text{id}_3, \alpha], [\text{id}_2, \alpha], [\text{id}_1, \alpha])_{\dim(1) \rightarrow \dim(2)},$$

wobei die runden Klammern für ungeordnete Mengenschreibung darauf hinweist, dass die Reihenfolge der Anwendung der drei natürlichen Transformationen arbiträr ist.

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassings- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008
 Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20
 Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce: Leben und Werk. Baden-Baden 1989

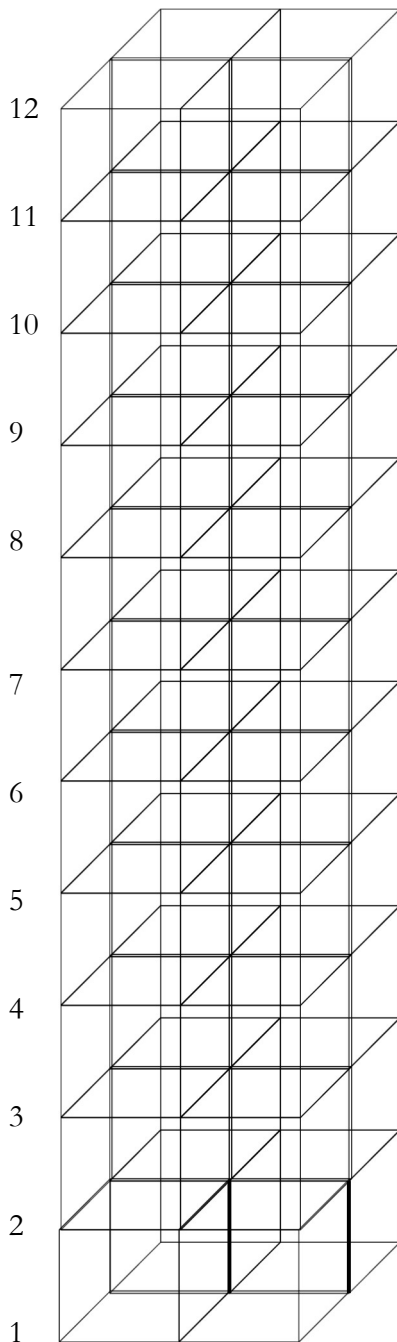
Zeichenzahlen im 12-dimensionalen semiotischen Raum

1. Eine der beiden Möglichkeiten, 12-dimensionale Zeichenklassen zu definieren, ist

$$12\text{-ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma.(e.f))$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

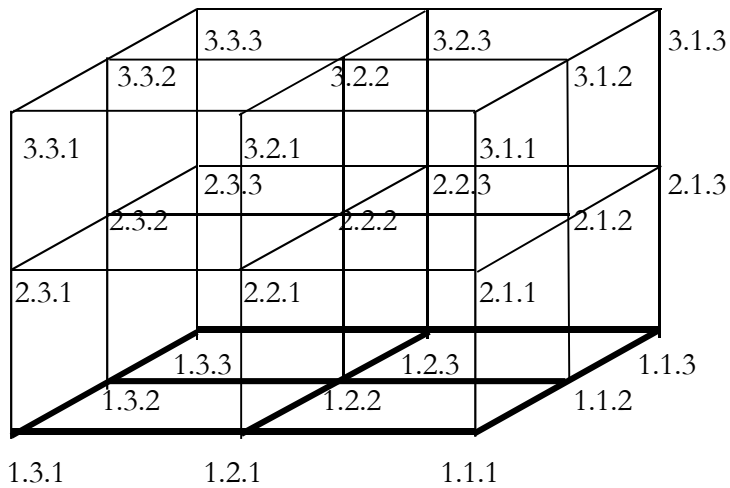
In diesem Fall können wir einen trivialen “12-dimensionalen” semiotischen Raum dadurch konstruieren, dass wir den Stiebingischen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77) “aufstocken”:



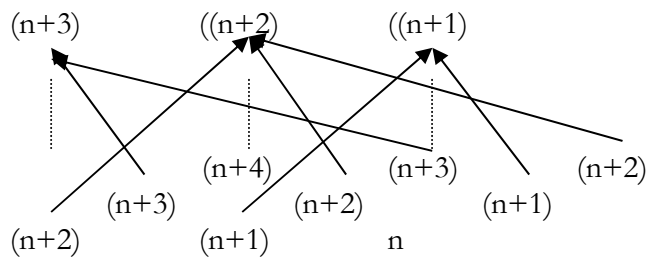
Wie wir es schon für den ursprünglichen, 3-dimensionalen Zeichenkubus getan haben (vgl. Toth 2009), wollen wir auch im folgenden die räumliche Bewegung der Zeichenzahlen dadurch fest-

stellen, dass wir von den triadischen Subzeichen der 12-dimensionalen Zeichenklasse die Repräsentationswerte bilden und gleiche Repräsentationswerte durch Linien miteinander verbinden.

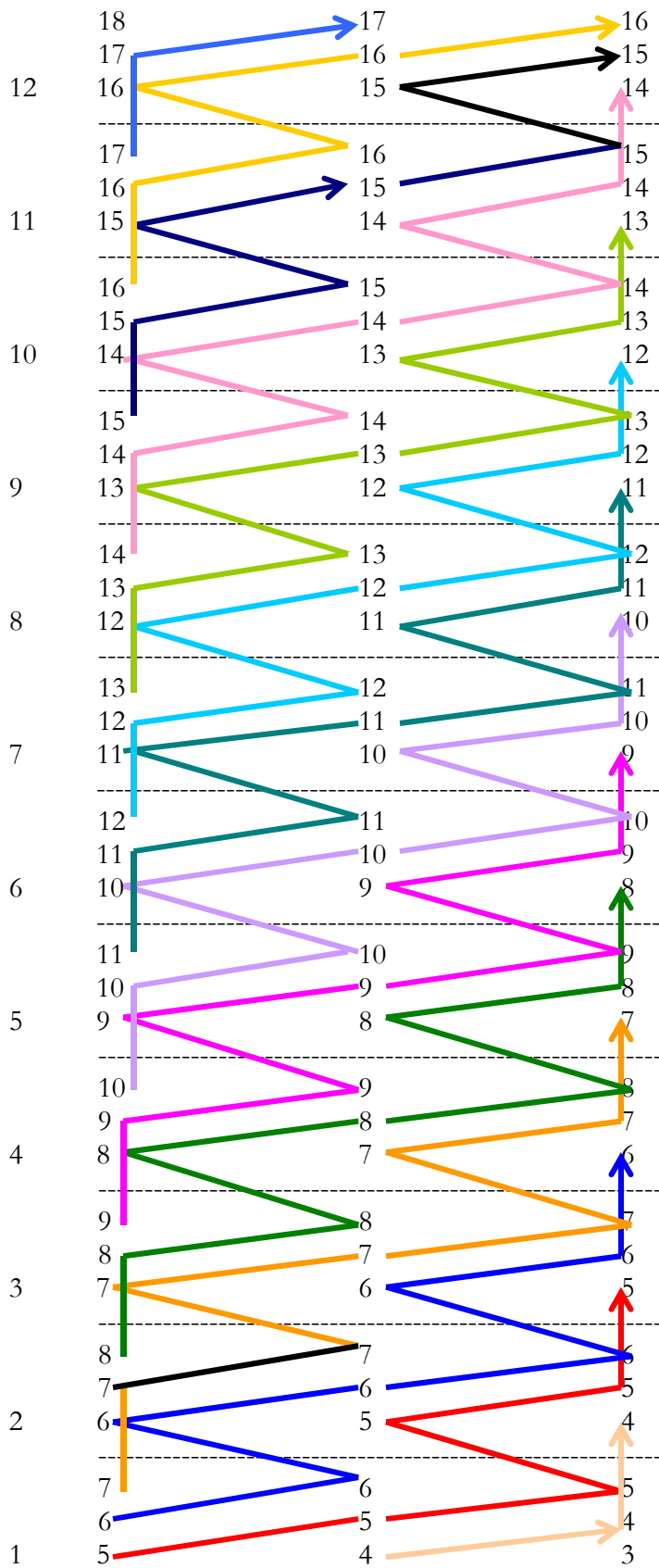
Wenn wir den ursprünglichen 3-dimensionalen semiotischen Raum ansehen, dann besteht er in einer Projektion der unteren Zeichenfläche auf die höheren dimensional Ebenen:



Die Struktur der triadischen Subzeichen kann dabei wie folgt schematisiert werden:



Da das geringste Subzeichen $R_{pw} = 3$ hat, kann man mit diesem Schema sehr leicht sämtliche Repräsentationswerte der Subzeichen des 8-dimensionalen Zeichenraumes bestimmen:



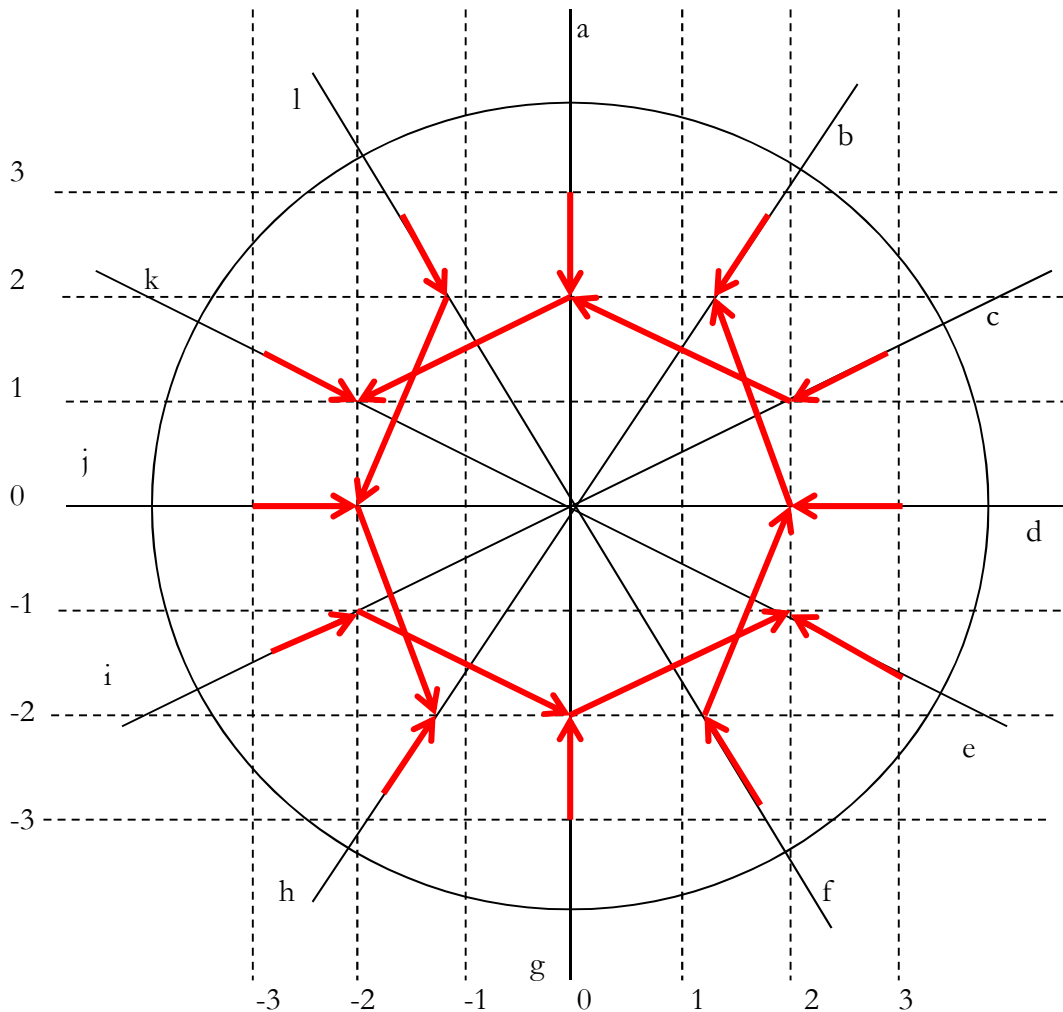
Die Verschränkung der Zeichenzahlen zu beiden Längsseiten der einzelnen Kuben wird durch diese Darstellungsweise besonders gut sichtbar.

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Gleichzählige triadische Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, dass ein vollständiger semiotischer Diamant, der imstande ist, nicht nur ein vollständiges, aus Zeichenklasse und Realitätsthematik bestehendes Dualsystem, sondern auch seine 6 triadischen Permutationen sowie alle morphismischen Kompositionen zu repräsentieren, mindestens 12 Dimensionen besitzen muss. Um diesen Sachverhalt zu illustrieren, wird in der folgenden, nicht winkeltreuen Projektion die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in allen (in Wahrheit paarweise orthogonal zueinander stehenden) 12 Dimensionen dargestellt.



Eine allgemeine Form der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in 12 Dimensionen ist dabei

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.1)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.1)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.3)\lambda.\mu))$$

mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, 1\}$.

Diese Definition hat den Vorteil, dass hier mit komplexen Dimensionen, wie etwa in der Physik und Astrophysik, gerechnet werden kann. Man kann also die obige Definition noch weiter verallgemeinern

$$(1) 12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(a.b)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(c.d)\eta.\theta) (\iota.\kappa(e.f)\lambda.\mu))$$

mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, 1\}$ und $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$,

vgl. Toth (2007a, S. 52 ff.; 2007b, S. 57 ff.).

Eine andere Möglichkeit der Definition einer 12-dimensionalen Zeichenklasse ist

$$(2) \text{ 12-ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma(e.f))$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

Bei (1) kann also jedes Subzeichen durch maximal 4 Dimensionszahlen bestimmt werden, bei (2) nur durch eine. (1) ist somit eine komplexere und abstraktere Definition. Man kann nun (1) und (2) auch in der folgenden Form notieren

$$(3) \text{ 12-ZR} = \{[\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$$

$$(4) \text{ 12-ZR} = \{[\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (2007a)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (2007b)

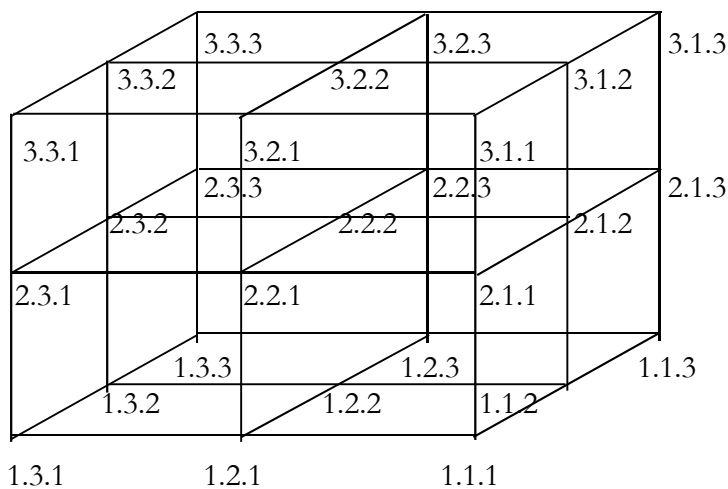
Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Kategorien und kürzeste Pfade in drei Dimensionen

1. Wie aus meinen früheren Arbeiten nunmehr bekannt sein dürfte, hat die dreidimensionale triadische Zeichenklasse die folgende Form

$$3\text{-ZR} = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f)$$

sowie das folgende kubische Gittermodell, das von Stiebing (1978, S. 77) vorgeschlagen worden war



Will man nun die Abstände zwischen zwei Gitterpunkten A und B berechnen, dann kann man dies grundsätzlich auf zwei Arten tun:

1. Mittels Repräsentationswerten, z.B.:

$$\Delta[(1.3.1) \rightarrow (1.2.1)] = \Delta(5, 4) = 1$$

oder

$$\Delta[(1.2.1) \rightarrow (3.1.1)] = \Delta(4, 5) = 1.$$

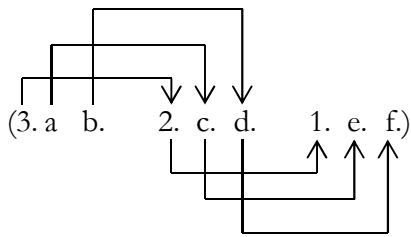
Wie man aber schon anhand dieser sehr einfachen Beispiele zeigt, ist diese numerische Berechnungsweise nicht nur hochgradig mehrdeutig, sondern auch nicht aussagekräftig, weil sie nämlich nichts über die Art der Pfade aussagt, denn es handelt sich hier ja nicht um bloße Qualitäten bzw. Längen, sondern sämtliche Pfade sind qualitativ voneinander verschieden.

2. Mittels dynamischer semiotischer Morphismen (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.). Hier stellt sich aber das Problem, dass das Berechnungsmuster von $2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]$

auf dreidimensionale Zeichen und Zeichengebilde übertragen werden muss. Aus Gründen der Analogie schlagen wir daher folgendes Berechnungsschema vor:

$$3\text{-ZR} = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f) \equiv [[(3.2), (a.c), (b.d)], [(2.1), (c.e), (d.f)]]$$

was man wie folgt veranschaulichen könnte:



Dieses Berechnungsverfahren legitimiert sich durch die Tatsache, dass jede Zeichenrelation als eine “Relation über Relationen” eingeführt ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67).

Wenn wir also unsere beiden obigen numerischen Beispiele kategorial berechnen, bekommen wir

$$\Delta[id1, \beta^\circ, id1] \neq \Delta[\beta\alpha, \alpha^\circ, id1].$$

Wenn wir die Abstände zwischen den 27 Gitterpunkten des 3-dimensionalen Simplex auf diese Weise berechnen, laufen wir ausserdem nicht Gefahr, die für qualitative Entitäten und Relationen wichtigen Diagonalen durch quantitative Berechnung zu monokontextualisieren (vgl. Kronthaler 1986, S. 126).

2. Wie Robert Dickau (2002) gezeigt hatte, gibt es in einen $2 \times 2 \times 2$ -Verband, der also aus drei Punkten je Seite wie das Stiebingssche Simplex zusammengesetzt ist, genau 90 kürzeste Pfade:



Die Berechnungsweise von Gitterpunkten mittels dynamischer Morphismen erlaubt es nun, kürzeste Pfade in einer eindeutigen Weise zu berechnen. Wir geben als Beispiele Nr. 1 und Nr. 90 aus Dickaus Tafel:

Nr. 1

$$[(1.3.1) \rightarrow (1.2.1) \rightarrow (1.1.1) \rightarrow (1.1.2) \rightarrow (1.1.3) \rightarrow (2.1.3) \rightarrow (3.1.3)] \equiv$$

$$[[\text{id}_1, \beta^\circ, \text{id}_1], [\text{id}_1, \alpha^\circ, \text{id}_1], [\text{id}_1, \text{id}_1, \alpha], [\text{id}_1, \text{id}_1, \beta], [\alpha, \text{id}_1, \text{id}_3], [\beta, \text{id}_1, \text{id}_3]]$$

Nr. 90

$$[(1.3.1) \rightarrow (2.3.1) \rightarrow (3.3.1) \rightarrow (3.3.2) \rightarrow (3.3.3) \rightarrow (3.2.3) \rightarrow (3.1.3)] \equiv$$

$$[[\alpha, \text{id}_3, \text{id}_1], [\beta, \text{id}_3, \text{id}_1], [\text{id}_2, \text{id}_3, \alpha], [\text{id}_3, \text{id}_3, \beta], [\text{id}_3, \beta^\circ, \text{id}_3], [\text{id}_3, \alpha^\circ, \text{id}_3]]$$

Wie man anhand dieser zwei Beispiele erahnen kann, sind die natürlichen Transformationen kürzester Pfade in 3-Simplices immer durch zwei identitive Morphismen ausgezeichnet.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Dickau, Robert M., 3D shortest-path diagrams.

<http://mathforum.org/advanced/robertd/path3d.html>

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Supplementäre semiotische Dimensionszahlen

1. In Toth (2009a) wurde gezeigt, dass man die den Peirceschen Zeichenklassen inhärierenden Eigendimensionen aus der Verteilung der Wahrscheinlichkeitswerte der Modalkategorien bzw. Fundamentalkategorien bestimmen kann:

1. $((1/6) 3.1 (1/6) 2.1 (4/6) 1.1) \times ((4/6) 1.1 (1/6) 1.2 (1/6) 1.3)$
2. $((1/6) 3.1 (2/6) 2.1 (3/6) 1.2) \times ((3/6) 2.1 (2/6) 1.2 (1/6) 1.3)$
3. $((2/6) 3.1 (1/6) 2.1 (3/6) 1.3) \times ((3/6) 3.1 (1/6) 1.2 (2/6) 1.3)$
4. $((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 1.2) \times ((2/6) 2.1 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3)$
5. $((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3) \times ((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3)$
6. $((3/6) 3.1 (1/6) 2.3 (2/6) 1.3) \times ((2/6) 3.1 (1/6) 3.2 (3/6) 1.3)$
7. $((1/6) 3.2 (4/6) 2.2 (1/6) 1.2) \times ((1/6) 2.1 (4/6) 2.2 (1/6) 2.3)$
8. $((2/6) 3.2 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 2.3)$
9. $((3/6) 3.2 (2/6) 2.3 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (2/6) 3.2 (3/6) 2.3)$
10. $((4/6) 3.3 (1/6) 2.3 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (1/6) 3.2 (4/6) 3.3)$

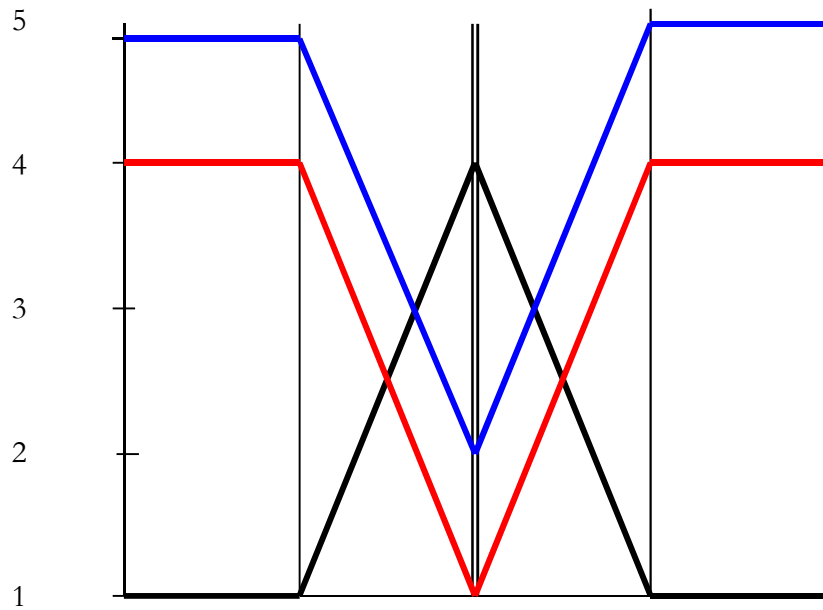
Nachdem wir in Toth (2009b) komplementäre Dimensionszahlen aus semiotischen Fraktalen eingeführt hatten, wollen wir hier supplementäre Dimensionszahlen einführen. Sie werden definiert als Differenz zwischen 1 und der entsprechenden Dimensionszahl pro Subzeichen einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik. Wenn wir ferner die obige Sechstelschreibung dadurch vereinfachen, dass wir nur die Zähler notieren, bekommen wir folgendes System supplementärer semiotischer Dimensionszahlen:

1. $(5.3.1 5.2.1 2.1.1) \times (2.1.1 5.1.2 5.1.3)$
2. $(5.3.1 4.2.1 3.1.2) \times (3.2.1 4.1.2 5.1.3)$
3. $(4.3.1 5.2.1 3.1.3) \times (3.3.1 5.1.2 4.1.3)$
4. $(5.3.1 3.2.2 4.1.2) \times (4.2.1 3.2.2 5.1.3)$
5. $(4.3.1 4.2.2 4.1.3) \times (4.3.1 4.2.2 4.1.3)$
6. $(3.3.1 5.2.3 4.1.3) \times (4.3.1 5.3.2 3.1.3)$
7. $(5.3.2 2.2.2 5.1.2) \times (5.2.1 2.2.2 5.2.3)$
8. $(4.3.2 3.2.2 5.1.3) \times (5.3.1 3.2.2 4.2.3)$
9. $(3.3.2 4.2.3 5.1.3) \times (5.3.1 4.3.2 3.2.3)$
10. $(2.3.3 5.2.3 5.1.3) \times (5.3.1 5.3.2 3.3.3)$

2. Das Intervall der supplementären Dimensionszahlen beträgt also $[2, 5]$. Um die supplementären semiotischen Fraktale, die zu diesen supplementären Dimensionszahlen gehören, zu visualisieren, zeichnen die regulären Fraktale schwarz und die supplementären blau ein. Um den Zusammenhang mit den komplementären Fraktalen zu zeigen, zeichnen wir diese rot ein.

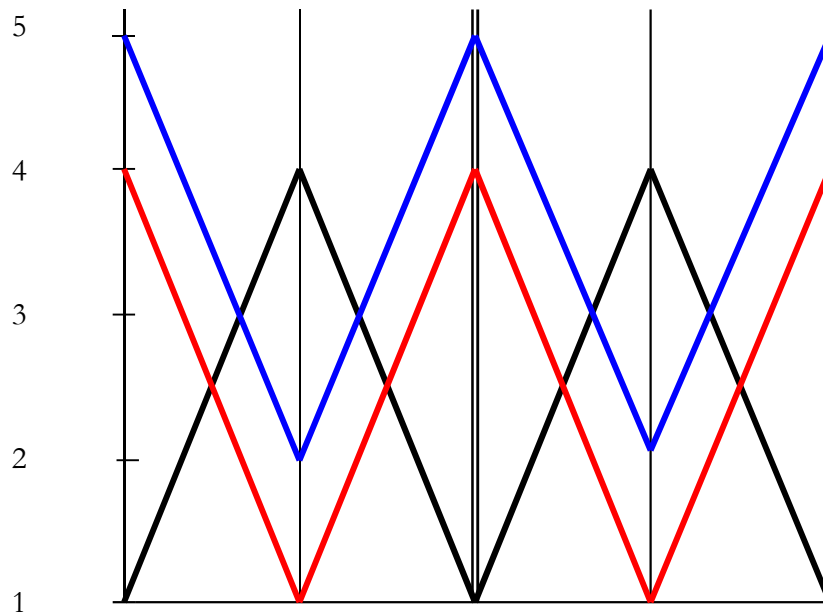
$$\text{Comp}(\underline{1.3.1} \underline{1.2.1} \underline{4.1.1}) = (\underline{4.3.3} \underline{1.2.3} \underline{1.1.3})$$

$$\text{Sup}(\underline{1.3.1} \underline{1.2.1} \underline{4.1.1}) = (\underline{5.3.3} \underline{5.2.3} \underline{2.1.3})$$



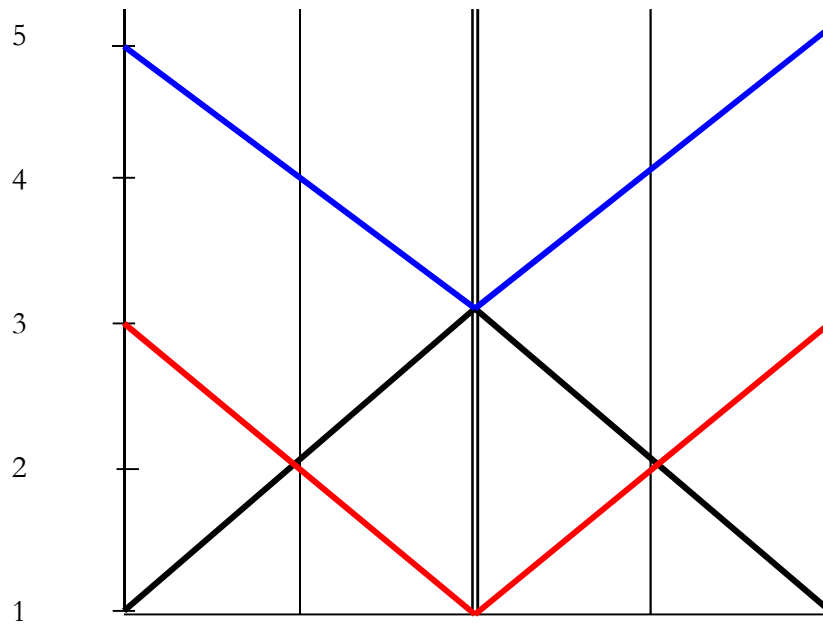
$$\text{Comp}(\underline{1.3.2} \underline{4.2.2} \underline{1.1.2}) = (\underline{1.3.2} \underline{4.2.2} \underline{1.1.2})$$

$$\text{Sup}(\underline{1.3.2} \underline{4.2.2} \underline{1.1.2}) = (\underline{5.3.2} \underline{2.2.2} \underline{5.1.2})$$



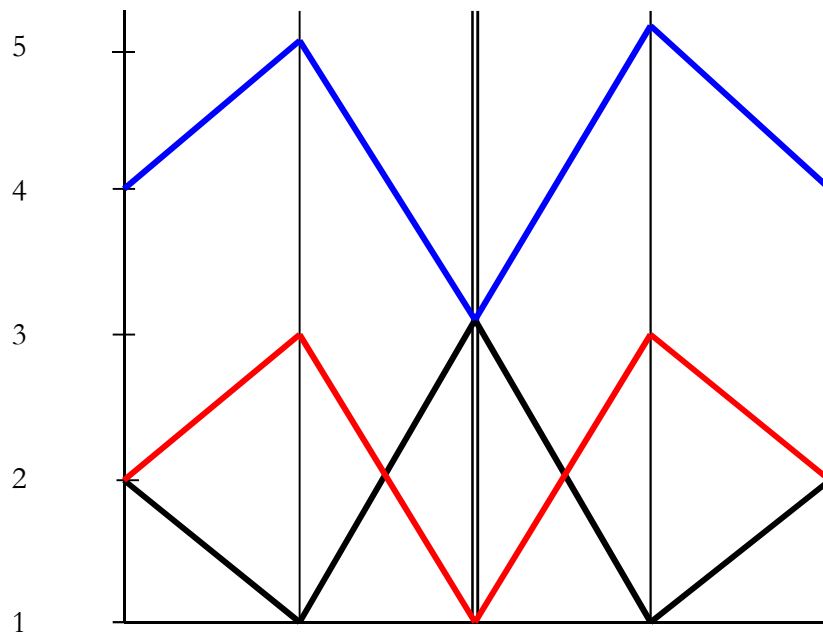
$$\text{Comp}(\underline{1.3.1} \underline{2.2.1} \underline{3.1.2}) = (\underline{3.3.2} \underline{2.2.3} \underline{1.1.3})$$

$$\text{Sup}(\underline{1.3.1} \underline{2.2.1} \underline{3.1.2}) = (\underline{5.3.2} \underline{4.2.3} \underline{3.1.3})$$



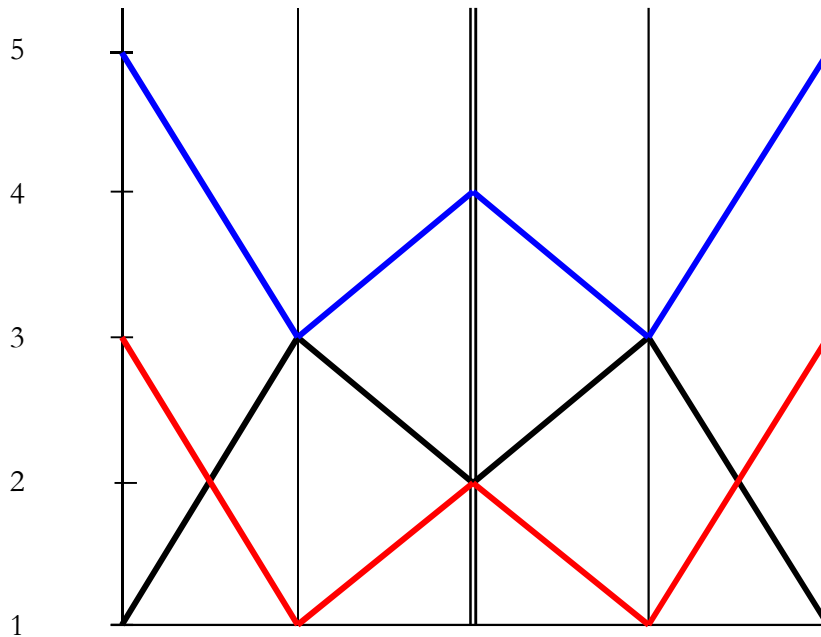
$$\text{Comp}(\underline{2.3.1} \underline{1.2.1} \underline{3.1.3}) = (\underline{3.3.1} \underline{1.2.3} \underline{2.1.3})$$

$$\text{Sup}(\underline{2.3.1} \underline{1.2.1} \underline{3.1.3}) = (\underline{4.3.1} \underline{5.2.3} \underline{3.1.3})$$



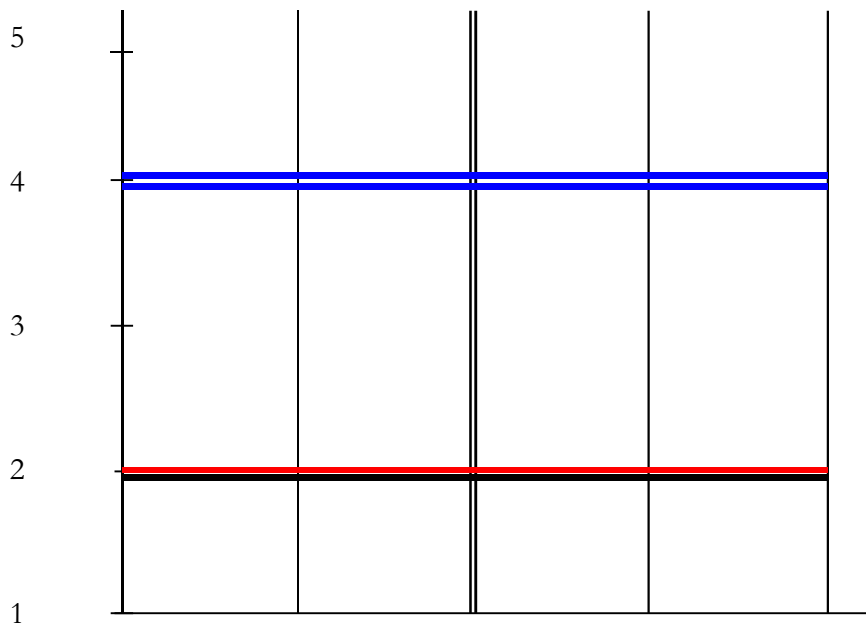
$$\text{Comp}(\underline{1.3.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.2}) = (\underline{2.3.2} \ \underline{3.2.2} \ \underline{1.1.3})$$

$$\text{Sup}(\underline{1.3.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.2}) = (\underline{5.3.2} \ \underline{3.2.2} \ \underline{4.1.3})$$



$$\text{Comp}(\underline{2.3.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{2.1.3}) = (\underline{2.3.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{2.1.3})$$

$$\text{Sup}(\underline{2.3.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{2.1.3}) = (\underline{4.3.1} \ \underline{4.2.2} \ \underline{4.1.3})$$



Diese Arbeit ist eines von vielen Beispielen, wie man nicht nur in der reinen Mathematik, sondern auch in der mathematischen Semiotik ohne auf die Empirie zu rekurrieren, sehr weit ins Gebiet des Geistes gelangen kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Komplementäre semiotische Fraktale. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Symmetrie und Binnensymmetrie in 12-dimensionalen Zeichenklassen

1. Die in Toth (2009a) eingeführten 12-dimensionalen Zeichenklassen haben folgendes allgemeines Schema

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \text{ mit } \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, 1\}$$

Dieses Schema kann man nach Toth (2009b) auch in der abgekürzten Form

$$12\text{-ZR} = [\alpha, \dots, \mu / \{-1, 0, 1\}] ((3.a) (2.b) (1.c))$$

notieren und den Dimensionsverlauf durch eine Matrix darstellen, in deren Zeilen die 12 semiotischen Dimensionen und in deren Spalten die 3 möglichen Werte der Dimensionsvariablen stehen. Wegen der grossen Bedeutung von Symmetrie und Binnensymmetrie in der Semiotik (vgl. Bense 1992) wollen wir in dieser Arbeit einige 12-dimensionale Zeichenklassen untersuchen, welche diese Eigenschaften aufweisen.

2. Dabei kann man entweder von absichtlich symmetrisch konstruierten Matrizen ausgehen:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1			•				•				•	
0		•		•		•		•		•		•
+1	•				•				•			

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1	•				•				•			
0		•		•		•		•		•		•
+1			•				•				•	

Wie man allerdings sieht, sind diese beiden Matrizen nicht vollsymmetrisch. Die entsprechenden Zeichenklassen sind

$$12\text{-ZR} = ((1.0(a.b)-1.0) (1.0(c.d)-1.0) (1.0(e. f)-1.0))$$

$$12\text{-ZR} = ((-1.0(a.b)1.0) (-1.0(c.d)1.0) (-1.0(e. f)1.0))$$

Dasselbe gilt von den folgenden Matrizen, bei denen jedoch im Gegensatz zu den beiden oberen die Iteration aller drei Elemente für einen der drei Werte fehlt:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1	•	•	•									
0				•	•	•				•	•	•
+1							•	•	•			

$$12\text{-ZR} = ((-1,-1(a,b)-1.0) (0.0(c,d)1.1) (1.0(e, f)0.0))$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1							•	•	•			
0				•	•	•				•	•	•
+1	•	•	•									

$$12\text{-ZR} = ((1.1(a,b)1.0) (0.0(c,d)-1.-1) (-1.0(e, f)0.0))$$

3. Wenn wir statt von Matrizen von Zeichenschemata ausgehen, dann kann man binnensymmetrische Matrizen wie folgt konstruieren

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.\mid a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.\mid c)\lambda.\mu)), \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\},$$

also z.B.

$$12\text{-ZR} = ((1.0(3.\mid a)0.1) (-1.1(2.b)1.-1) (0.0(1.\mid c)0.0)),$$

deren zugehörige Dimensionsmatrix wie folgt aussieht

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•			•				
0		•	•						•	•	•	•
+1	•			•		•	•					

Hier verlaufen also die Binnensymmetrien zwischen den drei Triaden, aber es ist keine Symmetrie in der ganzen Zeichenrelation vorhanden. Wenn wir also eine vollständig symmetrische Zeichenrelation konstruieren wollen, können wir dies z.B. wie folgt tun:

$$12\text{-ZR} = ((1.0(3. a)0.1) (-1.1(2.\mid b)1.-1) (1.0(1. c)0.1)),$$

deren Matrix wie folgt ausschaut:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•			•				
0		•	•							•	•	
+1	•			•		•	•		•			•

Wenn wir noch einen Schritt weitergehen wollen und im Hinblick auf die beiden einzigen symmetrischen Zeichenrelationen der triadischen peirceschen Semiotik, nämlich die eigenreale, sowohl symmetrische als auch binnensymmetrische Zeichenklasse

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$$

sowie die symmetrische Kategorienklasse

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$$

mit symmetrischen und/oder binnensymmetrischen Dimensionsverläufen kombinieren wollen, so gibt es zahlreiche Möglichkeiten hierzu; z.B.

$$1. \text{ 12-ZR} = ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (0.0(1.3)0.0)) \text{ (nur binnensymmetrisch)}$$

$$2. \text{ 12-ZR} = ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1)) \text{ (sowohl symmetrisch als auch binnensymmetrisch)}$$

Wie konstruiert man nun aber eine der Kategorienklasse entsprechende Zeichenklasse, nur nur symmetrisch, aber nicht binnensymmetrisch ist. Wir schlagen z.B. folgende Dimensionsmatrix vor:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•		•		•			•
0		•	•							•	•	
+1	•			•		•		•				

Ihre entsprechende Zeichenklasse ist

$$\text{12-ZR} = ((1.0(3.3)0.1) (-1.1(2.2)-1.1) (-1.0(1.1)0.-1))$$

Damit haben wir also

$$1. ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (0.0(1.3)0.0)) \times ((0.0(3.1)0.0) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1))$$

$$2. ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1)) \times ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1))$$

$$3. ((1.0(3.3)0.1) (-1.1(2.2)-1.1) (-1.0(1.1)0.-1)) \times ((-1.0(1.1)0.-1) (1.-1(2.2)1.-1) (1.0(3.3)0.1))$$

Die semiotisch-strukturellen Bedingungen sind also

1. Für reine Symmetrie:

$$((a.b(3.3)b.a) (-a.a(2.2)-a.a) (-a.b(1.1)b.-a)) \times ((-a.b(1.1)b.-a) (a.-a(2.2)a.-a) (a.b(3.3)b.a))$$

2. Für reine Binnensymmetrie:

$$1. ((a.b(3.1)a.b) (-a.a(2.2)a.-a) (b.b(1.3)b.b)) \times ((b.b(3.1)b.b) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a))$$

3. Für kombinierte Symmetrie und Binnensymmetrie:

$$2. ((a.b(3.1)b.a) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a)) \times ((a.b(3.1)b.a) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a))$$

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Dimensionsmatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Symplerotische Determination semiotischer Dimensionszahlen

1. Um eine gewisse Ordnung in die grosse Menge 3-dimensionaler Zeichenklassen zu bringen, welche sich aus der allgemeinen Form

$$ZR = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

mittels der Kombinationen der semiotischen Dimensionszahlen $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$ ergibt, wurde in Toth (2009b) zwischen inhärenten und adhärenenten Zeichenklassen unterschieden. Bei inhärenten Zeichenklassen richtet sich im Gegensatz zu adhärenenten der Wert der Dimensionszahl entweder nach dem triadischen Haupt- oder nach dem trichotomischen Stellenwert jedes Subzeichens. Die betreffenden Operatoren zur Erzeugung inhärenter Zeichenklassen sind

$$\eta := \dim(a) = W(\text{Trd})$$

$$\vartheta := \dim(a) = W(\text{Trch}).$$

2. Im folgenden präsentiere ich eine weitere Methode zur Unterteilung der Menge der kombinatorisch möglichen Zeichenklassen, und zwar durch symplerotische Determination ihrer Dimensionszahlen. Unter Symplerosis wird nach Toth (2009a) jede der 27 möglichen gruppentheoretischen Operationen verstanden, wobei hier, wie in Toth (2007, S. 37 ff.) gezeigt, sowohl die Verknüpfungen semiotischer Gruppen als auch diejenigen semiotischer kommutativer und sogar nicht-kommutativer Quasigruppen benötigt werden.

Da es für jede der 10 Peirceschen Zeichenklassen 3 homogene Permutationen aus je einer Dimensionszahl

$$\dim(1) = (1.3.b \ 1.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(2) = (2.3.b \ 2.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(3) = (3.3.b \ 3.2.d \ 3.1.f),$$

18 inhomogene Permutationen aus je 2 Dimensionszahlen

$$\dim(1, 2) = (1.3.b \ 1.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(1, 2) = (1.3.b \ 2.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(1, 2) = (1.3.b \ 2.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(1, 2) = (2.3.b \ 1.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(1, 2) = (2.3.b \ 1.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(1, 2) = (2.3.b \ 2.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (1.3.b \ 1.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (1.3.b \ 3.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (1.3.b \ 3.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (3.3.b \ 1.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (3.3.b \ 1.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(1, 3) = (3.3.b \ 3.2.d \ 1.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (2.3.b \ 2.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (2.3.b \ 3.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (2.3.b \ 3.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (3.3.b \ 2.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (3.3.b \ 3.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(2, 3) = (3.3.b \ 2.2.d \ 3.1.f)$$

und 6 inhomogene Permutationen aus je 3 Dimensionszahlen gibt:

$$\dim(1, 2, 3) = (1.3.b \ 2.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(1, 2, 3) = (1.3.b \ 3.2.d \ 2.1.f)$$

$$\dim(1, 2, 3) = (2.3.b \ 1.2.d \ 3.1.f)$$

$$\dim(1, 2, 3) = (2.3.b \ 2.2.d \ 1.1.f)$$

$\dim(1, 2, 3) = (3.3.b\ 1.2.d\ 2.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (3.3.b\ 2.2.d\ 1.1.f),$

entsprechen die Permutationen der Dimensionszahlen pro Zeichenklasse genau den durch die 27 gruppen- und quasigruppentheoretischen Operationen erzeugbaren Parastrophen:

$$\sigma_1: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_3: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_4: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_5: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_6: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_7: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_8: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_9: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{10}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{11}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{12}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{13}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{14}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{15}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{16}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{17}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{18}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{19}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{20}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{21}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{22}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{23}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{24}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{25}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{26}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{27}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Man muss sich allerdings bewusst sein, dass vor allem bei den quasigruppentheoretischen Konstruktionen nicht sämtliche regulären Zeichenklassen erzeugt werden (Toth 2007, S. 45), sodass man also die die 27 gruppentheoretischen Operationen $\sigma_1 \dots \sigma_{27}$ nur über der Menge der Dimensionszahlen $DZ = \{1, 2, 3\}$ definieren kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, *Gruppentheoretische Semiotik*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009a

Toth, Alfred, *Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009b

Symplerose und semiotischer Dimensionswechsel

1. Mittels gruppentheoretischer Operationen können Zeichenklassen aus Zeichenklassen erzeugt werden. Wie in Toth (2007, S. 37 ff.) gezeigt, erzeugt allerdings nur \circ_2 , von Bogarin (1992) Symplerosis genannt, aus Zeichenklassen wiederum Zeichenklassen, so dass das gesamte peircesche Zehnersystem mit Hilfe dieser Operation hergestellt werden kann. \circ_2 tauscht die erstheitlichen und drittheitlichen Primzeichen einer Zeichenklasse (bzw. Realitätsthematik) aus und lässt die zweitheitlichen konstant:

$$\circ_2: 1 \leftrightarrow 3, 2 = \text{const.}$$

Damit bekommen wir

$$\begin{aligned}\circ_2(3.1 \ 2.1 \ 1.1) &= (3.3 \ 2.3 \ 1.3) \\ \circ_2(3.1 \ 2.1 \ 1.2) &= (3.2 \ 2.3 \ 1.3) \\ \circ_2(3.1 \ 2.1 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \\ \circ_2(3.1 \ 2.2 \ 1.2) &= (3.2 \ 2.2 \ 1.3) \\ \circ_2(3.1 \ 2.2 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \\ \circ_2(3.1 \ 2.3 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \\ \circ_2(3.2 \ 2.2 \ 1.2) &= (3.2 \ 2.2 \ 1.2) \\ \circ_2(3.2 \ 2.2 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.2 \ 1.2) \\ \circ_2(3.2 \ 2.3 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \\ \circ_2(3.3 \ 2.3 \ 1.3) &= (3.1 \ 2.1 \ 1.1)\end{aligned}$$

Wenn wir nun aber statt dimensionsloser die in Toth (2009a) eingeführten dimensionierten Zeichenklassen nehmen und sie mit Hilfe von \circ_2 transformieren:

$$\begin{aligned}\circ_2(\underline{1.3.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{4.1.1}) &= (\underline{4.3.3} \ \underline{1.2.3} \ \underline{1.1.3}) \\ \circ_2(\underline{1.3.1} \ \underline{2.2.1} \ \underline{3.1.2}) &= (\underline{3.3.2} \ \underline{2.2.3} \ \underline{1.1.3}) \\ \circ_2(\underline{2.3.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{3.1.3}) &= (\underline{3.3.1} \ \underline{1.2.3} \ \underline{2.1.3}) \\ \circ_2(\underline{1.3.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.2}) &= (\underline{2.3.2} \ \underline{3.2.2} \ \underline{1.1.3}) \\ \circ_2(\underline{2.3.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{2.1.3}) &= (\underline{2.3.1} \ \underline{2.2.2} \ \underline{2.1.3}) \\ \circ_2(\underline{3.3.1} \ \underline{1.2.3} \ \underline{2.1.3}) &= (\underline{2.3.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{3.1.3}) \\ \circ_2(\underline{1.3.2} \ \underline{4.2.2} \ \underline{1.1.2}) &= (\underline{1.3.2} \ \underline{4.2.2} \ \underline{1.1.2}) \\ \circ_2(\underline{2.3.2} \ \underline{3.2.2} \ \underline{1.1.3}) &= (\underline{1.3.1} \ \underline{3.2.2} \ \underline{2.1.2}) \\ \circ_2(\underline{3.3.2} \ \underline{2.2.3} \ \underline{1.1.3}) &= (\underline{1.3.1} \ \underline{2.2.1} \ \underline{3.1.2}) \\ \circ_2(\underline{4.3.3} \ \underline{1.2.3} \ \underline{1.1.3}) &= (\underline{1.3.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{4.1.1}),\end{aligned}$$

dann erkennt man, dass Symplerosis genau die fraktal spiegelbildlichen Zeichenklassen erzeugt (vgl. Toth 2009b). Diese sind also 1. durch symplerotische Komplementarität und 2. durch Inversion der Dimensionszahlen gekennzeichnet.

Bibliographie

- Bogarin, Jorge, *Symplerosis*: Über komplementäre Zeichen und Realitäten. In: *Semiosis* 65- 68, 1992, S. 87-95
- Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, *Semiotische Eigendimensionen*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009a

Toth, Alfred, Spiegelbildliche semiotische Fraktale. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

..

Repräsentationswertverlauf dreidimensionaler triadischer Zeichenfunktionen

Es ist zu erwarten, dass die dreidimensionale triadische Zeichenfunktion

$$Z = f(3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f)$$

wegen ihrer zwei semiotischen Ordnungen

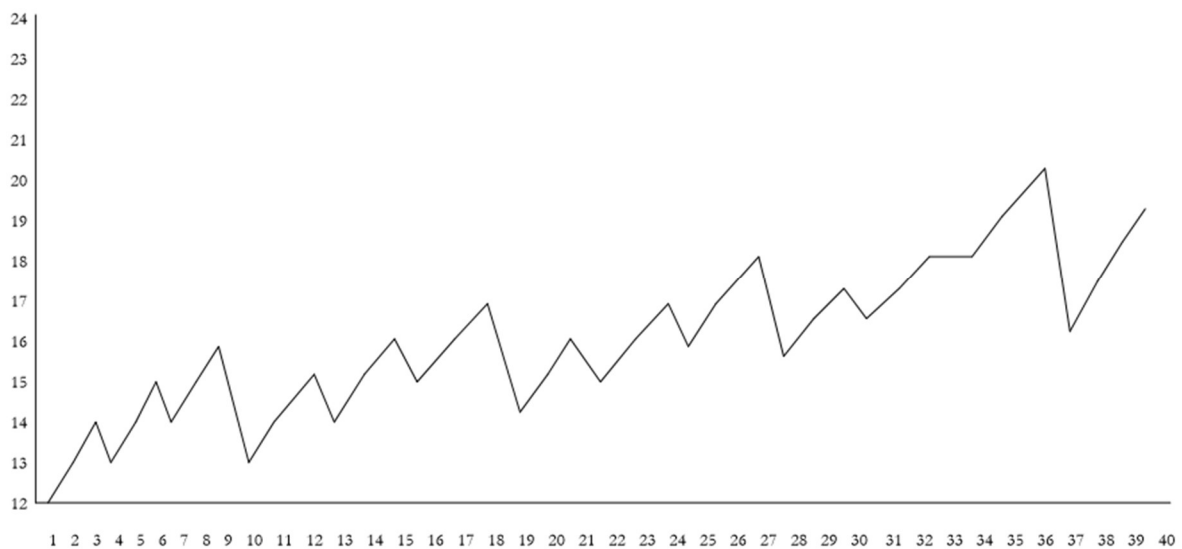
$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

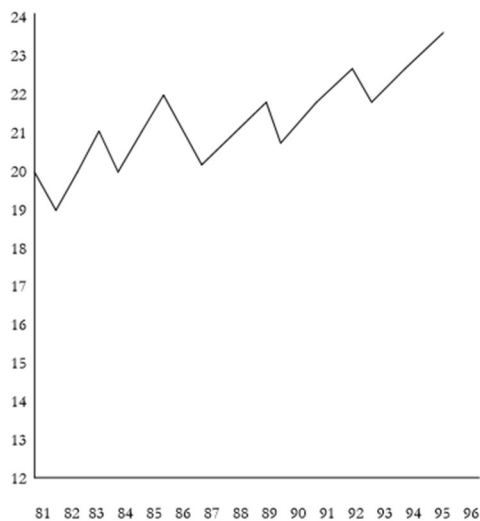
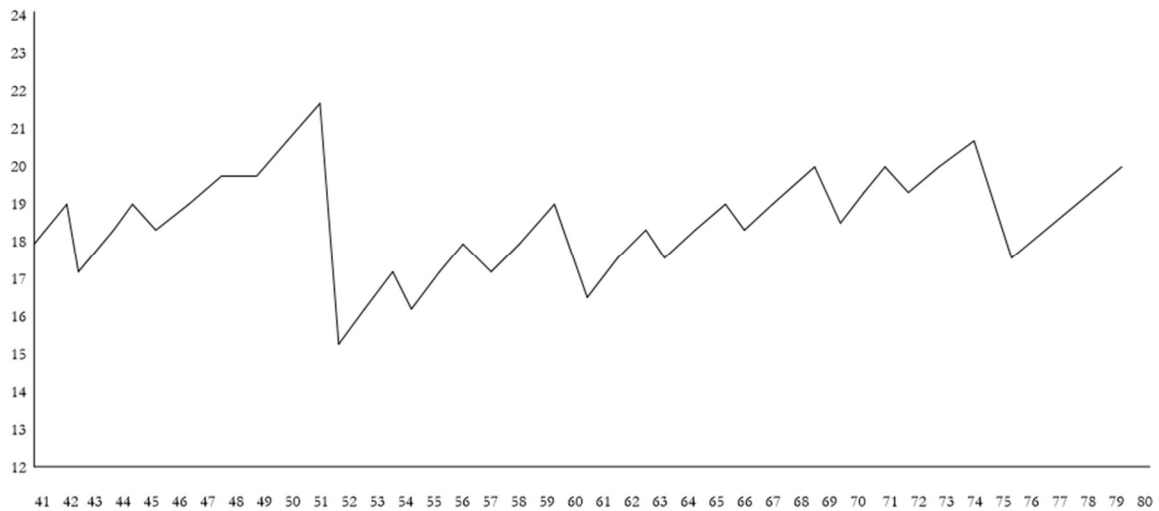
einen interessanten Verlauf ihrer Repräsentationswerte hat (vgl. Karger 1987). Wir geben zunächst die Repräsentationswerte für alle 96 Zeichenklassen und anschliessend den zugehörigen Funktionsgraphen.

1	(3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 12
2	(3.1.1 2.1.1 1.1.2) × (2.1.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 13
3	(3.1.1 2.1.1 1.1.3) × (3.1.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
4	(3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 13
5	(3.1.1 2.1.1 1.2.2) × (2.2.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
6	(3.1.1 2.1.1 1.2.3) × (3.2.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
7	(3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
8	(3.1.1 2.1.1 1.3.2) × (2.3.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
9	(3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 <u>1.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
10	(3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (<u>1.1.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 13
11	(3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (<u>2.1.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
12	(3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (<u>3.1.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
13	(3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (<u>1.2.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
14	(3.1.1 2.1.2 1.2.2) × (<u>2.2.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
15	(3.1.1 2.1.2 1.2.3) × (3.2.1 <u>1.2.1 1.1.3</u>)	Rpw = 16
16	(3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (<u>1.3.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
17	(3.1.1 2.1.2 1.3.2) × (<u>2.3.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
18	(3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (<u>3.3.1 2.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 17
19	(3.1.1 2.1.3 1.1.1) × (<u>1.1.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 14
20	(3.1.1 2.1.3 1.1.2) × (<u>2.1.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
21	(3.1.1 2.1.3 1.1.3) × (<u>3.1.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
22	(3.1.1 2.1.3 1.2.1) × (<u>1.2.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
23	(3.1.1 2.1.3 1.2.2) × (<u>2.2.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
24	(3.1.1 2.1.3 1.2.3) × (<u>3.2.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 17
25	(3.1.1 2.1.3 1.3.1) × (<u>1.3.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
26	(3.1.1 2.1.3 1.3.2) × (<u>2.3.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 17
27	(3.1.1 2.1.3 1.3.3) × (<u>3.3.1 3.1.2 1.1.3</u>)	Rpw = 18
28	(3.1.1 2.2.2 1.2.1) × (<u>1.2.1 2.2.2 1.1.3</u>)	Rpw = 15
29	(3.1.1 2.2.2 1.2.2) × (<u>2.2.1 2.2.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16
30	(3.1.1 2.2.2 1.2.3) × (<u>3.2.1 2.2.2 1.1.3</u>)	Rpw = 17
31	(3.1.1 2.2.3 1.2.1) × (<u>1.2.1 3.2.2 1.1.3</u>)	Rpw = 16

32	(3.1.1 2.2.3 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>1.1.3</u>)	Rpw = 17
33	(3.1.1 2.2.3 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>1.1.3</u>)	Rpw = 18
34	(3.1.1 2.3.3 1.3.1) × (<u>1.3.1</u> <u>3.3.2</u> <u>1.1.3</u>)	Rpw = 18
35	(3.1.1 2.3.3 1.3.2) × (<u>2.3.1</u> <u>3.3.2</u> <u>1.1.3</u>)	Rpw = 19
36	(3.1.1 2.3.3 1.3.3) × (<u>3.3.1</u> <u>3.3.2</u> <u>1.1.3</u>)	Rpw = 20
37	(3.1.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 16
38	(3.1.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 17
39	(3.1.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 18
40	(3.1.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 17
41	(3.1.2 2.2.2 1.3.2) × (<u>2.3.1</u> <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 18
42	(3.1.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 <u>2.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 19
43	(3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 17
44	(3.1.2 2.2.3 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 18
45	(3.1.2 2.2.3 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 19
46	(3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 18
47	(3.1.2 2.2.3 1.3.2) × (<u>2.3.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 19
48	(3.1.2 2.2.3 1.3.3) × (<u>3.3.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.1.3</u>)	Rpw = 20
49	(3.1.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 <u>3.3.2</u> <u>3.1.3</u>)	Rpw = 20
50	(3.1.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 <u>3.3.2</u> <u>3.1.3</u>)	Rpw = 21
51	(3.1.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 <u>3.3.2</u> <u>3.1.3</u>)	Rpw = 22
52	(3.2.1 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 <u>1.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 15
53	(3.2.1 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 <u>1.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 16
54	(3.2.1 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 <u>1.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 17
55	(3.2.1 2.2.2 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>2.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 16
56	(3.2.1 2.2.2 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>2.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 17
57	(3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>2.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 18
58	(3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 17
59	(3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 18
60	(3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>1.2.3</u>)	Rpw = 19
61	(3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>1.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 16
62	(3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>1.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 17
63	(3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>1.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 18
64	(3.2.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 17
65	(3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 18
66	(3.2.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 19
67	(3.2.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 18
68	(3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 19
69	(3.2.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 <u>2.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 20
70	(3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 18
71	(3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 19
72	(3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (<u>3.2.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 20
73	(3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 19
74	(3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (<u>2.3.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 20
75	(3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (<u>3.3.1</u> <u>3.2.2</u> <u>2.2.3</u>)	Rpw = 21
76	(3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (<u>1.2.1</u> <u>1.2.2</u> <u>3.2.3</u>)	Rpw = 17
77	(3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (<u>2.2.1</u> <u>1.2.2</u> <u>3.2.3</u>)	Rpw = 18

78	$(3.2.3\ 2.2.1\ 1.2.3) \times (3.2.1\ 1.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 19
79	$(3.2.3\ 2.2.2\ 1.2.1) \times (1.2.1\ 2.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 18
80	$(3.2.3\ 2.2.2\ 1.2.2) \times (2.2.1\ 2.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 19
81	$(3.2.3\ 2.2.2\ 1.2.3) \times (3.2.1\ 2.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 20
82	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.2.1) \times (1.2.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 19
83	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.2.2) \times (2.2.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 20
84	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.2.3) \times (3.2.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 21
85	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.3.1) \times (1.3.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 20
86	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.3.2) \times (2.3.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 21
87	$(3.2.3\ 2.2.3\ 1.3.3) \times (3.3.1\ 3.2.2\ 3.2.3)$	Rpw = 22
88	$(3.3.3\ 2.3.1\ 1.3.1) \times (1.3.1\ 1.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 20
89	$(3.3.3\ 2.3.1\ 1.3.2) \times (2.3.1\ 1.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 21
90	$(3.3.3\ 2.3.1\ 1.3.3) \times (3.3.1\ 1.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 22
91	$(3.3.3\ 2.3.2\ 1.3.1) \times (1.3.1\ 2.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 21
92	$(3.3.3\ 2.3.2\ 1.3.2) \times (2.3.1\ 2.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 22
93	$(3.3.3\ 2.3.2\ 1.3.3) \times (3.3.1\ 2.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 23
94	$(3.3.3\ 2.3.3\ 1.3.1) \times (1.3.1\ 3.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 22
95	$(3.3.3\ 2.3.3\ 1.3.2) \times (2.3.1\ 3.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 23
96	$(3.3.3\ 2.3.3\ 1.3.3) \times (3.3.1\ 3.3.2\ 3.3.3)$	Rpw = 24





Bemerkenswert ist das “Zurückfallen” des Funktionsgraphen bei $x=10, 19, 29, 37, 52, 61$ und 76 . Speziell der Punkt $(52, 15)$, dem der Übergang von den ersttrichotomisch-rhematischen zu den ersttrichotomisch-dicentischen Zeichenklassen entspricht, dürfte von Beachtung sein, denn die betreffenden Zkln (3.1.3 2.3.3 1.3.3) und (3.2.1 2.2.1 1.2.1) haben keine semiotische Verbindung miteinander. Interessant ist auch, dass der ganze Funktionsgraph nur zwei Sattelpunkte aufweist, nämlich zwischen $x = 33$ und 34 und $x = 47$ und 48 . Man vergleiche den Funktionsgraphen mit denjenigen der Fuzzy-Semiotik und der Rough-Fuzzy-Hybridisationssemiotik (Toth 2008, Bd. 2, S. 167-229).

Bibliographie

Karger, Angelika, Repräsentationswerte bei der Matrixbelegung von Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: *Semiosis* 46/47, 1987, S. 43-53

Toth, Alfred, *Semiotics and Pre-Semiotics*. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Typologie dreidimensionaler semiotischer Realitäten

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, dass über der elementaren dreidimensionalen triadischen Zeichenklasse

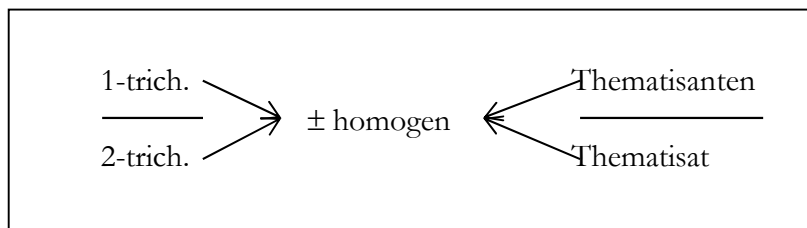
$$ZR = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f)$$

sowie der Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

genau 96 Zeichenklassen und ihnen dual koordinierte Realitätsthematiken konstruiert werden können. In dieser Arbeit sollen die dreidimensionalen strukturellen Realitäten betrachtet werden.

2. Eine grundsätzliche Überlegung sagt, dass das Auftreten doppelter Trichotomien in Realitätsthematiken der Form (f.e.1 d.c.2 b.a.3) sowohl die Unterscheidung zwischen homogenen und inhomogenen als auch diejenige zwischen Thematisaten und Thematisanten betrifft. Wir müssen deshalb im Unterschied zu den Realitäten der zweidimensionalen Zeichenrelation bei der dreidimensionalen von einer sechsfachen Unterscheidung struktureller Realitäten ausgehen:



Damit bekommen wir:

2.1. Homogene Realitäten

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 52 (3.2.1 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 1.2.3)

- 38 (3.1.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 41 (3.1.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 65 (3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 68 (3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.2.3)

- 51 (3.1.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 84 (3.2.3 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 87 (3.2.3 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 96 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

2.2. Inhomogene Realitäten

2.2.1. Linksthematisate

2.2.1.1. 1-trichotomische

Unter 1-trichotomischen Thematisaten werden thematisierte Subzeichen der Gestalt (a.b.b) verstanden, unter 2-trichotomischen solche der Gestalt (a.b.c) mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$.

$$2 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.1.2) \times (2.1.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

$$3 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.1.3) \times (3.1.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

2.2.1.2. 2-trichotomische

$$5 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

$$6 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

$$8 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

$$9 \quad (3.1.1 \ 2.1.1 \ 1.3.3) \times (3.3.1 \ \underline{1.1.2} \ 1.1.3)$$

$$15 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ \underline{1.2.1} \ 1.1.3)$$

$$37 \quad (3.1.2 \ 2.2.2 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.1.3)$$

$$39 \quad (3.1.2 \ 2.2.2 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.1.3)$$

$$40 \quad (3.1.2 \ 2.2.2 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.1.3)$$

$$42 \quad (3.1.2 \ 2.2.2 \ 1.3.3) \times (3.3.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.1.3)$$

$$49 \quad (3.1.3 \ 2.3.3 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ \underline{3.3.2} \ 3.1.3)$$

$$50 \quad (3.1.3 \ 2.3.3 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ \underline{3.3.2} \ 3.1.3)$$

$$53 \quad (3.2.1 \ 2.2.1 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ \underline{1.2.2} \ 1.2.3)$$

$$54 \quad (3.2.1 \ 2.2.1 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ \underline{1.2.2} \ 1.2.3)$$

$$64 \quad (3.2.2 \ 2.2.2 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.2.3)$$

$$66 \quad (3.2.2 \ 2.2.2 \ 1.2.3) \times (3.2.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.2.3)$$

$$67 \quad (3.2.2 \ 2.2.2 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.2.3)$$

$$69 \quad (3.2.2 \ 2.2.2 \ 1.3.3) \times (3.3.1 \ \underline{2.2.2} \ 2.2.3)$$

$$82 \quad (3.2.3 \ 2.2.3 \ 1.2.1) \times (1.2.1 \ \underline{3.2.2} \ 3.2.3)$$

$$83 \quad (3.2.3 \ 2.2.3 \ 1.2.2) \times (2.2.1 \ \underline{3.2.2} \ 3.2.3)$$

$$85 \quad (3.2.3 \ 2.2.3 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ \underline{3.2.2} \ 3.2.3)$$

$$86 \quad (3.2.3 \ 2.2.3 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ \underline{3.2.2} \ 3.2.3)$$

$$94 \quad (3.3.3 \ 2.3.3 \ 1.3.1) \times (1.3.1 \ \underline{3.3.2} \ 3.3.3)$$

$$95 \quad (3.3.3 \ 2.3.3 \ 1.3.2) \times (2.3.1 \ \underline{3.3.2} \ 3.3.3)$$

2.2.2. Rechtsthematisate

2.2.2.1. 1-trichotomische

$$11 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.1.2) \times (\underline{2.1.1} \ 2.1.2 \ 1.1.3)$$

$$14 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.2.2) \times (\underline{2.2.1} \ 2.1.2 \ 1.1.3)$$

$$17 \quad (3.1.1 \ 2.1.2 \ 1.3.2) \times (\underline{2.3.1} \ 2.1.2 \ 1.1.3)$$

$$21 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.1.3) \times (\underline{3.1.1} \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

$$24 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.2.3) \times (\underline{3.2.1} \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

$$27 \quad (3.1.1 \ 2.1.3 \ 1.3.3) \times (\underline{3.3.1} \ 3.1.2 \ 1.1.3)$$

- 29 (3.1.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.1.3)
 33 (3.1.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.1.3)
 36 (3.1.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.1.3)
 61 (3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 2.2.3)
 72 (3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.2.3)
 75 (3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.2.3)
 88 (3.3.3 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 3.3.3)
 92 (3.3.3 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 3.3.3)

2.2.2.2. 2-trichotomische

- 45 (3.1.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.1.3)
 48 (3.1.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.1.3)
 56 (3.2.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.2.3)
 60 (3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.2.3)
 76 (3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 3.2.3)
 80 (3.2.3 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 3.2.3)

25 Linksthematisierungen stehen also 20 Rechtsthematisierungen gegenüber. Noch auffälliger ist aber, dass nur 1-trichotomischen Linksthematisierungen 14 1-trichotomische Rechtsthematisierungen gegenüber stehen.

2.2.3. Sandwichthemasate

2.2.3.1. 1-trichotomische

- 28 (3.1.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.1.3)
 31 (3.1.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.1.3)
 44 (3.1.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.1.3)
 47 (3.1.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.1.3)
 55 (3.2.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.2.3)

2.2.3.2. 2-trichotomische

- 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
 13 (3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (1.2.1 2.1.2 1.1.3)
 16 (3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (1.3.1 2.1.2 1.1.3)
 19 (3.1.1 2.1.3 1.1.1) × (1.1.1 3.1.2 1.1.3)
 22 (3.1.1 2.1.3 1.2.1) × (1.2.1 3.1.2 1.1.3)
 25 (3.1.1 2.1.3 1.3.1) × (1.3.1 3.1.2 1.1.3)
 34 (3.1.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.1.3)
 58 (3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.2.3)
 62 (3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 2.2.3)
 71 (3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.2.3)
 74 (3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.2.3)
 78 (3.2.3 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 3.2.3)
 81 (3.2.3 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 3.2.3)
 90 (3.3.3 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 3.3.3)

93 (3.3.3 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 3.3.3)

2.2.4. Triadische Realitäten

2.2.4.1. Eigenrealität

12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)

57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)

2.2.4.2. Kategorienrealität

79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)

91 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)

2.2.4.3. Permutierte Eigenrealität

70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)

73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)

77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)

89 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)

2.2.4.4. Übrige

Hier werden alle Fälle zusammengefasst, bei denen nicht oder nicht nur die triadischen Hauptwerte in den Realitätsthematiken permutiert erscheinen, sondern auch die trichotomischen Stellenwerte.

18 (3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (3.3.1 2.1.2 1.1.3)

20 (3.1.1 2.1.3 1.1.2) × (2.1.1 3.1.2 1.1.3)

23 (3.1.1 2.1.3 1.2.2) × (2.2.1 3.1.2 1.1.3)

26 (3.1.1 2.1.3 1.3.2) × (2.3.1 3.1.2 1.1.3)

30 (3.1.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.1.3)

32 (3.1.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.1.3)

35 (3.1.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.1.3)

43 (3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.1.3)

46 (3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.1.3)

59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)

63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)

Man erkennt also leicht, dass die Einführung doppelter Trichotomien bei 3-dimensionalen Zeichenklassen zu einem ganz erheblichen Anwachsen des Strukturreichtums der strukturellen Realitäten führt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Verschachtelte 2- und 3-dimensionale semiotische n-Kategorien

1. Herkömmlicherweise (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) wird jedem im Sinne einer dynamischen Semiose aufgefassten Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix ein semiotischer Morphismus wie folgt zugeordnet:

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

 \Rightarrow

	id1	α	$\beta\alpha$
	α°	id2	β
	$\alpha^\circ\beta^\circ$	β°	id3

Mit dieser Methode wird aber die Doppelnatur eines Subzeichens als statisches Subzeichen einerseits und als dynamische Semiose andererseits durcheinandergebracht. Um dies zu zeigen, ordnen wir der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

zunächst Morphismen nach der obigen Methode zu, indem einfach jedes Subzeichen durch den ihm korrespondierenden Morphismus ersetzt wird

$(\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha)$.

Nun hatte aber schon Bense (1979, S. 53, 67) festgehalten, dass das triadische Zeichen eine verschachtelte Relation aus einer triadischen, einer dyadischen und einer monadischen Relation sei. Wir benötigen demnach verschachtelte Kategorien, die diesem relationalen Umstand Rechnung tragen. Deshalb waren bereits in Toth (2008, S. 159 ff.) sogenannte dynamische Morphismen eingeführt worden, um sie von ihrer statischen Verwendung im letzten Beispiel zu unterscheiden. Bei dynamischen Morphismen wird der Verschachtelung von Relationen wie folgt Rechnung getragen:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \Rightarrow ((3.2), (1.1), (2.1), (1.3)) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$.

Hier handelt es sich also um 2-dimensionale n-Kategorien im Sinne von Baez und Dolan (1998), denn die statischen Subzeichen selbst können natürlich wiederum in Morphismen umgeschrieben werden

$((3.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (1.3)) \Rightarrow ((3 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 1) \rightarrow (2 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 3)) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$.

2. Etwas komplexer ist die Sachlage bei 3-dimensionalen n-Kategorien. Zunächst ist es bei einer 3-Zkl wie etwa

(3.3.1 1.2.1 2.1.3)

völlig unmöglich, den 3-dimensionalen Subzeichen statische Morphismen zuzuweisen, die ja Abbildungen zweier monadischer Primzeichen sind. Daraus folgt also, dass die aus dem 3-

dimensionalen Zeichenkubus von Stiebing (1978) herauslesbaren Zeichenklassen nur mit Hilfe von dynamischen Morphismen erfassbar sind. Allerdings gibt es hier mindestens zwei Möglichkeiten.

2.1. Bei der ersten Möglichkeit werden alternierend von links nach rechts Paare von monadischen Primzeichen aus den (von links nach rechts) in Dyaden abgeteilten Triaden einem der Morphismen aus der obigen kategoriethoretischen Matrix zugewiesen. Auf unser Beispiel angewandt, sähe das so aus:

$$(3.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.3) \Rightarrow ((3.1), (3.2), (1.1)), (1.2), (2.1), (2.3)) \equiv [[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha, \alpha^\circ, \beta]].$$

Das Ergebnis ist also wie bei 2-Zkln pro Zeichenklasse eine natürliche Transformation, nur dass es bei 3-Zkln eben drei Morphismen pro geordnetem Paar sind und nicht zwei, wie bei 2-Zkln. Trotzdem wird diese Methode dem Sachverhalt, dass hier drei triadische Subzeichen zu einer komplexen triadischen Relation über Relationen verschachtelt sind, nicht gerecht.

2.2. Wir führen daher folgende Methode ein:

$$(3.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.3) \Rightarrow (((3.1), (3.2), (3.1)); (3.2), (3.1), (3.3)), ((3.1), (3.2), (3.1), (3.2, 3.1, 3.3)); ((1.1), (1.2), (1.1); (1.2), (1.1), (1.3))) \equiv [[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_3], [\text{id}_1, \alpha, \text{id}_1], [\alpha, \text{id}_1, \beta\alpha]],$$

wobei dies nach dem oben Gesagten eine abkürzende Schreibweise für die n-Kategorie

$$((3 \rightarrow 3 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 1), (2 \rightarrow 1 \rightarrow 3)) \rightarrow (((3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1)); (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 3)), ((3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3)); ((1 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 1); (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 3)))$$

ist. Allgemein wird also eine 3-Zkl

(a.3.b c.2.d e.1.f) wie folgt in eine n-Kategorie aufgelöst:

$$(a.3.b \ c.2.d \ e.1.f) \rightarrow ((a \rightarrow c, (a \rightarrow 2), (a \rightarrow d), (a \rightarrow e), (a \rightarrow 1), (a \rightarrow f); (3 \rightarrow c), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow d), (a \rightarrow e), (a \rightarrow 1), (a \rightarrow f); (b \rightarrow c), (b \rightarrow 2), (b \rightarrow d), (b \rightarrow e), (b \rightarrow 1), (b \rightarrow f)).$$

Bibliographie

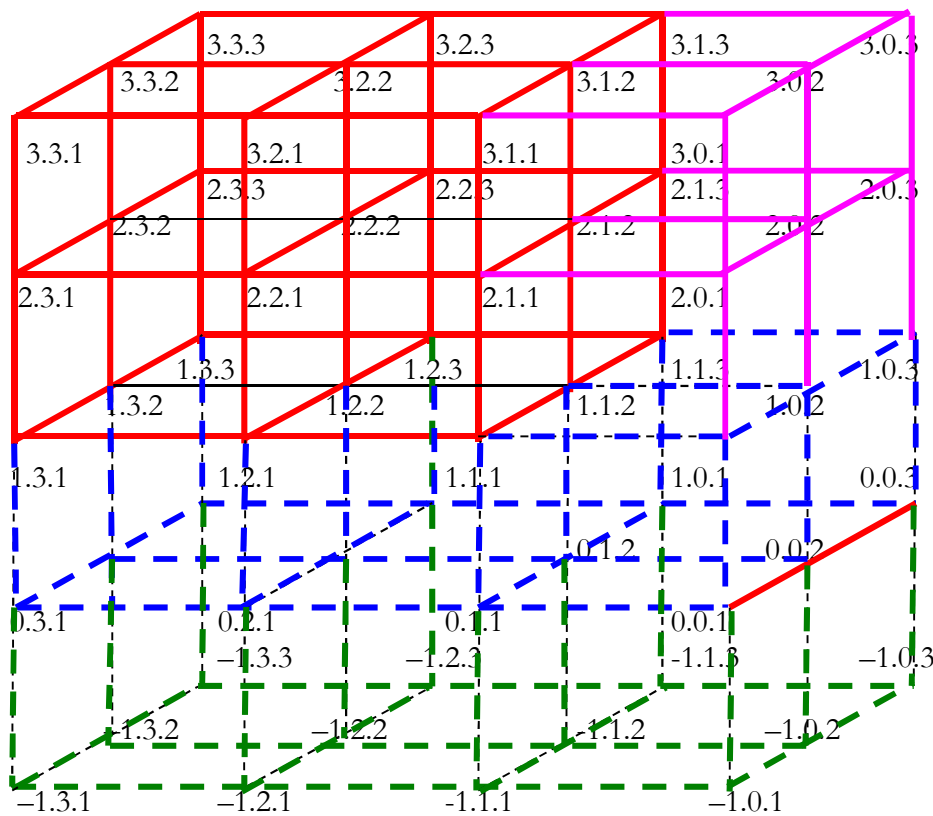
- Baez, John C./Dolan, James, Categorification. In: (Getzler, Ezra/Kapranov, Mikhail (Hrsg.), Higher Category Theory. Providence, RI 1998, S. 1-36
 Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Die Zeichendefinitionen der 3-dimensionalen semiotischen Teilräume

1. In dem folgenden semiotischen Raum, der sich aus mindestens 4 semiotischen Teilräumen zusammensetzt, ist der rot ausgestrichene Teilraum der Zeichenkubus von Stiebing (1978, S. 77). Wie man leicht erkennt, enthält er 3mal die 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix, und zwar je einmal auf jeder der drei semiotischen Ebenen. Daraus folgt, dass eine Zeichenklasse, gebildet aus den triadisch erweiterten dyadischen Subzeichen des roten Teilraumes die folgende allgemeine Form hat

$$(1) \text{ 3-Zkl (rot) } = (a.3.b \text{ c.2.d e.1.f}),$$

worin also $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$ die semiotischen Dimensionen, $b, d, f \in \{1, 2, 3\}$ die trichotomischen Stellenwerte und die die Konstanten 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte sind.



2. Wenn wir nun den blauen Teilraum ansehen, der in Toth (2009) konstruiert wurde, um den roten Teilraum mit der roten Linie zu einem zusammenhängenden Raum zu vervollständigen, erkennen wir, dass hier als Dimensionen nur die Werte 0 und 1 aufscheinen. Statt triadischer haben wir tetradische Hauptwerte (0, 1, 2, 3), und als trichotomische Stellenwerte können (1, 2, 3) auftreten. Eine Zeichenklasse, gebildet aus den Subzeichen des blauen Teilraumes, hat also die folgende allgemeine Form:

$$(2) \text{ 3-Zkl (blau) } = (a.3.b \text{ c.2.d e.1.f g.0.h}), \text{ mit } a, c, e, g \in \{0, 1\} \text{ und } b, d, f \in \{1, 2, 3\}$$

3. Als nächstes schauen wir uns den grünen Teilraum an. Dieser ist an sich nicht nötig für einen nicht-transzendentalen Zeichenkubus, d.h. einen Zeichenkubus, aus dem Zeichenklassen konstruiert werden können, in welchen die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt

aufgehoben sind. Er stellt allerdings die natürliche Fortsetzung dar der von der Basis-Zeichenfläche des roten Teilraumes projizierten positiven semiotischen Dimensionen in den negativen Bereich dar. Wie man aus dem obigen Bild abliest, können die Dimensionen die Werte $(1, 0, -1)$ annehmen. Wie schon beim blauen Teilraum, haben wir tetradische statt triadischer Hauptwerte $(0, 1, 2, 3)$. Als trichotomische Stellenwerte treten $(1, 2, 3)$ auf. Eine Zeichenklasse, gebildet aus den Subzeichen des grünen Teilraumes, hat also die folgende allgemeine Form:

$$(3) \text{ 3-Zkl (grün) } = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f \ g.0.h), \text{ mit } a, c, e, g \in \{1, 0, -1\} \text{ und } b, d, f \in \{1, 2, 3\}$$

4. Erst mit dem violetten Teilraum wird der semiotische Raum zu einem $4 \times 3 \times 4$ -Kubus vervollständigt. Wie man sofort erkennt, treten hier sowohl als Dimensionen als auch als trichotomische Stellenwerte $\{1, 2, 3\}$ auf. Allerdings kommen nur zwei dyadische (statt triadische) Hauptwerte vor, nämlich $\{0, 1\}$. Eine Zeichenklasse, gebildet aus den Subzeichen des violetten Teilraumes, hat also die folgende allgemeine Form:

$$(4) \text{ 3-Zkl (violett) } = (a.1.b \ c.0.d), \text{ mit } a, c \in \{1, 2, 3\} \text{ und } b, d \in \{1, 2, 3\}$$

Man erkennt an den Zeichendefinitionen (1) – (4) sehr gut, dass die drei Parameter einer Zeichendefinition, nämlich Dimension, triadischer Wert und trichotomischer Wert, voneinander unabhängig sind.

5. Da die 4 Teilräume verschieden sind, haben sie auch verschiedene Zeichendefinitionen. Damit haben sie aber auch verschiedene Zeichenklassen. Wir wollen hier exemplarisch nur die Zeichenklassen von (4) konstruieren. Da das triadische Subzeichen mit eingebettetem kategorialen Objekt $(c.0.d)$ sich nicht nach einer semiotischen inklusiven Ordnung richtet (vgl. Toth 2008, S. 14 ff.) und da dasselbe allgemein für semiotische Dimensionszahlen gilt, bekommen wir

(1.1.1 1.0.1) (1.1.1 2.0.1) (1.1.1 3.0.1)
 (1.1.1 1.0.2) (1.1.1 2.0.2) (1.1.1 3.0.2)
 (1.1.1 1.0.3) (1.1.1 2.0.3) (1.1.1 3.0.3)

(1.1.2 1.0.1) (1.1.2 2.0.1) (1.1.2 3.0.1)
 (1.1.2 1.0.2) (1.1.2 2.0.2) (1.1.2 3.0.2)
 (1.1.2 1.0.3) (1.1.2 2.0.3) (1.1.2 3.0.3)

(1.1.3 1.0.1) (1.1.3 2.0.1) (1.1.3 3.0.1)
 (1.1.3 1.0.2) (1.1.3 2.0.2) (1.1.3 3.0.2)
 (1.1.3 1.0.3) (1.1.3 2.0.3) (1.1.3 3.0.3)

(1.2.1 1.0.1) (1.2.1 2.0.1) (1.2.1 3.0.1)
 (1.2.1 1.0.2) (1.2.1 2.0.2) (1.2.1 3.0.2)
 (1.2.1 1.0.3) (1.2.1 2.0.3) (1.2.1 3.0.3)

(1.2.2 1.0.1) (1.2.2 2.0.1) (1.2.2 3.0.1)
 (1.2.2 1.0.2) (1.2.2 2.0.2) (1.2.2 3.0.2)
 (1.2.2 1.0.3) (1.2.2 2.0.3) (1.2.2 3.0.3)

(1.2.3 1.0.1) (1.2.3 2.0.1) (1.2.3 3.0.1)
 (1.2.3 1.0.2) (1.2.3 2.0.2) (1.2.3 3.0.2)
 (1.2.3 1.0.3) (1.2.3 2.0.3) (1.2.3 3.0.3)

(1.3.1 1.0.1) (1.3.1 2.0.1) (1.3.1 3.0.1)
(1.3.1 1.0.2) (1.3.1 2.0.2) (1.3.1 3.0.2)
(1.3.1 1.0.3) (1.3.1 2.0.3) (1.3.1 3.0.3)

(1.3.2 1.0.1) (1.3.2 2.0.1) (1.3.2 3.0.1)
(1.3.2 1.0.2) (1.3.2 2.0.2) (1.3.2 3.0.2)
(1.3.2 1.0.3) (1.3.2 2.0.3) (1.3.2 3.0.3)

(1.3.3 1.0.1) (1.3.3 2.0.1) (1.3.3 3.0.1)
(1.3.3 1.0.2) (1.3.3 2.0.2) (1.2.3 3.0.2)
(1.3.3 1.0.3) (1.3.3 2.0.3) (1.2.3 3.0.3),

also 9 mal 9 Zeichenklassen, die nun auf allen 3 semiotischen Dimensionen auftreten können, somit total 243 Zeichenklassen.

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Der vollständige 4×3×4 Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Dimensionen und Tensormatrizen

1. Wir hatten in Toth (2009b) festgehalten, dass 12-dimensionale Zeichenrelationen auf die folgenden zwei Arten definiert werden können:

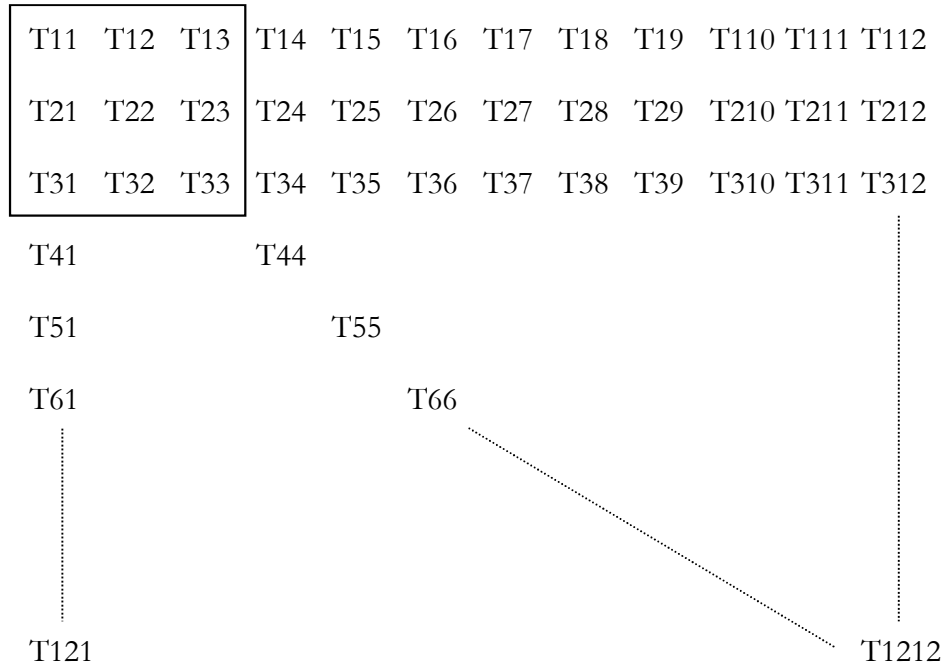
- (1) 12-ZR = ((α · β (a.b)· γ · δ) (ϵ · ζ (c.d)· η · θ) (ι · κ (e. f)· λ · μ))
mit $\alpha, \dots, \mu \in C = \{-1, 0, +1\}$ und $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$,
- (2) 12-ZR = (α .(a.b) β .(c.d) γ .(e.f))
mit $\alpha, \beta, \gamma \in D = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

Theoretisch ist es aber möglich, noch weitere Definitionen zu konstruieren, z.B.

- (2)' 12-ZR = ((α .(a.b)· β) (γ .(c.d)· δ) (ϵ .(e.f)· ζ))
 - (2)'' 12-ZR = ((α · β (a.b)· γ) (δ · ϵ .(c.d)· ζ) (ϵ · θ (e.f)· κ))
 - (2)''' 12-ZR = ((α · β (a.b)· γ · δ) (ϵ · ζ .(c.d)· η · θ) (κ · λ .(e.f)· μ · ν))
 - ...
- } $\alpha, \dots, \nu \in D$

d.h. man kann theoretisch jedes Subzeichen in bis zu 12 Dimensionen gleichzeitig plaziert sein lassen.

2. Als maximale 2-dimensionale Tensormatrix einer 12-dimensionalen Zeichenklasse wird eine 12×12 Matrix wie folgt angesetzt:



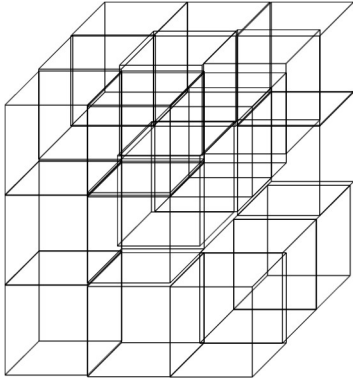
Die eingerahmte Teilmatrix ist die Tensor-Matrix der 2-dimensionalen Peirceschen Zeichenklasse

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c).$$

Für eine 3-dimensionale Zeichenklasse, wie sie aus dem Zeichenkubus von Stiebing (1978) konstruierbar ist, d.h.

$$3\text{-ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma.(e.f)),$$

brauchen wir allerdings bereits eine Levi-Civita-Tensormatrix, welche die folgende allgemeine Gestalt hat:



während wir für

$$(2)' \quad 12\text{-ZR} = ((\alpha.(a.b).\beta) (\gamma.(c.d).\delta) (\epsilon.(e.f).\zeta))$$

$$(2)'' \quad 12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(a.b).\gamma) (\delta.\epsilon.(c.d).\zeta) (\epsilon.\theta(e.f).\kappa))$$

$$(2)''' \quad 12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(a.b).\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta.(c.d).\eta.\theta) (\kappa.\lambda.(e.f).\mu.\nu))$$

eine 4-, 5- und 6-dimensionale Matrix brauchen. Wollen wir also sowohl die 2-dimensionalen dyadischen Subzeichen als auch die sich aus Toth (2009a) ergebende minimale Repräsentativität von 12 Dimensionen pro Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik mit einer Tensor-Matrix erfassen, dann muss diese sogar 14-dimensional sein.

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zwei topologische Modelle 3-dimensionaler Semiotiken

1. Die klassische monokontexturale Peircesche Zeichenrelation ist 2-dimensional:

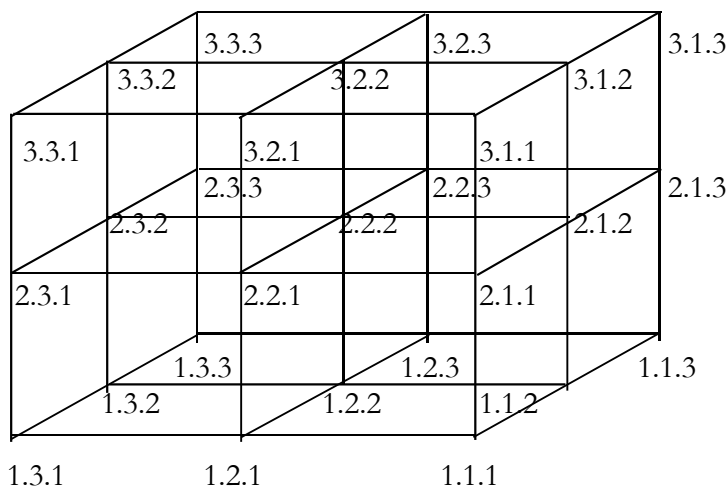
$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c),$$

ebenso wie die um die Einbettung des kategorialen Objektes aus der klassischen erweiterte präsemiotische Zeichenrelation (vgl. Toth 2008)

$$2\text{-ZR}^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d).$$

Dagegen ist die durch den Stiebingschen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77) implizierte Zeichenrelation 3-dimensional

$$3\text{-ZR} = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$



Wir konstruieren nun aus Gründen der Parallelität die folgende 3-dimensionale Zeichenrelation mit eingebettetem kategorialen Objekt

$$3\text{-ZR}^* = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f \ g.0.h).$$

2. Da die letzte triadische Teilrelation (g.0.h) auf der präsemiotischen Ebene der Nullheit oder Zeroness angesiedelt ist (vgl. Bense 1975, S. 41, 45, 65 f.; Stiebing 1981, 1984), muss also $g = 0$ sein. Damit haben wir

$$3\text{-ZR}^* = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f \ 0.0.h).$$

Werfen wir aber, bevor wir fortfahren, einen Blick auf $2\text{-ZR}^* \subset 3\text{-ZR}^*$. Die der Zeichenrelation

$$2\text{-ZR}^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

zugrunde liegende semiotische Matrix ist nicht-quadratisch und nicht-symmetrisch:

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

da der ganze Spaltenvektor

$$\begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$$

fehlt. Die für Zeichenthematiken nicht definierten Werte (1.0), (2.0), (3.0) erscheinen zwar in den Realitätsthematiken, vgl.

$$(2\text{-ZR}^*)^\circ = (d.0 \text{ c.1 b.2 a.3}) \text{ mit } a, \dots, d \in \{1, 2, 3\},$$

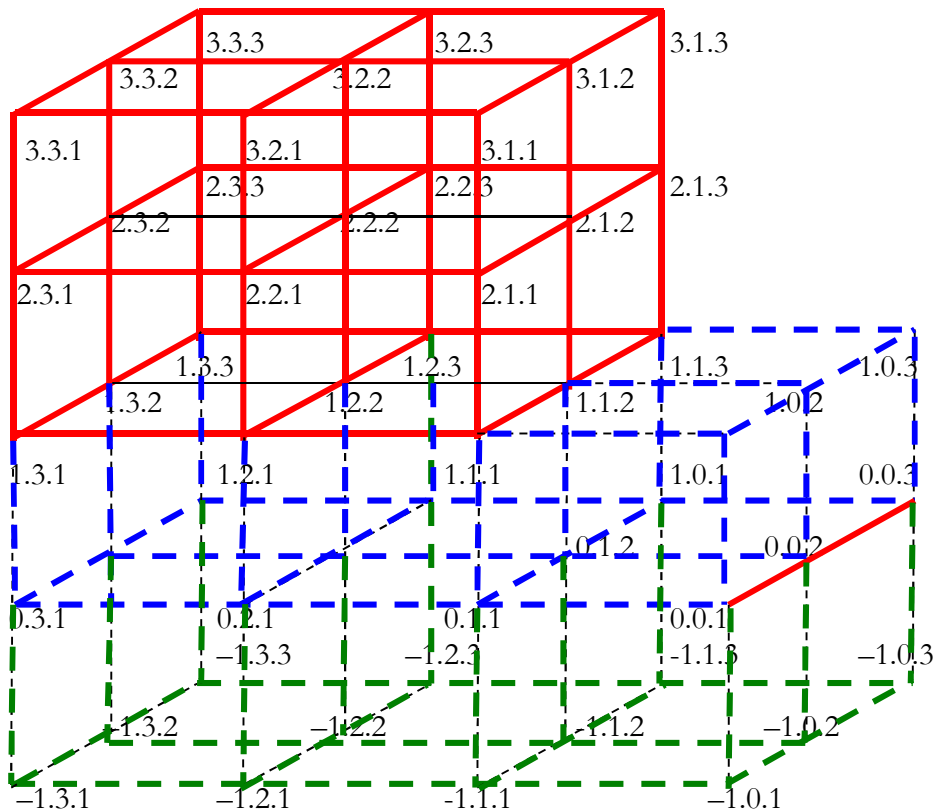
aber (0.0) ist ausgeschlossen, da nach Bense (1975, S. 65 f.) für Kategorialzahlen k gilt: $k > 0$, während für Relationszahlen gilt: $r = 0, 1, 2, 3$. (0.0) wäre demnach eine relationale Eigenschaft von Kategorien, nämlich ihre Iteration, was der Definition einer Kategorialzahl widerspricht.

Nun haben wir aber in 3-ZR* als letzte triadische Partialrelation

(0.0.h).

Hier ist die erste 0 jedoch semiotische Dimensionszahl entsprechend den übrigen triadischen Partialrelationen. Die hier eingebettete dyadische Relation ist also (0.h), und h kann nach Götz (1982, S. 4, 28) die trichotomischen Werte 1, 2, 3 annehmen.

3. Wenn wir nun aber versuchen, auf der Basis von 3-ZR ein 3-dimensionales Zeichenmodell für 3-ZR* zu konstruieren, bekommen wir einen merkwürdigen semiotischen Raum:



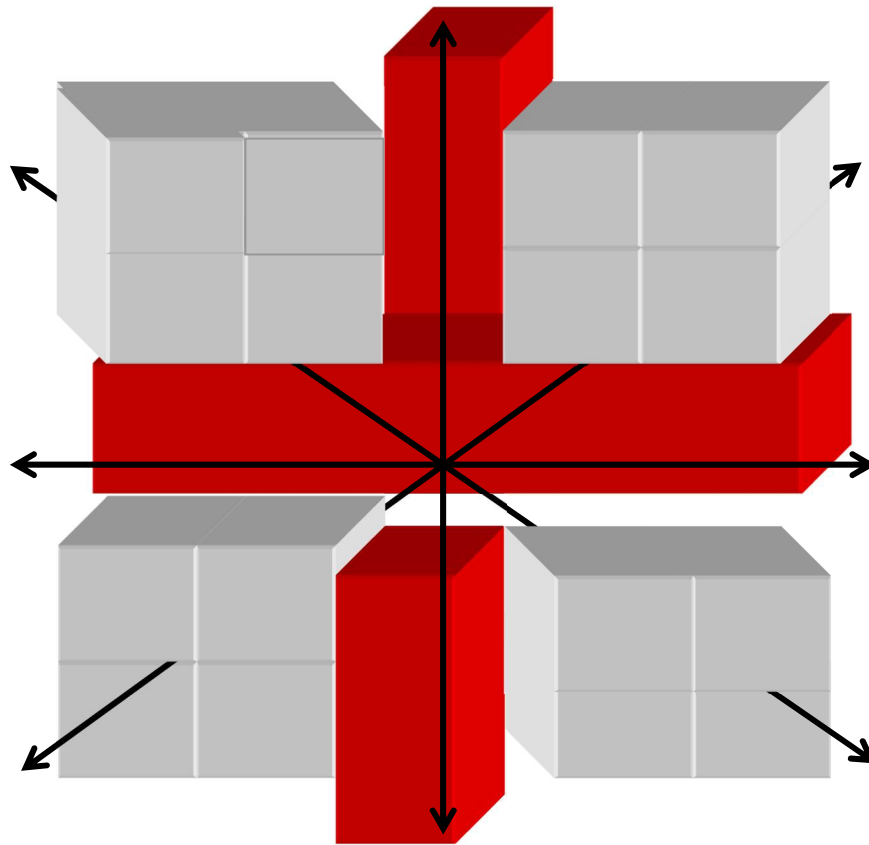
Die rot eingerahmten Räume ergeben zusammen den 3-dimensionalen semiotischen Raum über $3\text{-ZR}^* = (a.3.b\ c.2.d\ e.1.f\ 0.0.h)$. Dieser ist also unzusammenhängend. Um mit dem Stiebingschen Zeichenkubus zusammenzuhängen, würde also der blaue Raum vorausgesetzt. Dieser basiert jedoch auf der vollständigen, d.h. nicht nur für Realitäts-, sondern auch für Zeichenthematiken definierten Nullheit, so dass also neben

$(0.0.1), (0.0.2), (0.0.3)$

auch die Subzeichen $(0.1.1), (0.1.2), (0.1.3); (0.2.1), (0.2.2), (0.2.3); (0.3.1), (0.3.2), (0.3.3)$

definiert sind. Nun waren wir oben von der präsemiotischen Trichotomie $(0.1), (0.2), (0.3)$ ausgegangen. Wird diese nun auf die Dimension der Nullheit projiziert, erhalten wir $(0.0.1), (0.0.2), (0.0.3)$ und nicht die vorher aufgelisteten Subzeichen. Mit anderen Worten: Während die Dimensionen 2 und 3, wie Stiebing (1978, S. 77) korrekt bemerkte, Projektionen der Dimension 1 sind, ist im obigen topologischen Modell die Dimension 0 eine Projektion der Dimension 1. Hier wird also sozusagen eine präsemiotische Ebene nicht aus dem Mittelbezug abstrahiert, sondern der Mittelbezug selbst generiert sie.

Die 2-dimensionale Zeichenfläche der semiotischen Matrix als Teilraum des 3-dimensionalen Zeichenkubus wirkt also als Projektionsachse sowohl “nach oben” als auch “nach unten”. Deshalb gibt es auch keinen theoretischen Grund, die Dimension 0 als tiefste semiotische Ebene anzunehmen. Wie der grün eingerahmte Raum im obigen Bild zeigt, können wir mindestens bis zur -1 -dimensionalen Ebene der Subzeichen der Form $(-ab.c)$ vordringen, und damit gewinnen wir den Anschluss an das quaternionäre Zeichenmodell, das in Toth (2009) eingeführt worden war:



Sowohl die Untersuchung des zweiten hier präsentierten 3-dimensionalen topologischen Modells wie der mathematische Vergleich beider Modelle sowie deren semiotische Interpretation wird Gegenstand weiterer Untersuchungen sein.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Von der komplexen zur quaternionären Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Dimensionierte trichotomische Triaden

1. Trichotomische Triaden wurden von E. Walther in die Semiotik eingeführt (Walther 1981, 1982). Prinzipiell kann darunter jede Zusammenfassung von drei semiotischen Dualsystemen verstanden werden, obwohl jene Trichotomischen Triaden bevorzugt werden, in denen die durch die Realitätsthematiken präsentierten strukturellen Realitäten das vollständige Zeichen erzeugen. Dazu folgendes Beispiel:

$$\left. \begin{array}{lll} (3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ \underline{1.2} \ 1.3) & \text{M-them.} & \text{M} \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ \underline{1.2} \ 1.3) & \text{M-them.} & \text{O} \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ \underline{1.2} \ 1.3) & \text{M-them.} & \text{I} \end{array} \right\} \text{ vollständige Zeichen-Thematisierung}$$

2. Wenn wir nun die obige Trichotomische Triade unter Verwendung dimensionierter Zeichenklassen und Realitätsthematiken notieren, erhalten wir

$$\begin{aligned} (1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1) \times (4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3) \\ (1.3.1 \ 2.2.1 \ 3.1.2) \times (3.2.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3) \\ (2.3.1 \ 1.2.1 \ 3.1.3) \times (3.3.1 \ 1.1.2 \ 2.1.3) \end{aligned}$$

mit den Dimensionskombinationen

$$(1,1,4) - (1,2,3) - (2,1,3) \times (3,1,2) - (3,2,1) - (4,1,1).$$

Nach Walther (1982) lässt sich nun das Peircesche Zehnersystem in der Form von drei Trichotomischen Triaden zuzüglich des dualinvarianten eigenrealen Dualsystems, das die drei Trichotomischen Triaden determiniert, notieren. Wenn wir also die beiden anderen Trichotomischen Triaden ansehen

$$\begin{aligned} (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.1.2) \times (2.2.1 \ 3.2.2 \ 1.1.3) \\ (1.3.2 \ 4.2.2 \ 1.1.2) \times (1.2.1 \ 4.2.2 \ 1.2.3) \\ (2.3.2 \ 3.2.2 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3.3.1 \ 1.2.3 \ 2.1.3) \times (2.3.1 \ 1.3.2 \ 3.1.3) \\ (3.3.2 \ 2.2.3 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 2.3.2 \ 3.2.3) \\ (4.3.3 \ 1.2.3 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 1.3.2 \ 4.3.3), \end{aligned}$$

so finden wir die Dimensionskombinationen

$$\begin{aligned} (1,3,2) - (1,4,1) - (2,3,1) \times (2,3,1) - 1,4,1) - (1,3,2) \\ (3,1,2) - (3,2,1) - (4,1,1) \times (1,4,4) - (1,2,3) - (2,1,3), \end{aligned}$$

d.h. es handelt sich bei allen drei Trichotomischen Triaden um eine Permutation der Elemente der Menge $\{1, 2, 3\}$, welche durch eine Permutation der Elemente der Menge $\{1, 4\}$ quasi vermittelt wird. Wie man erkennt, treten Permutationen der Elemente der Menge $\{1, 4\}$ nur bei den Hauptzeichenklassen auf, d.h. bei denjenigen, deren Realitätsthematiken die Realitäten des vollständigen Mittels, Objekts und Interpretanten präsentieren. In keiner der drei Trichotomischen Triaden tritt jedoch die Kombination $(2,2,2)$ auf, denn diese ist für das dualinvariante Dualsystem der Eigenrealität reserviert, welches die drei Trichotomischen Triaden nach Walther (1982)

“determiniert”. ((2,2,2) ist ferner die Kombination der Klasse der Kategorienrealität (3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3).)

3. Eine weitere Form Trichotomischer Triaden wurde in Toth (1997) vorgeschlagen, und zwar handelt sich beim dort präsentierten Modell einer semiotisch-relationalen Grammatik darum, dass für jeden Schnittpunkt des SRG-Modells Realitätsthematiken mit gleichen Thematisaten miteinander verbunden werden:

(1.1 1.2 1.3) × (3.1 2.1 1.1)	M-them. M
(2.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.2)	O-them. M
(3.1 3.2 1.3) × (3.1 2.3 1.3)	I-them. M
(2.1 1.2 1.3) × (3.1 2.1 1.2)	M-them. O
(2.1 2.2 2.3) × (3.2 2.2 1.2)	O-them. O
(3.1 3.2 2.3) × (3.2 2.3 1.3)	I-them. O
(3.1 1.2 1.3) × (3.1 2.1 1.3)	M-them. I
(3.1 2.2 2.3) × (3.2 2.2 1.3)	O-them. I
(3.1 3.2 3.3) × (3.3 2.3 1.3)	I-them. I

Auch hier werden also die drei Trichotomischen Triaden durch das eigenreale Dualsystem (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) determiniert, aber jede Trichotomische Triade thematisiert nun nicht das vollständige Zeichen (M, O, I), sondern jeweils eine seiner Fundamentalkategorien (M oder O oder I).

Wenn wir nun auch in dieser zweiten Möglichkeit, Trichotomische Triaden zu bilden, die obigen Dualsysteme mit ihren Eigendimensionen versehen

(4.1.1 1.1.2 1.1.3) × (1.3.1 1.2.1 4.1.1)
(2.2.1 3.2.2 1.1.3) × (1.3.1 3.2.2 2.1.2)
(2.3.1 1.3.2 3.1.3) × (3.3.1 1.2.3 2.1.3)
(1.2.1 2.1.2 3.1.3) × (1.3.1 2.2.1 3.1.2)
(1.2.1 4.2.2 1.2.3) × (1.3.2 4.2.2 1.1.2)
(1.3.1 2.3.2 3.2.3) × (3.3.2 2.2.3 1.1.3)
(1.3.1 2.1.2 3.1.3) × (2.3.1 1.2.1 3.1.3)
(2.3.1 3.2.2 1.2.3) × (2.3.2 3.2.2 1.1.3)
(1.3.1 1.3.2 4.3.3) × (4.3.3 1.2.3 1.1.3),

so finden wir die Dimensionskombinationen

(1,1,4) – (1,3,2) – (3,1,2) × (2,1,3) – (2,3,1) – (4,1,1)
(1,2,3) – (1,4,1) – (3,2,1) × (1,2,3) – (1,4,1) – (3,2,1)
(2,1,3) – (2,3,1) – (4,1,1) × (1,1,4) – (1,3,2) – (3,1,2)

und damit also wiederum um Permutationen der Elemente der Menge {1, 2, 3} unter Vermittlung der Permutationen der Elemente der Menge {1, 4}. Vergleicht man die drei Trichotomischen Triaden nach Walther (1982)

$$\begin{array}{l}
(1,1,4) - (1,2,3) - (2,1,3) \times (3,1,2) - (3,2,1) - (4,1,1). \\
(1,3,2) - (1,4,1) - (2,3,1) \times (2,3,1) - (1,4,1) - (1,3,2) \\
(3,1,2) - (3,2,1) - (4,1,1) \times (1,4,4) - (1,2,3) - (2,1,3),
\end{array}$$

mit denjenigen nach Toth (1997):

$$\begin{array}{l}
(1,1,4) - (1,3,2) - (3,1,2) \times (2,1,3) - (2,3,1) - (4,1,1) \\
(1,2,3) - (1,4,1) - (3,2,1) \times (1,2,3) - (1,4,1) - (3,2,1) \\
(2,1,3) - (2,3,1) - (4,1,1) \times (1,1,4) - (1,3,2) - (3,1,2),
\end{array}$$

so stellt man fest, dass sie das gleiche "Vermittlungsgerüst" von Permutationen von $\{1, 4\}$, und zwar an den korrespondierenden Stellen, enthalten. Da die eigenreale und die kategorienreale Klasse das SRG-Netzwerk determinieren, fehlt die Kombination $(2,2,2)$ selbstverständlich.

Wie man allerdings ebenfalls erkennt

$$\begin{array}{l}
(1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1) \times (4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3) \ (4,1,1) \ \text{M-them. M} \\
(1.3.1 \ 2.2.1 \ 3.1.2) \times (3.2.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3) \ (3,2,1) \ \text{M-them. O} \\
(2.3.1 \ 1.2.1 \ 3.1.3) \times (3.3.1 \ 1.1.2 \ 2.1.3) \ (3,1,2) \ \text{M.them. I}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
(1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.1.2) \times (2.2.1 \ 3.2.2 \ 1.1.3) \ (2,3,1) \ \text{O-them. M} \\
(1.3.2 \ 4.2.2 \ 1.1.2) \times (1.2.1 \ 4.2.2 \ 1.2.3) \ (1,4,1) \ \text{O-them O} \\
(2.3.2 \ 3.2.2 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3) \ (1,3,2) \ \text{O-them. I,}
\end{array}$$

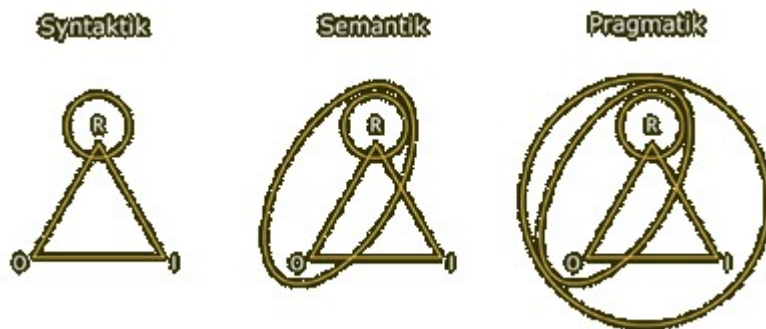
ist die Thematisationsstruktur, d.h. die strukturelle Realität, aus einer Realitätsthematik bzw. Zeichenklasse nicht direkt ablesbar.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-40
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Semiotische Dimensionen

1. Was Morris (1938) unter “semiotische Dimensionen” meint, ist in der Theoretischen Semiotik als “Zeichenfunktionen” (Walther 1979, S. 113 ff.) bekannt:



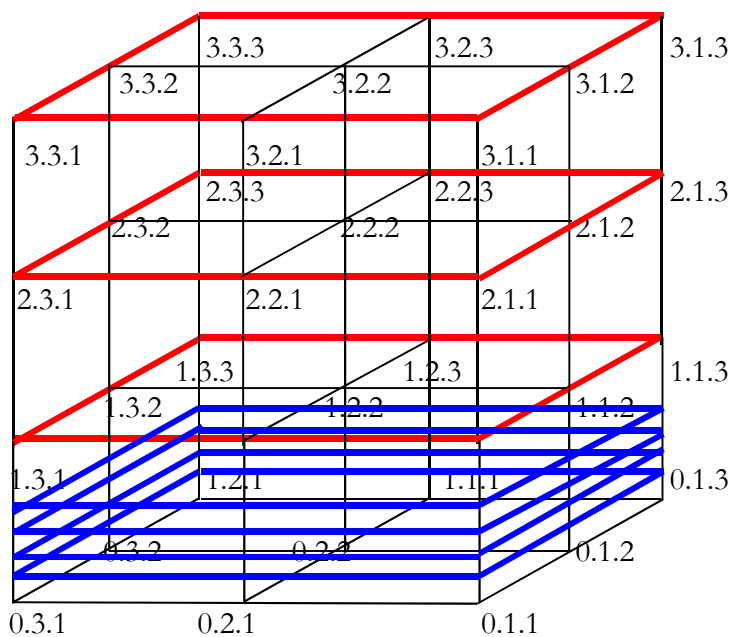
So betrifft die Syntax oder Syntaktik nur den Mittelbezug des Zeichens (M), die Semantik die Relations des Mittelbezugs zum Objektbezug ($M \Rightarrow O$) und damit das, was “Bezeichnungsfunktion” genannt wird, und die Pragmatik alle Zeichenfunktionen, d.h. aber nicht nur die Syntax und die Semantik, sondern auch die von Morris nicht unterschiedene “Bedeutungsfunktion” ($O \Rightarrow I$) und “Gebrauchsfunktion” ($I \Rightarrow M$).

Die Problematik dieser Art von semiotischer Dimensionskonzeption wurde bereits in Toth (2008b) und (2009a) behandelt; zur linguistischen Problematik der semiotischen Dimensionen vgl. auch Toth (1997, S. 32 ff.).

2. In Toth (2009a) wurde ein dimensioniertes Zeichenmodell eingeführt, das es erlaubt, Syntax nicht nur im Rahmen des Mittelbezugs, Semantik nicht nur im Rahmen der Bezeichnungsfunktionen und daher nicht nur Pragmatik allein auf der Basis eines vollständigen Zeichenmodells zu behandeln:

$$ZR = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i)) \text{ mit } a, d, g \in \{1, 2, 3\} \text{ und } c, f, i \in [1, 4]$$

Die Variablen a, d, g sind dabei Dimensionszahlen, die auf das 3-dimensionale Stiebingsche Zeichenmodell Bezug nehmen (Stiebing 1978, S. 77). c, f, i sind die in Toth (2009b) eingeführten (fraktalen) Eigendimensionen. Mit Hilfe dieser doppelten Dimensionierung einer Zeichenklasse ist es also möglich, nicht nur z.B. die Semantik aufgrund ihrer Eigendimension innerhalb der Bezeichnungsfunktionentheorie zu behandeln, sondern in ihrem Bereich selbst syntaktische, semantische und pragmatische Aspekte zu unterscheiden. Wir können das in dem folgenden Modell darstellen:



Hier sind die realen Dimensionen a, d, g rot und die den dyadischen Teilrelationen der triadischen Zeichenrelationen inhärenten Eigendimensionen blau eingezeichnet. Wir haben also

- | | | |
|-------------------------------------|---|---------------------------|
| 1. ((a.3.1.1) (b.2.1.1) (c.1.1.4)) | } | $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ |
| 2. ((a.3.1.1) (b.2.1.2) (c.1.2.3)) | | |
| 3. ((a.3.1.2) (b.2.1.1) (c.1.3.3)) | | |
| 4. ((a.3.1.1) (b.2.2.3) (c.1.2.2)) | | |
| 5. ((a.3.1.2) (b.2.2.2) (2.1.3.2)) | | |
| 6. ((a.3.1.3) (b.2.3.1) (c.1.3.2)) | | |
| 7. ((a.3.2.1) (b.2.2.4) (c.1.2.1)) | | |
| 8. ((a.3.2.2) (b.2.2.3) (c.1.3.1)) | | |
| 9. ((a.3.2.3) (b.2.3.2) (c.1.3.1)) | | |
| 10. ((a.3.3.4) (b.2.3.1) (c.1.3.1)) | | |

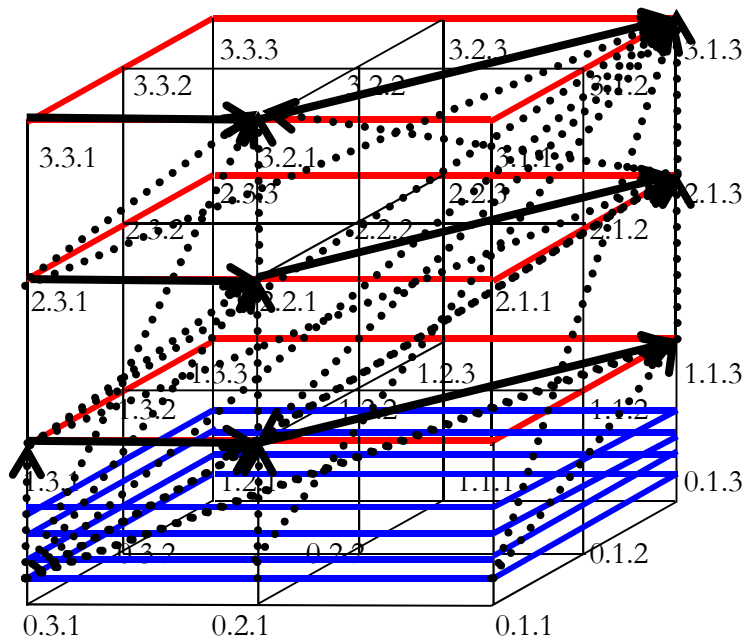
Mit anderen Worten: Allein aufgrund der inhärenten Eigendimensionen sind die triadischen Zeichenrelationen und ihre Realitätsthematiken mit dem schon von Bense (1975) und anderen angesetzten 0-Bereich des kategorialen Objektes, disponiblen Mittels und potentiellen Interpretanten verbunden, mit jenem Bereich also, der nach Götz (1982) prä-trichotomisch in Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) strukturiert ist, welche präsemiotischen Kategorien dann bei der Semiose in den Mittel-, Objekt- und Interpretantenbereich des Zeichens projiziert bzw. vererbt werden (vgl. Toth 2008a, S. 166 ff.). In anderen Worten: Die von Bense festgestellte "kategoriale Mitführung" (1979, S. 43, 45) wird durch die semiotischen Eigendimensionen gewährleistet. Die triadischen Zeichenrelationen stellen damit virtuelle tetradisch-trichotomische Relationen dar, wie sie in Toth (2008c) ausführlich dargestellt wurden.

Nun kann jede Zeichenrelation aufgrund der freien Dimensionen $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ in folgenden 27 Kombinationen auftreten:

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (1, 1, 1) | (2, 2, 2) | (3, 3, 3) | (1, 2, 3) |
| (1, 1, 2) | (1, 1, 3) | (2, 2, 3) | (1, 3, 2) |
| (1, 2, 1) | (1, 3, 1) | (2, 3, 2) | (2, 3, 1) |
| (2, 1, 1) | (3, 1, 1) | (3, 2, 2) | (2, 1, 3) |

(1, 2, 2)	(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 2, 1)
(2, 1, 2)	(3, 1, 3)	(3, 2, 3)	(3, 1, 2)
(2, 2, 1)	(3, 3, 1)	(3, 3, 2)	

Wenn man nun im Morrisschen Sinne $\dim(1) = \text{Syntax}$, $\dim(2) = \text{Semantik}$ und $\dim(3) = \text{Pragmatik}$ bestimmt, haben wir in den 27 Kombinationen also sämtliche Möglichkeiten der Kombination grammatischer Entitäten und Ebenen vor uns (Toth 2008b, Toth 2009a). Die äusserst komplexen Graphen lassen sich dann mit dem Modell des obigen Zeichenkubus darstellen. Im folgenden gebe ich einen Ausschnitt der dimensional Kombinationen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):



Bibliographie

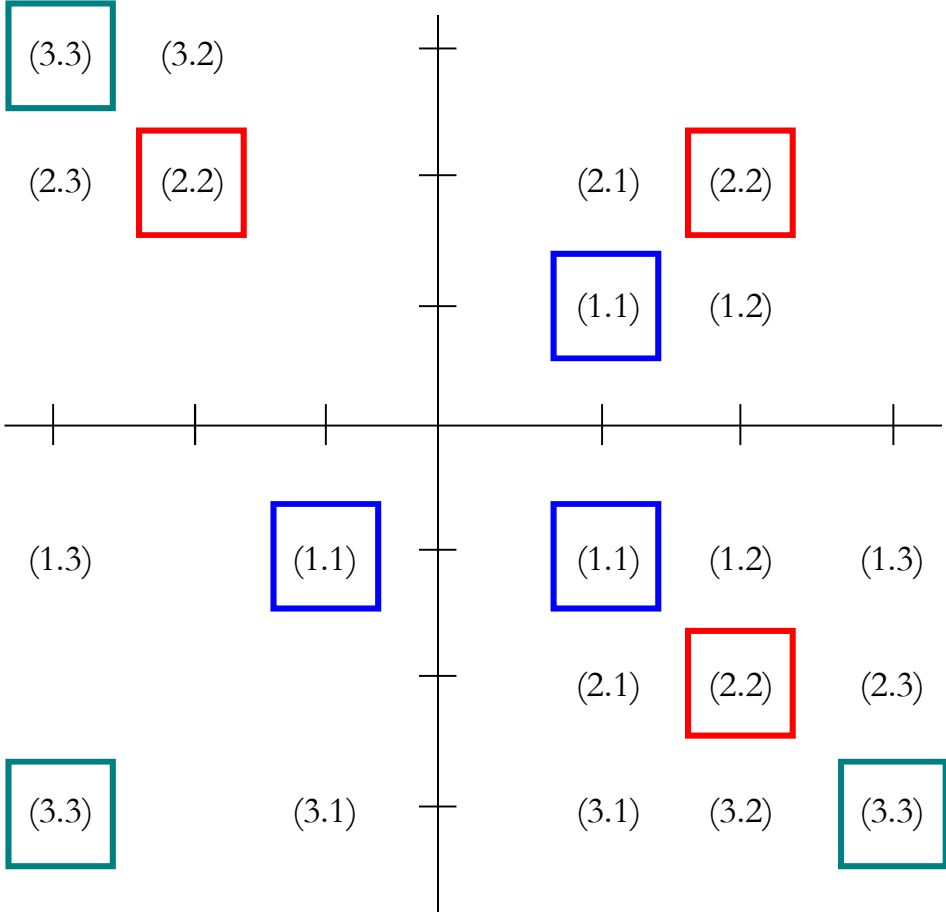
- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
 Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
 Morris, Charles William, Grundlagen der Zeichentheorie (1938). Frankfurt am Main 1988
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
 Toth, Alfred, Das Problem der Entitäten und Ebenen in der semiotischen Grammatiktheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008c)
 Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Semiotische und linguistische Ebenen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
 Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

2- and 3-dimensional display of triadic sub-signs in 4-contextual semiotics

1. As a provisory model for semiotic contextures in 2 dimensions, the Cartesian Coordinate System had been introduced into semiotics by Toth (2001, 2008a). Instead of marking the sub-signs of the triadic semiotic matrix by algebraic signs ((a.b), (-a.b), (-a.-b), (a.-b)) for the 4 quadrants of the Gaussian number field (counterclockwise), we start with Kaehr's 4-contextural triadic matrix (Kaehr 2009a, p. 8):

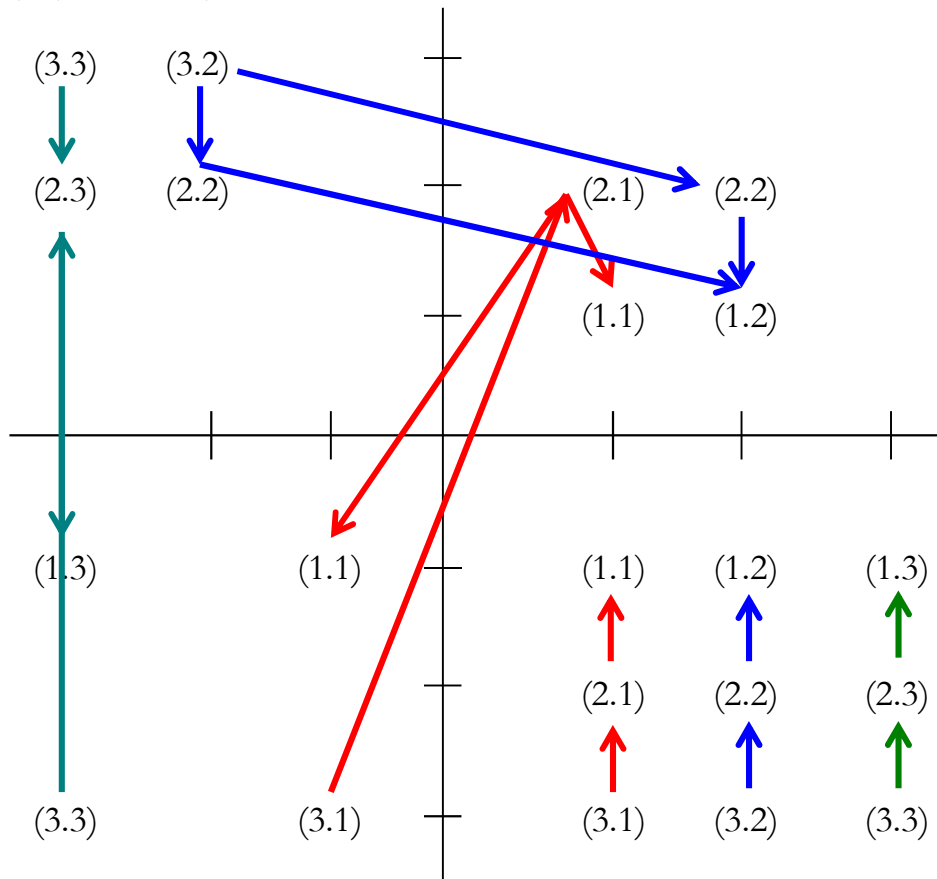
$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.3_{1,4} & 1.4_{3,4} \\ 3.1_{1,4} & 3.3_{1,2,4} & 3.4_{2,4} \\ 4.1_{3,4} & 4.3_{2,4} & 4.4_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

and display the distribution of the 9 sub-signs over the 4 semiotic contextures that we assign to the 4 quadrants



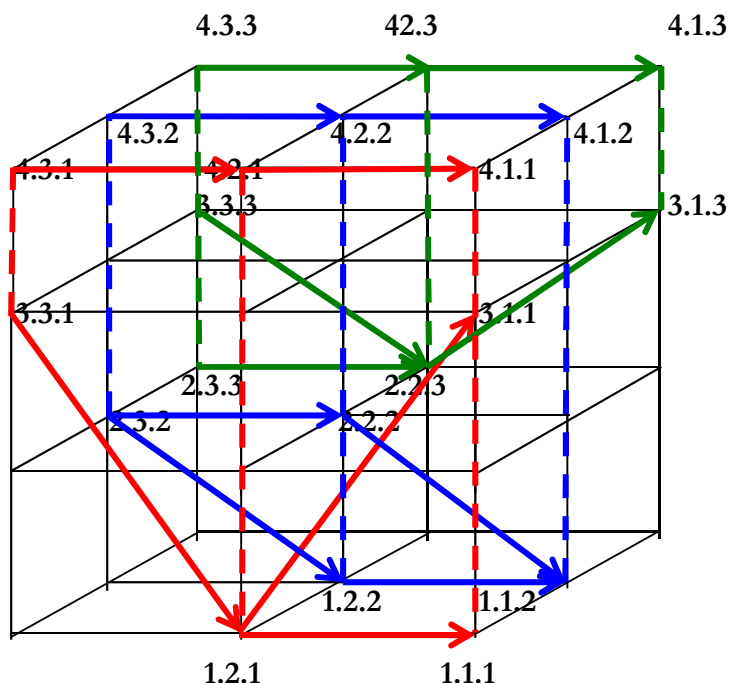
The sub-signs in frames of the same colors obey the matching conditions in connection with semiotic decomposition (cf. Kaehr 2009b).

The above coordinate system also gives a good picture of the structure of sign classes that lie in more than one contexture, extensively studied in Toth (2008a, pp. 82 ss.). In the following, we display only the three main sign classes, i.e. (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3).



As one recognizes, no contextual transgressions are necessary for contexture 4.

2. Another possibility of displaying the distribution of the sub-signs over contextures is the 3-dimensional sign-cube of Stiebing (1978), which has been used in a series of papers by me (f. ex., Toth 2009). If we assign contextures to semiotic dimensions, however, we need a 3-dimensional, but 4-leveled cube. Again, we show for an example the three main sign classes:



This 3-dimensional model has the advantage that the semiotic connections between the same sub-signs in different contexts can be illustrated easily (in the graph by dashed lines).

Therefore, parametrization of sub-signs

$$(a.b) \rightarrow (\pm a.\pm b), a, b, c \in \{1, 2, 3\}$$

and dimensional projection of sub-signs

$$(a.b) \rightarrow (a.b.c), b,c \in \{1, 2, 3\}, a \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

can be interpreted as two ways of displaying semiotic contexts. Therefore, the models of polycontextural semiotics introduced in Toth (2008a) and (2008b) still hold after the introduction of polycontextural environments into semiotics by Kaehr (2009a, b).

Bibliography

- Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009a)
- Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009b)

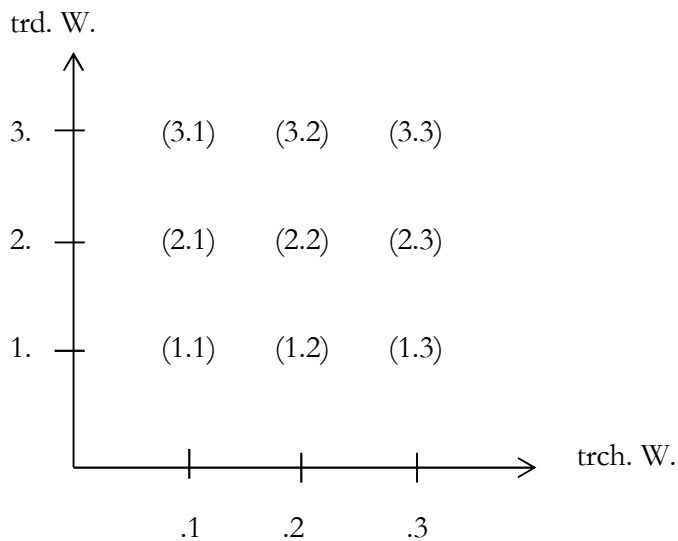
- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, pp. 117-134
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Toth, Alfred, Mehrdimensionale Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus

1. Die Definition der 2-dimensionalen Peirceschen Zeichenrelation lautet

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}.$$

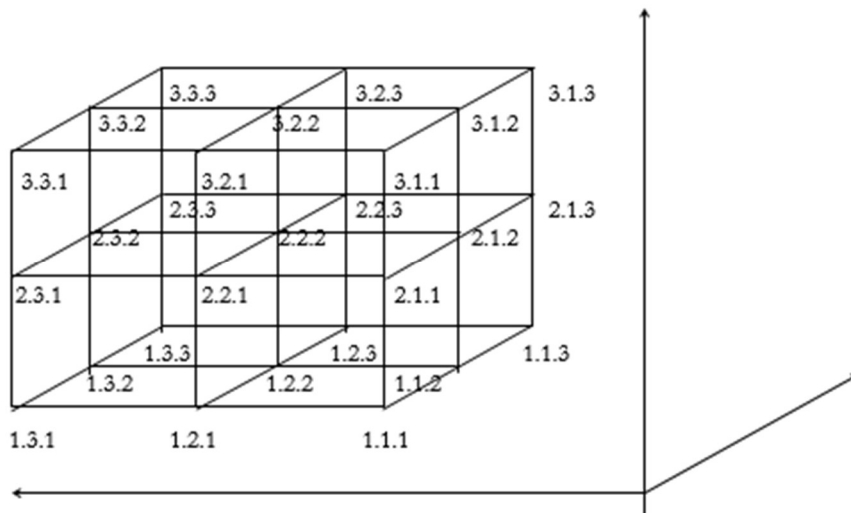
Das 2-ZR entsprechende Zeichenmodell ist die kleine Matrix als Ausschnitt eines 2-dimensionalen Zeichenraumes, auf dessen Abszisse die trichotomischen und auf dessen Ordinate die triadischen Werte eines dyadischen Subzeichens liegen.



2. Die Definition der 3-dimensionalen Stiebingschen Zeichenrelation lautet

$$3\text{-ZR} = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f) \text{ mit } a, \dots, f \in \{1, 2, 3\}$$

Das 3-ZR entsprechende Zeichenmodell ist der 3-dimensionale Stiebingsche Zeichenkubus (Stiebning 1978, S. 77) als Ausschnitt eines 3-dimensionalen Zeichenraumes, auf deren Abszisse die triadischen Werte, auf deren Ordinate die trichotomischen Werte und auf deren Kote die semiotischen Dimensionszahlen liegen.

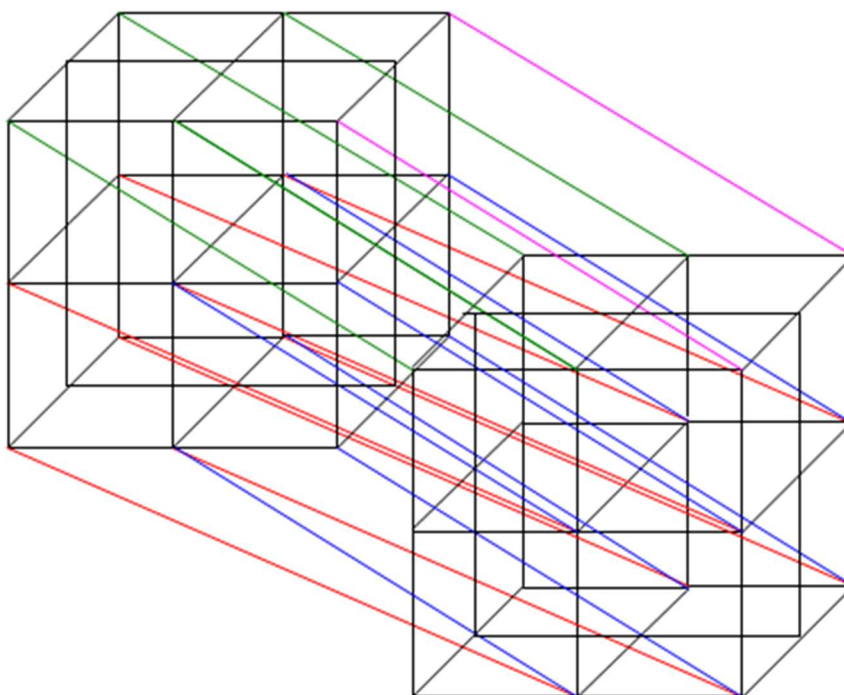


3. Die Definition der 4-dimensionalen Zeichenrelation lautet

$$4\text{-ZR} = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i))$$

Das 4-ZR entsprechende Zeichenmodell ist ein 4-dimensionaler Hyperkubus (Tesseract) als Ausschnitt eines 4-dimensionalen Zeichenraumes, auf deren x-Achse die triadischen Werte, auf deren y-Achse die trichotomischen Werte und auf deren z-Achse und w-Achse die semiotischen Dimensionszahlen liegen.

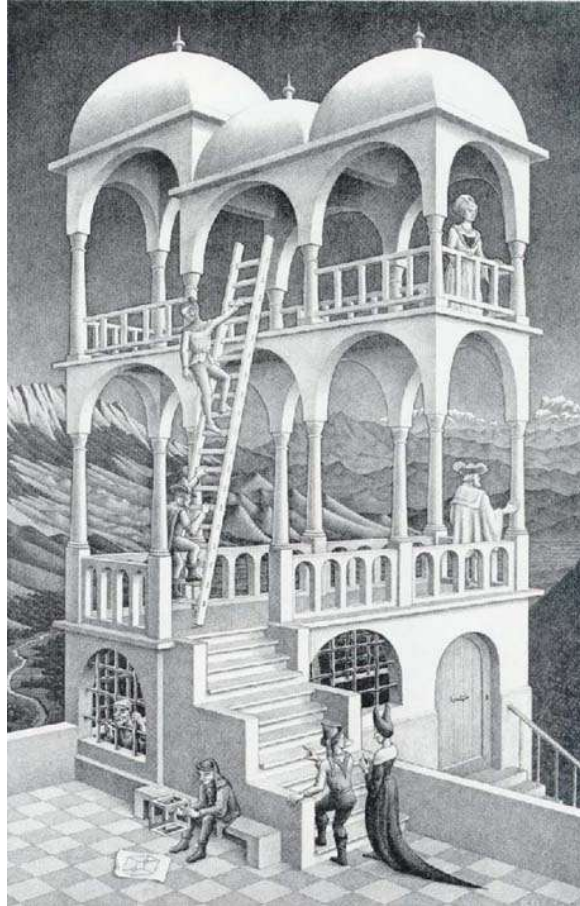
In der folgenden Darstellung wird also sozusagen ein 4-dimensionaler Hyperkubus so auf eine 2-dimensionale Fläche projiziert, dass die Parallelprojektion der illusionierten zwei 3-dimensionalen Kuben den 4-dimensionaler Hyperkubus imaginieren soll. Die farbigen Linien stellen übrigens das Netzwerk des Tesseractes dar, denn die 4. Dimension steht ja orthogonal zu den drei übrigen Dimensionen.



Jeder der beiden Kuben hat dabei grundsätzlich die Form des Zeichenkubus von 3-ZR, nur dass wir jetzt statt von triadischen von tetradischen Subzeichen gemäss ZR-4 ausgehen müssen:

4-SZ = (a.b.c.d),

wobei wie schon bei 3-SZ die Dyade (b.c) nicht durch Dimensionszahlen aufgespalten werden kann.



M.C. Escher, “Belvédère” (1958), ein hyperkubisches Gebäude

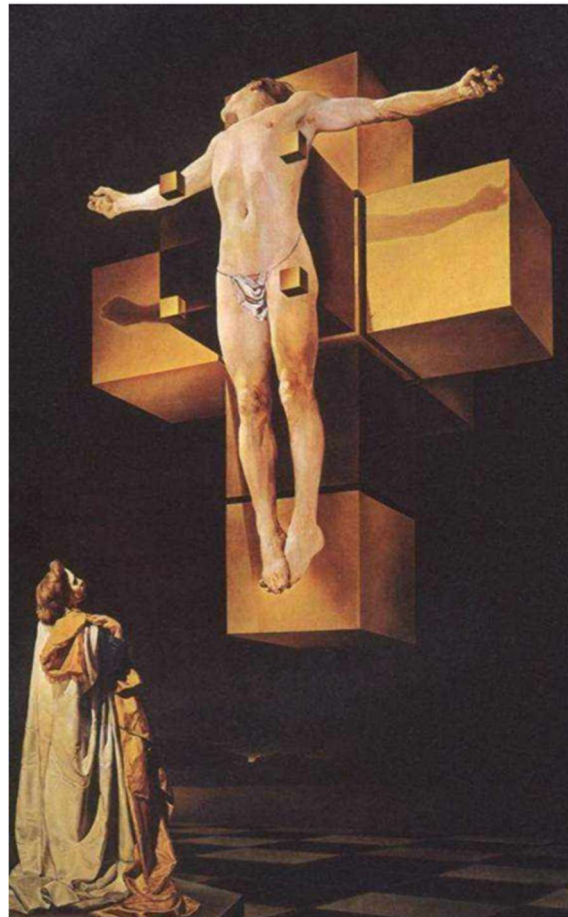
Wenn wir also von 4-ZR ausgehen, dann können wir wegen der Orthogonalität der 4. Dimension zu den 3 übrigen Definitionen die Zeichendefinition wie folgt notieren

$$4\text{-ZR} = \left(\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 3.b.4 \right) \left(\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 2.e.4 \right) \left(\left\{ \begin{array}{c} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \right\} 1.h.4 \right),$$

d.h. die Dimensionszahl $\dim(4)$ ist nun eine Konstante ebenso wie die triadischen Hauptwerte, aber die Dimensionszahlen $\dim(1)$, $\dim(2)$, $\dim(3)$ sind Variablen ebenso wie die trichotomischen Stellenwerte.

Da es 10 Peircesche 2-Zeichenklassen gibt, kann jede von ihnen in 3 Dimensionen aufscheinen, wobei zwischen dimensional homogenen und dimensional inhomogenen Zeichenklassen zu unterscheiden ist. Wie in Toth (2009) gezeigt, gibt es 3 dimensional homogene 3-Zeichenklassen und 18 dimensional inhomogene 3-Zeichenklassen mit je zwei verschiedenen und 6 dimensional inhomogene 3-Zeichenklassen mit 3 paarweise verschiedenen triadischen Hauptwerten. Es gibt also 27 Permutationen einer 3-Zkl. Da jede von diesen sich mit einer 4. Dimension verbindet, gibt

es also total 81 Permutationen von 10 2-Zeichenklassen, deren trichotomische Stellenwerten der normalen semiotischen Inklusionsordnung ($b \leq e \leq h$), $b, e, h \in \{.1, .2, .3\}$ genügen.



Salvador Dalí, “Corpus Hypercubus” (1954)

Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Symplerotische Determination semiotischer Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Contextures, relations, and dimensions

1. In Toth (2009b), I have shown that there is a correspondence between semiotic contextures and n-adic relations insofar as monads correspond with C1, dyads with C2, and triads with C3:

Proto	Deutero	Trito	Deci	
0	0	(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)	0 0	C1
00 01	00 01	(2.2), (2.3), (3.2), (3.3)	00 0 01 1	C2
000 001 012	000 001 012	(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)	000 0 001 1 010 3 011 4 012 5	C3

- K1: 0 (1.1), (1.2), (2.1) monads
- K2: 00, 01 (2.2), (2.3), (3.2) dyads
- K3: 000, 001, 010, 011, 012 (3.3), (3.1), (1.3) triads

2. However, that is not all. We have to consider the structures of qualitative numbers for every contexture and every number structure. Then, we obtain

- 0 1, 2, 3 1-dim semiotics
- 00 (1.1), (2.2), (3.3) } 2-dim semiotics
- 01 (1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3)/(3.2) }

000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)	} 3-dim semiotics
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)	
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)	
011	(1.2.2), (1.3.3), (2.1.1), (2.3.3), (3.1.1), (3.2.2)	
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)	

What we thus get here, is a one-to-one correspondence not only between n.th contexture and n-adic sign relation, but of n.th contexture, n-adic sign relation and n.th dimension. The notion of semiotic dimension (unlike the use of the same word in the works of Ch. Morris) had been introduced in mathematical semiotics by me (Toth 1993, pp. 28 ss.). Therefore, 1-dimensional semiotics is linear semiotics in the geometrical sense of Bernays (1997, p.2), 2-dimensional semiotics is plain semiotics, and 3-dimensional semiotics is spatial semiotics (cf. Toth 2007, p. 11).

1-dimensional semiotics is the order of the three fundamental categories. 2-dimensional semiotics is Peirce-Bense-semiotics based on the dyadic constituency of sign classes and reality thematics. 3-dimensional semiotics is Stiebing-semiotics based on the triadic constituency of the sub-signs (cf. for all that, extensively, my two volumes “Mehrdimensionale Semiotik”, Toth 2009a).

Since it is thus possible to identify n-th contexture and n-th dimension of a sign relation, artificial separations as well as specifications can be introduced by assigning contextual values to the sign relations of the three dimensions, which do not agree with the contextual values.

Bibliography

- Bernays, Paul, Grundlagen der Geometrie. 14th ed. Stuttgart 1999
 Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993
 Toth, Alfred Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, Mehrdimensionale Semiotik. 2 vols. Klagenfurt 2009 (2009a)
 Toth, Alfred, n-ads and nth contextures. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Gedächtnis und semiotische Dimensionalität

1. Unter einem Gedächtnis wollen wir hier, rein arbeitshypothetisch, nicht nur einen biologischen Speicher von Information verstehen, sondern auch dessen Fähigkeit, die gespeicherte Information, abhängig von der Zeit und weiteren Faktoren, zu selektieren, zu verdünnen, zu ersetzen usw., wofür wir, etwas unüblich, den Terminus Fading verwenden wollen. Dahinter steckt die Idee, dass nicht nur chemische Substanzen, sondern auch semiotische Informationen eine Art von Halbwertszeit besitzen, denn es ist jedermann bekannt, dass die Bildhaftigkeit und Plastizität von Erinnerungen, wie die im Gedächtnis gespeicherte episodische Form von Information oft genannt wird, mit der Zeit abnimmt, wie gewisse Erinnerungen aus dem Gedächtnis schwinden und wie oft Informationen transponiert werden, so dass die Erinnerung nicht mehr dem realen Ereignis entspricht, usw. Zum biologischen, physikalischen und informationstheoretischen Hintergrund, auf den wir hier nicht eingehen können, vgl. von Foerster (1998).

2. In seiner letzten Vorlesung im Winter-Semester 1989/90 hatte Max Bense, Bezug nehmend auf Bense (1981, S. 70 f.), die graduelle Abnahme von Ähnlichkeitsmerkmalen zwischen einem iconischen Zeichen und seinem bezeichneten Objekt durch die zunehmende Unähnlichkeit zwischen Icons zu erklären versucht, die in eine Hierarchie von Meta-, Metameta-, Metametameta-Icons usw. eingebettet werden. Dieser semiotische Prozess sieht wie folgt aus: Zunächst ist da ein Objekt, nennen wir es Ω , das durch ein Icon bezeichnet wird:

$\Omega \rightarrow (2.1).$

Nun wird von jedem Icon der Stufe n wieder ein Icon der Stufe $(n+1)$ gebildet:

$(2.1) \rightarrow (2.1)' \rightarrow (2.1)'' \rightarrow \dots \rightarrow (2.1)^{m-1}$

Es ist also so, als ob das Photo eines Objektes selbst wieder photographiert, dann dieses zweite Photo ebenfalls photographiert wird, usw., bis schliesslich das auf dem ersten Photo abgelichtete Objekt zur Unkenntlichkeit entstellt ist.

3. Es ist allerdings fraglich, ob man den Funktionsprozess der Erinnerung im Gedächtnis auf diese Weise darstellen kann, denn dies würde bedeuten, dass man sich vom ersten Erinnern an eine Person, ein Ereignis, einen Vorgang usw. an fortan nicht mehr als die reale Person, das reale Ereignis, den realen Vorgang usw. erinnert, sondern an die erste Erinnerung dieser Objekte; die dritte Erinnerung wäre dann ein Icon der zweiten, die vierte Erinnerung ein Icon der dritten, usque ad infinitum.

Natürlicher scheint es mir anzunehmen, dass Erinnerung ein Semiose darstellt, die eine temporalisierte Zeichenrelation annimmt (vgl. Toth 2008a, b) und die mit zunehmendem t abnimmt. So einfach sich dies formulieren lässt, so kompliziert ist es, diesen Vorgang semiotisch darstellen. Zunächst muss nämlich davon ausgegangen werden, dass ein erinnerter Vorgang, Ablauf, eine Handlung usw. nicht einfach ein „Objekt“ ist, sondern eine triadische Objektrelation (vgl. Bense 1973, S. 71)

$$\text{OR} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P}),$$

worin \mathcal{M} der Träger der Handlung, Ω dessen Objekt (z.B. der Sinn und Zweck der Handlung, den Inhalt des Ereignisses, das Ziel des Prozesses usw.) und \mathcal{P} den oder die Handlungsträger (beteiligten Personen) bezeichnet. OR ist also das, was erinnert, d.h. iconisch im Gedächtnis abgebildet wird, durch welche Semiose also aus dem realen Ereignis die semiotische Erinnerung wird. D.h. wir haben

$$\text{OR} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P})$$

↓ ↓ ↓

$$\text{ZR} = (M, O, I),$$

wobei bei der Abbildung der triadischen Objektrelation auf die triadische Zeichenrelation die Menge der Übereinstimmungsmerkmale, die wir mit \ddot{U} bezeichnen wollen, maximal sein muss:

$$\ddot{U}_{\max}((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P}), (M, O, I)) \leq 1$$

Je nähert \ddot{U} also beim Wert 1 ist, desto „besser“ oder „frischer“ ist die Erinnerung an das reale Ereignis. Die Abbildung zwischen OR und ZR ist dabei selbst semiotisch, d.h. ein Zeichenprozess; dieser verbindet hier also Ontologie und Semiotik (vgl. Toth 2009).

4. \ddot{U} ist aber, wie man aus praktischer Erfahrung weiss, keine lineare Funktion und deshalb mit den Mitteln, die uns aus der mathematischen Semiotik zur Verfügung stehen, nicht berechenbar (vgl. jedoch Toth 2002). Ferner müssten wir von einer Zeichenrelation ausgehen, welche Temporalität als zusätzliche Kategorie T enthält. Diese müsste eine Partialrelation von ZR und nicht von OR sein, da es ja die Erinnerung, d.h. die semiotische Information ist, die abnimmt und nicht der beim Einsetzen der Erinnerung bereits abgeschlossene objektale Prozess. Mit anderen Worten müssten wir also von einer Formel wie der folgenden ausgehen:

$$\ddot{U}_{\max}((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P}), (M, O, I, T)) \leq 1$$

Zu diesem Zweck könnte man nun (M, O, I) als geordnete Menge definieren, um die temporale Ordnung der Glieder durch eine mengentheoretische Ordnung auszudrücken. Dann ergäben sich die folgenden sechs Möglichkeiten:

$$T = \{ \langle M, O, I \rangle, \langle M, I, O \rangle, \langle O, M, I \rangle, \langle O, I, M \rangle, \langle I, M, O \rangle, \langle I, O, M \rangle \}.$$

Um also nicht die Fundamentalkategorien selbst von Anfang an zeitlich festzulegen – das wäre eine praktisch gesehen unmögliche Extrapolation in die Zukunft -, könnte man also temporalisierte Zeichenrelationen in Erinnerungsprozessen wie folgt ausdrücken:

$$\ddot{U}_{\max}((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}), (M, O, I, \langle M', O', I' \rangle)) \leq 1$$

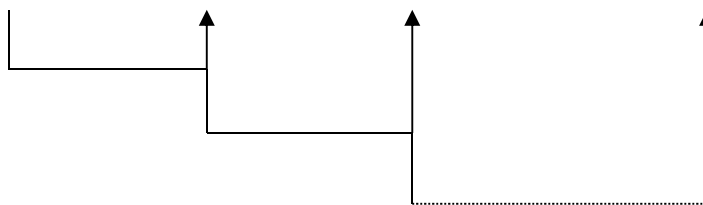
Hieraus ergäben sich für T dann die folgenden Möglichkeiten:

$$T = \{ \langle M, M' \rangle, \langle M, O' \rangle, \langle M, I' \rangle; \langle O, M' \rangle, \langle O, O' \rangle, \langle O, I' \rangle; \langle I, M' \rangle, \langle I, O' \rangle, \langle I, I' \rangle \},$$

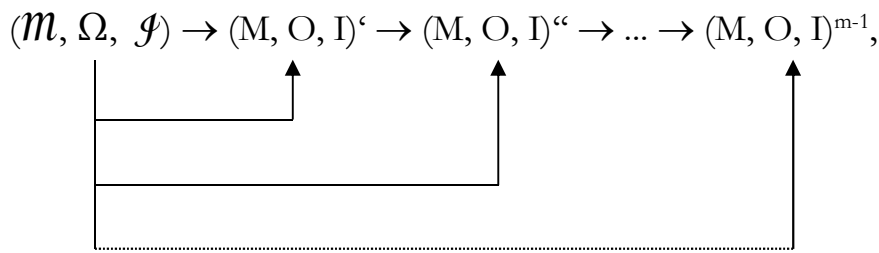
wobei die Ausdrücke $\langle A, X' \rangle$ besagen, dass die semiotische Kategorie A der Erinnerung temporal der semiotischen Kategorie X' der Erinnerung vorgeordnet ist. Der Grund für die Einführung der Ausdrücke $\langle A, X' \rangle$ liegt also darin, dass Erinnerung nicht notwendig als ganze „faden“, sondern dass ihre dyadischen Teilrelationen als kleinste konstituierende Partialrelationen „faden“ können. Konkret gesagt, ist es z.B. möglich, dass man sich wohl noch an das Wetter oder den Ort einer Handlung erinnert, aber nicht mehr an den Namen, das Gesicht oder die Farbe des Hemdes eines Handlungsträgers, oder dass man nicht mehr weiss, worum es bei dieser Handlung ging, dass man sich aber noch daran erinnert, was der Handlungsträger A an jenem Tage zu Mittag gegessen hatte oder welche Zigarettenmarke er geraucht hatte, usw. usw. Mit anderen Worten: Die geordneten dyadischen Paare der Ausdrücke $\langle A, X' \rangle$ entsprechen auf semiotischer Ebene der Nicht-Linearität des Fading-Prozesses der Erinnerung im Gedächtnis.

5. Beim Fading-Prozess der Erinnerung ist also nicht von

$$(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}) \rightarrow (M, O, I)' \rightarrow (M, O, I)'' \rightarrow \dots \rightarrow (M, O, I)^{m-1},$$



sondern von



auszugehen, d.h. nicht iteriert ein Zeichen ZR^n ein Zeichen ZR^{n-1} , sondern $ZR^n \dots ZR^{m-1}$ iterieren $OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$, wobei die Ordnung $\langle n, \dots, m-1 \rangle$ temporal ist.

6. Wenn wir nun nochmals einen Blick auf

$$\ddot{U}_{\max}((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}), (M, O, I, \langle M', O', I' \rangle)) \leq 1$$

mit

$$T = \{ \langle M, M' \rangle, \langle M, O' \rangle, \langle M, I' \rangle; \langle O, M' \rangle, \langle O, O' \rangle, \langle O, I' \rangle; \langle I, M' \rangle, \langle I, O' \rangle, \langle I, I' \rangle \}$$

werfen, sieht man, dass in den einzelnen Ausdrücken $\langle A, X' \rangle$ die Ausdrücke X' die Ausdrücke A semiotisch determinieren, d.h. wir haben auf dieser 1. Stufe der semiotischen Determination Zeichenklassen der Form

$$ZR^1 = ((3.a \alpha.\beta) (2.b \gamma.\delta) (1.c \epsilon.\zeta))$$

Zur Darstellung von ZR^1 , d.h. eine Zeichenklasse mit Determination 1. Stufe, ist ein Ausschnitt eines 2-dimensionalen Koordinatensystems genügend.

Wenn wir aber die Determination weitertreiben, d.h.

$$ZR^2 = ((3.a \alpha.\beta.\gamma) (2.b \delta.\epsilon.\zeta) (1.c \eta.\theta.\iota))$$

$$ZR^3 = ((3.a \alpha.\beta.\gamma.\delta) (2.b \epsilon.\zeta.\eta.\theta) (1.c \iota.\kappa.\lambda.\mu))$$

...

$$ZR^m = ((3.a \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^m) (2.b \beta^1, \beta^2, \beta^3, \dots, \beta^m) (1.c \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3, \dots, \gamma^m)),$$

dann bekommen wir mit

$$OR \rightarrow ZR^1 \rightarrow ZR^2 \rightarrow ZR^3 \rightarrow \dots \rightarrow ZR^m$$

eine formale Darstellung des Fadingprozesses zwischen original-realem Ereignis OR und „letzter“ Erinnerung ZR^m (die freilich deren abgeschlossenen Auslöschungsprozess bezeichnet) und bemerken gleichzeitig, dass wir für ZR^2 bereits einen 3-dimensionalen semiotischen Raum, für ZR^3 einen 4-dimensionalen

semiotischen Raum ... für ZR^m einen $(m-1)$ -dimensionalen (theoretisch: einen „ $(\infty-1)$ -dimensionalen semiotischen Raum benötigen.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Linear, non-linear and multi-linear semiotic time. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, „If time returns to itself“. On Peirce's semiotic time. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Semiotische Relationen zwischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

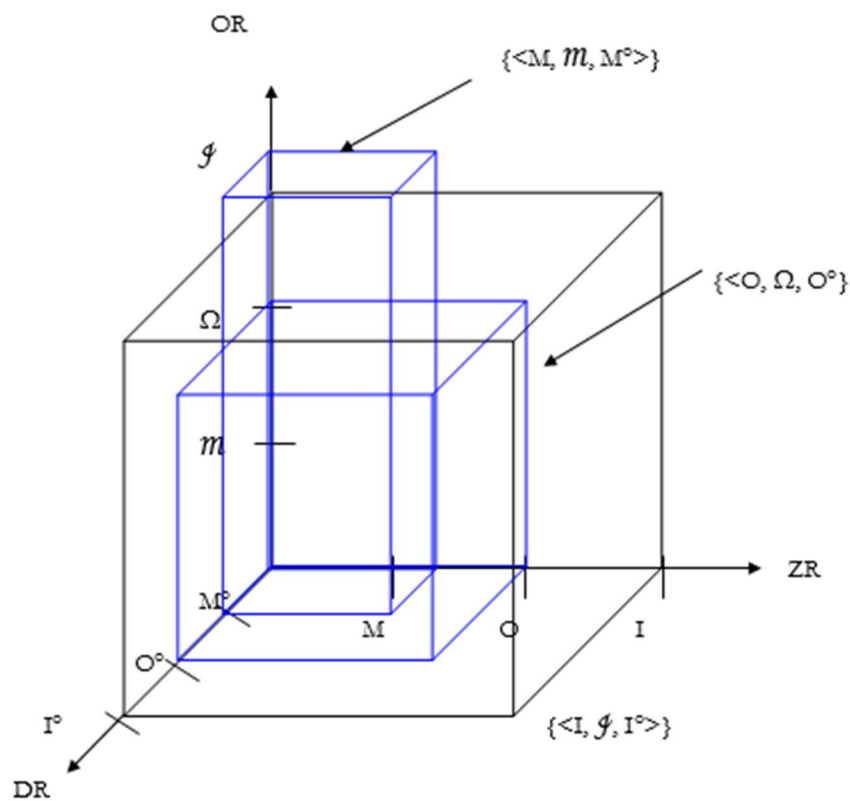
von Foerster, Heinz, Über Bewusstsein, Gedächtnis und Sprache und Magie. München 1998

3-dimensionale Teilräume des semiotischen Σ -Tupels

Nach Toth (2009) muss jede Semiotik das Tupel

$$\Sigma = \langle \mathcal{H}, X^\circ, X \rangle$$

mit $\mathcal{H} \in \{M, \Omega, \mathcal{J}\}$, $X^\circ \in \{M^\circ, O^\circ, I^\circ\}$, $X \in \{M, O, I\}$, so dass also Σ alle Phasen einer Semiose vom Objekt bis zum thetisch eingeführten bzw. interpretierten Zeichen umfasst. Eine adäquate Darstellung des Tripels Σ kann man nun mit Hilfe eines 3-dimensionalen Zeichenmodells bekommen, wobei die Zuordnung der Kategorien zu den Koordinaten arbiträr ist:



Der ganze obige Σ -Raum repräsentiert somit $\{<I, \mathcal{J}, I^\circ>\}$. Blau sind die beiden Teilräume $\{<O, \Omega, O^\circ>\}$ und $\{<M, m, M^\circ>\}$ eingezeichnet.

2. Man kann also mit Hilfe des 3-dimensionalen Σ -Modells alle Relationen semiotischer Objekte repräsentieren, wobei

$$ZR = (M, O, I)$$

$$DR = (M^\circ, O^\circ, I^\circ)$$

$$\text{OR} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P})$$

Spezialfälle für zweidimensionale Teilräume als Flächen sind. „Gemischte“ semiotische Objekte sind daher automatisch 3-dimensional, vgl. z.B.

$$\Sigma_1 = \{\langle \mathcal{H}, X^\circ \rangle\}$$

$$\Sigma_2 = \{\langle \mathcal{H}, X \rangle\}$$

$$\Sigma_3 = \{\langle X^\circ, X \rangle\}$$

Sind die drei X-Mengen 1-elementig, benötigt man von der zusätzlichen Dimension nur eine semiotische Stufe, sind sie 2-elementig, braucht man 2, und wenn sie vollständig sind, 3 Stufen, d.h.

$$\Sigma_4 = \{\langle \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, X^\circ \rangle\} / \Sigma_5 = \{\langle \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, X \rangle\}$$

$$\Sigma_6 = \{\langle \mathcal{H}, X^\circ_1, X^\circ_2 \rangle\} / \Sigma_7 = \{\langle \mathcal{H}, X_1, X_2 \rangle\}$$

$$\Sigma_8 = \{\langle \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, X^\circ, X \rangle\} / \Sigma_9 = \{\langle \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, X^\circ, X \rangle\}$$

$$\Sigma_{10} = \{\langle \mathcal{H}, X^\circ_1, X^\circ_2, X \rangle\} / \Sigma_{11} = \{\langle \mathcal{H}, X_1, X_2 \rangle\}, \text{ etc.}$$

Bibliographie

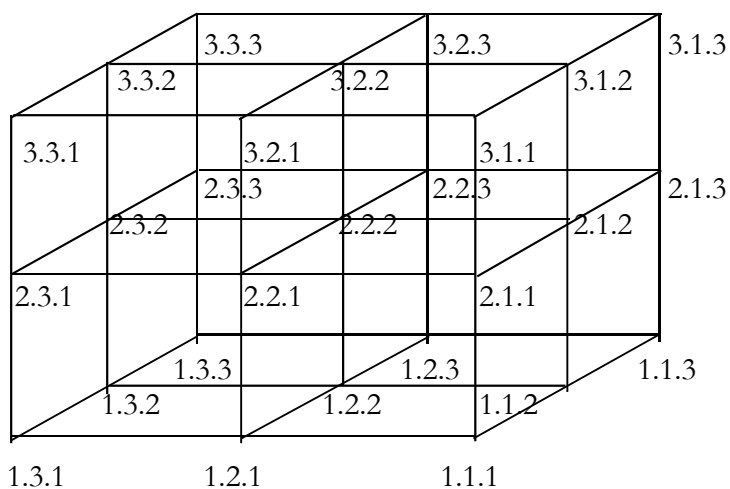
Toth, Alfred, Semiogenetische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen

1. Nach Hans Michael Stiebing (1978, S. 77) kann man einen dreidimensionalen semiotischen Raum als dreifaches kartesisches Produkt der Menge der Primzeichen $PZ = \{1, 2, 3\}$ mit sich selbst definieren;

$$3\text{-sR} = \{1, 2, 3\}^3,$$

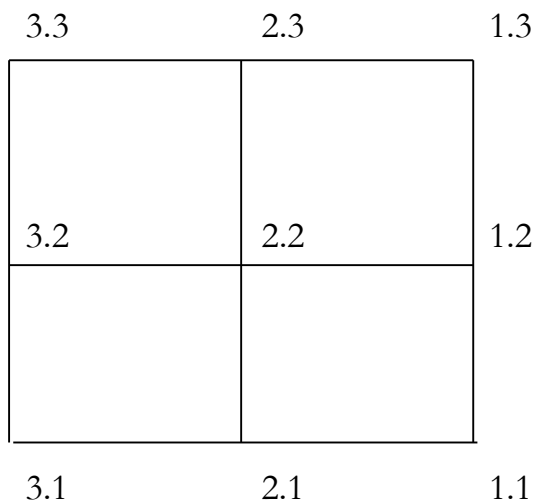
so dass also die Punkte des Kubus je durch ein Zahlentripel (x, y, z) mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ gekennzeichnet sind:



Die Punkte dieses 3-stelligen Simplex sind also dreistellige Primzeichen der Form

$$3\text{-PZ} = (a.b.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\},$$

deren a-Wert jeweils die Dimension angibt, denn wir gehen aus von der folgenden zweidimensionalen Zeichenebene

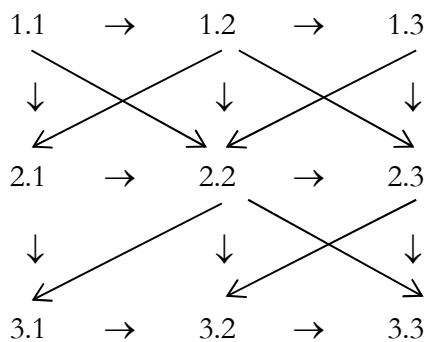


und projizieren diese Ebene mit steigendem $a = 1$, $a = 2$ und $a = 3$ auf drei Dimensionen. Z.B. bedeutet also (1.2.1) ein eindimensionales Icon, (2.3.2) einen zweidimensionalen Dicot und (3.1.3) ein dreidimensionales Legzeichen. (1.1.3) unterscheidet sich also von (1.3) dadurch, dass (1.1.3) sich mit Subzeichen anderer Dimensionen zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation kombinieren lässt, was für (1.3) nicht der Fall ist. Man geht daher am besten aus von der folgenden dreidimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$3\text{-ZR} = (a.3.b \ c.2.d \ e.3.f) \text{ mit } a, \dots, f \in \{1, 2, 3\},$$

wobei also der pro Partialrelation erste Wert, d.h. a, c, e die Dimension, die Werte 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und b, e, f die trichotomischen Stellenwerte bezeichnet.

2. Wenn wir nun zuerst die Vorgänger- und Nachfolger der zweidimensionalen Primzeichen der Form (3.a), (2.b), (1.c) mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ in der oben abgebildeten Zeichenebene bestimmen, bekommen wir (vgl. Toth 2008, S. 154):



$$\begin{array}{lll} V(1.1) = 0, N(1.1) = 3 & V(2.1) = 2, N(2.1) = 3 & V(3.1) = 2, N(3.1) = 1 \\ V(1.2) = 3, N(1.2) = 4 & V(2.2) = 4, N(2.2) = 4 & V(3.2) = 3, N(3.2) = 1 \\ V(1.3) = 3, N(1.3) = 2 & V(2.3) = 3, N(2.3) = 2 & V(3.3) = 3, N(3.3) = 0 \end{array}$$

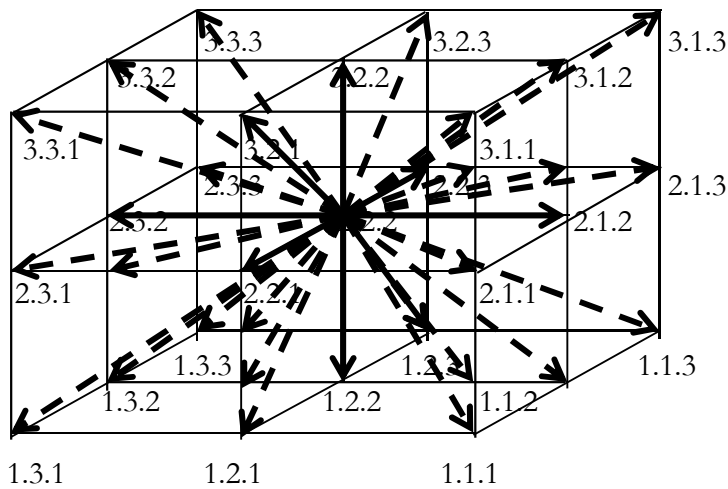
3. Ein beträchtlich komplizierteres System von Vorgängern und Nachfolgern ergibt sich bei dreidimensionalen Primzeichen. Abstrakt ausgedrückt kann ein Primzeichen die folgende maximale Menge von Nachfolgern (bzw., durch Vertauschung von + mit -, Vorgängern) haben:

$$N_{\max}(\text{PZ}) = N_{\max}(a.b.c) = \{(a+1.b.c), (a.b+1.c), (a.b.c+1), (a+2.b.c), (a.b+2.c), (a.b.c+2), (a+1.b+1.c), (a+1.b.c+1), (a.b+1.c+1), (a+1.b+2.c), (a+1.b.c+2), (a.b+2.c+2)\}$$

Die minimale Menge von Nachfolgern (bzw. Vorgängern) ist danach

$$N_{\min}(\text{PZ}) = \{(a+1.b.c) \vee (a.b+1.c) \vee (a.b.c+1)\}$$

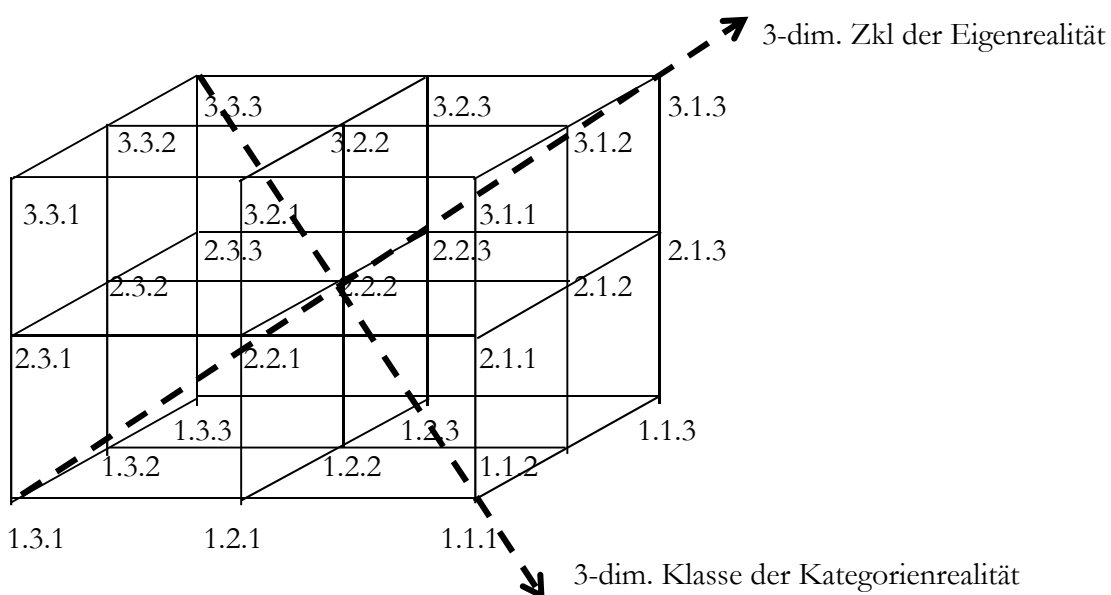
Nehmen wir als Beispiel die Anzahl der Vorgänger und Nachfolger von (2.2.2):



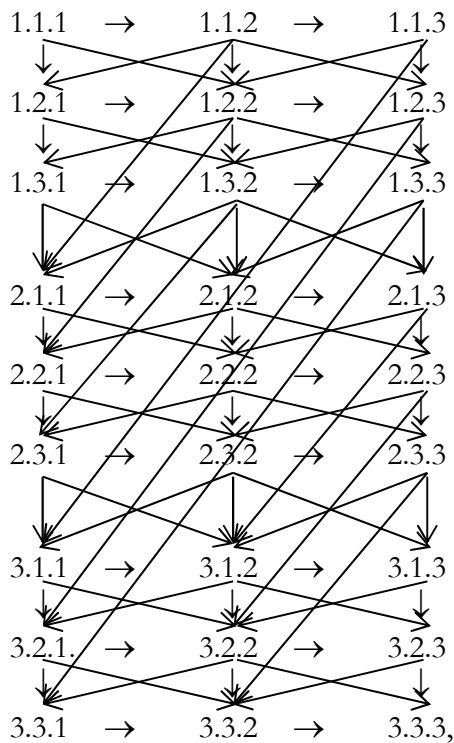
Wenn wir nur solche Nachfolger zulassen, welche durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, hat (2.2.2) also die folgenden 6 Nachfolger:

$$N(2.2.2) = \{(1.2.2), (3.2.2), (2.3.2), (2.1.2), (2.2.1), (2.2.3)\},$$

deren Kanten im Bild ausgezogen sind. Wenn wir aber auch solche Nachfolger zulassen, welche nicht direkt durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, dann ist (2.2.2), da er der zentrale Gitterpunkt des Kubus ist, mit allen 27 Punkten verbunden. Dieses Verfahren lässt sich dadurch legitimieren, dass der zweidimensionale Index (2.2) ja der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Zeichenebene, d.h. der eigenrealen (3.1 2.2 1.3) und der kategorienrealen (3.3. 2.2 1.1) Zeichenklasse ist. Entsprechende Verhältnisse finden sich nun auch im dreidimensionalen Zeichenraum:



Wenn man den Kubus auf zwei Dimensionen zurückprojiziert, ergibt sich folgendes interessante System von Vorgängern und Nachfolgern:



wobei die hier zu Spalten linearisierten Folgen dreidimensionaler Primzeichen also sowohl die horizontalen wie die vertikalen Nachfolger (bzw. Vorgänger) des Zeichenkubus enthalten. Dreidimensionale Primzeichen haben also drei Haupttypen von Nachfolgern: 1. dimensionale Nachfolger, 2. triadische Nachfolger, 3. trichotomische Nachfolger.

4. Nun sind, wie Bense (1975, S. 167; 1983, S. 192 ff.) gezeigt hatte, die drei ersten Peano-Zahlen isomorph zur Peirceschen Zeichenrelation, denn es gilt

$$\text{PZ} = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$$

bzw.

$$\text{PZ} = ((.1.) \rightarrow ((.2.) \rightarrow (.3.))),$$

oder

$$(I) \subset (II) \subset (III),$$

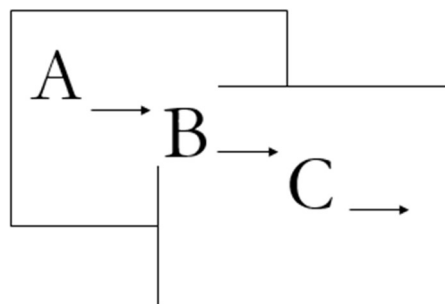
sodass man hierauf die semiotische Spuretheorie anwenden kann (vgl. Toth 2009)

$$\text{SPZ} = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_1 = (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \beta\alpha) \text{ für die Semiotik bzw.}$$

$$\text{SPZ} = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_4 \rightarrow 4_5 \rightarrow \dots = (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \alpha_3 \rightarrow \alpha_4 \rightarrow),$$

wobei PZ in der ersten Gleichung Primzeichen, in der zweiten Peano-Zahl bedeutet. Für Peano-Zahlen (und die Primzeichen als ihre Teilmenge) gilt also: Der Nachfolger $(n+1)$ einer Spur $n = A_{B \rightarrow}$ besteht in der Vertauschung von Domäne und Codomäne von n .

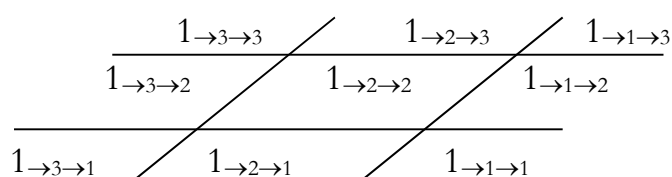
5. Wenn man nun 3-dimensionale Primzeichen benutzen will, braucht man Bi-Spuren, worunter Spuren verstanden seien, deren Codomänen wiederum Spuren sind. Die allgemeine Form von Bi-Spuren ist also



Eine Bi-Spur ist eine Spur einer Spur, so zwar, dass sowohl Domäne als auch Codomäne der Bi-Spur eine Spur sind, wobei die Codomäne von A die Domäne von B ist. Wenn wir aus technischen Gründen Bi-Spuren wie folgt schreiben

$$A \rightarrow B \rightarrow C,$$

dann kann man die Grundfläche des Stiebingschen Zeichenkubus wie folgt in Form von Bi-Spuren notieren



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Stiebings, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren.

In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 200

Doppelspuren, Treppen und dreidimensionale Peirce-Zahlen

1. Eine semiotische Spur hat die allgemeine Form

$$Sp = A \rightarrow B$$

wobei Sp eine „unvollständige“ bzw. in ihrem Urbildbereich unvollständige Funktion ist, ein „gerichtetes Objekt“ mit einem probabilistisch, evtl. „unscharf“ (fuzzy) bestimmbar Codomänenbereich, die man vielleicht auch mit Prioritäten darstellen könnte. Z.B. ist eine Spur von (2.1)

$$Sp(2.1) 2 \rightarrow \{(1),(2),(3)\}$$

so dass man, mit einer gewissen Vorsicht, also sagen könnte, die Spur eines Icons sei ein gerichtetes Objekt, d.h. ein Subzeichen, dessen Abbildungsfunktion war zur Codomäne eines Icons, aber auch eines Indexes oder Symbols führen könne.

Da wir nun aber auch Spuren der allgemeinen Formen

$$\emptyset \rightarrow B \text{ sowie } B \rightarrow \emptyset$$

haben, worin das $\emptyset_i \in \{\emptyset.1, \emptyset.2, \emptyset.3\}$ spezifiziert werden muss, empfiehlt sich eine verallgemeinerte Einführung von Spuren mit und ohne Nullzeichen als Bi-Spuren (vgl. Toth 2009a, b), d.h. in der Form

$$Bi\text{-}Sp = A \rightarrow B \rightarrow C$$

wobei gilt

$$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$$

$$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$$

$$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$$

$$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$$

$$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$$

$$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$$

$$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$$

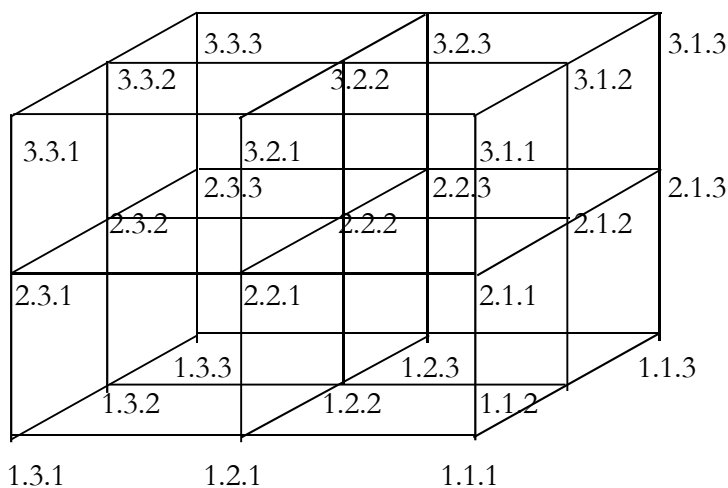
$$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$$

$$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3).$$

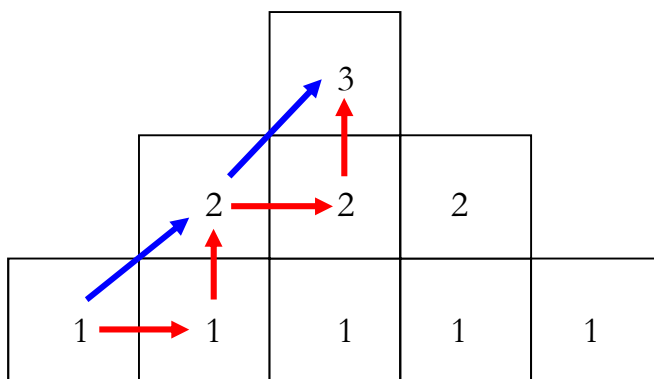
2. Nun ist es aber so, dass die Bi-Spur allgemein genug ist zur Definition 3-dimensionaler Subzeichen, wie sie für den sog. Stiebingschen Zeichenkubus verwendet werden (vgl. z.B. Toth 2008a). Ein 3-dimensionales Subzeichen hat die allgemeine Form

$$3\text{-SZ} = (a.b.c),$$

wobei a die Dimensionszahlen $\in \{1, 2, 3\}$ sind, b die triadischen Haupt- und c die trichotomischen Stellenwerte (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



3. Nimmt man nun das in Toth (2009b) eingeführte Treppenmodell



dann entspricht der rot eingezeichnete Pfad dem Aufbau der triadischen Hauptrelation, d.h. der triadischen Peirce-Zahlen-Reihe

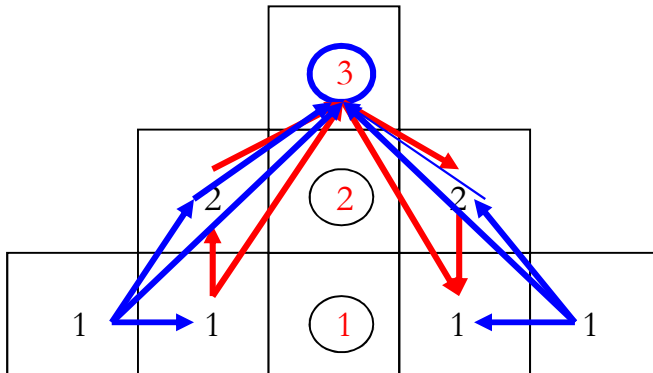
$$\text{TdP} = ((1) \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow 3)))$$

während der blaue, direkte Pfad das 3-dimensionale Subzeichen (a.b.c) mit $\text{dim}(a) = 1$, $\text{TdP}(b) = 2$ und $\text{TtP}(c) = 3$ darstellt. Somit korrespondieren also 3-dimensionales Subzeichen-Modell, Treppenmodell und Spurenmodell.

Will man nun die ersten Subzeichen des Stiebingschen Zeichenkubus mit Hilfe des Treppenmodell darstellen, kann man dies z.B. folgendermassen tun: rot eingezeichnet sind die Subzeichen, denn man kann ja 3-dimensionale Primzeichen als

$$3\text{-SZ} = (a.(b.c)),$$

d.h. als Einbettung einer Dimensionszahl a in eine dyadische Subzeichenrelation, bestimmen:



Rot ist also der Aufbau der der Subzeichen im Treppenmodell, und zwar nach nicht-dualen (links) und dualen (rechts) getrennt. Selbstduale Subzeichen sind eingekreist.. In blau sind die Verbindungen zwischen den Dimensionszahlen und den 9 möglichen Subzeichen.

4. Nun kann man natürlich in 3-dimensionalen Zeichenklassen der allgemeinen Form

$3\text{-Zkl} = (a.3.b) (c.2.d) (e.1.f)$, mit $a, c, e \in \text{dim}(Z)$ und $b, d, f \in \{.1, .2, .3\} = \text{TtP}$ die Dimensionen im Prinzip frei bestimmen. Nichts spricht ja a priori dagegen, dass eine Zeichenklasse z.B. gleichzeitig in 3 verschiedenen Dimensionen liegt. Allerdings kann man das Treppenmodell auch dazu benutzen, zwischen den in Toth (2008b) eingeführten adhärennten und inhärennten Dimensionszahlen zu unterscheiden. Eine semiotische Dimensionszahl heisst adhärennt, wenn gilt

$$\text{dim}(Z) = \text{TdP},$$

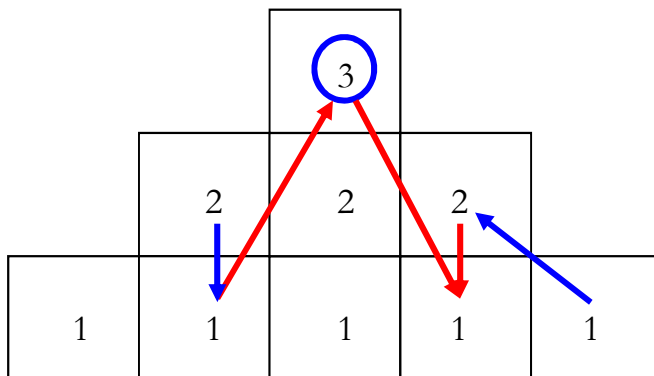
und sie heisst inhärennt, wenn gilt

$$\text{dim}(Z) = \text{TtP}.$$

In einer 3-dim-Zeichenklasse wie z.B.

$$(3.3.1) (1.2.1) (2.1.3)$$

ist dann $\dim(3) = TdP$, $\dim(1) = Ttp$, $\dim(2) \neq TdP \wedge \dim(2) \neq TtP$. Diese Zeichenklasse sieht also mit dem Treppenmodell dargestellt wie folgt aus:



Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a
- Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b
- Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Spur, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die negative Erweiterung des 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus

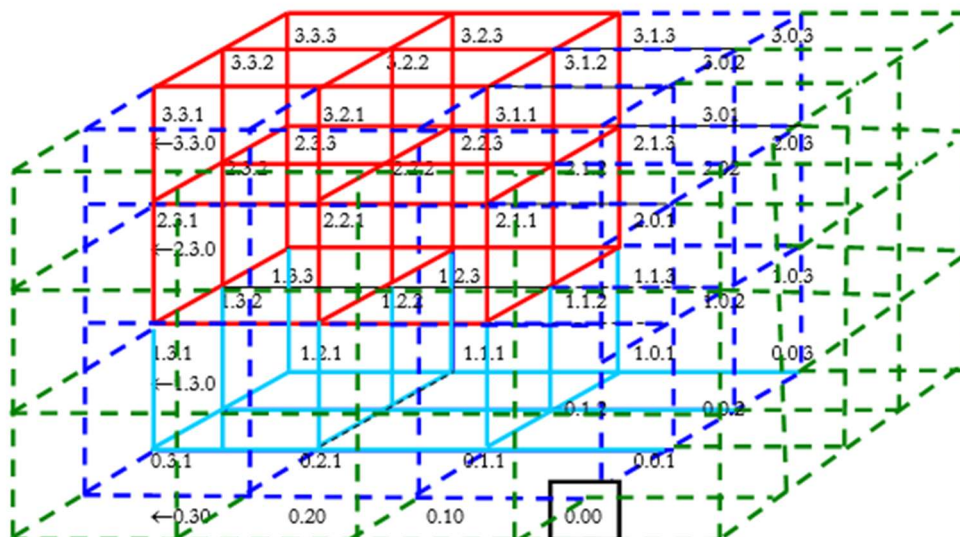
1. Der von Stiebing (1978, S. 77) konstruierte 3-dimensional-triadische Zeichenkubus wurde in Toth (2009) zu einem 3-dimensional-tetradischen Kubus erweitert. Da es ein allgemeines mathematisches Gesetz ist, dass Strukturen, die auf höheren Stufen erscheinen, oftmals schon auf tieferen Stufen sichtbar werden (Peterson 1998, S. 95), kann man bereits anhand des 3-4-Kubus erkennen, wo der Nullbereich, d.h. jene Teilmengen, welche Nullzeichen der folgenden Strukturen enthalten

1. (a.b.0) → (a.b.c)
2. (0.a.b) → (a.b.c)
- 3.1. (0.a.0) → (0.a.b) → (a.b.c)
- 3.2. (0.a.0) → (a.b.0) → (a.b.c)
4. (0.0.a) → (a.0.b) → (a.b.c)
5. (a.0.b) → (a.b.c)

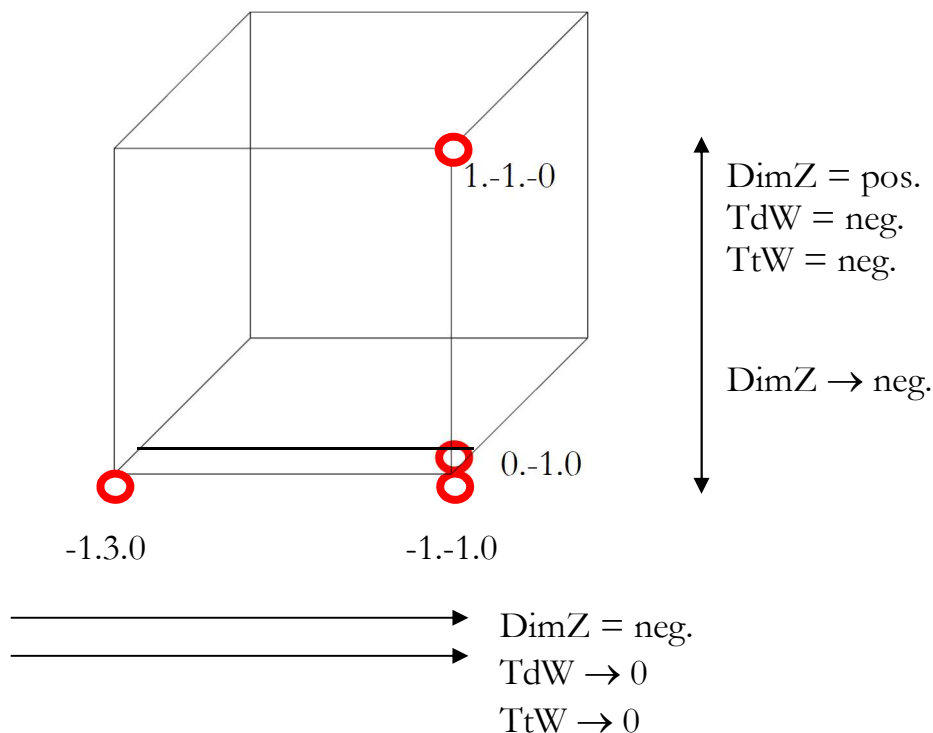
an negative Bereiche grenzen, d.h. an Teilmengen eines zu „extrapolierenden“ erweiterten Kubus, dessen Punkte mindestens ein negatives Primzeichen enthalten, d.h.

- (-a.b.c), (a.-b.c), (a.b.-c)
- (-a.-b.c), (a.-b.-c), (-a.b.-c)
- (-a.-b.-c)

Im folgenden, erneut erweiterten Kubus ist jede der drei Dimensionen um die geometrische Entsprechung eines Repräsentationswertes (Rpw = 1) in die drei negativen Bereiche verlängert.



Da für Kategorialzahlen das Verbot $k = 0$ gilt (Bense 1975, S. 66), gibt es von den vier negativen Basisstrukturen $(-a.b.c)$, $(a.-b.c)$, $(-a.-b.c)$ und $(-a.-b.-c)$ natürlich keinen im Kubus repräsentierten Punkt $*(-0.0.0)$; dieser würde um eine Dimension, d.h. "ein Stockwerk" tiefer liegen als der oben schwarz umrahmte (und ebenfalls nach Benses Theorem verbotene Iterationspunkt der Objekte), d.h. hier ergibt sich im Einklang mit Peterson (1998, S. 95) bereits ein Ansatzpunkt für eine nochmalige Erweiterung des Kubus. Anstatt $*(-0.0.0)$ nehmen wir $(-1.3.0)$, dann kann man die Verteilung der negativen Räume im einfach (d.h. um $Rpw = 1$) erweiterten 4-3-Zeichenkubus anhand dieser Repräsentanten wie folgt andeuten:

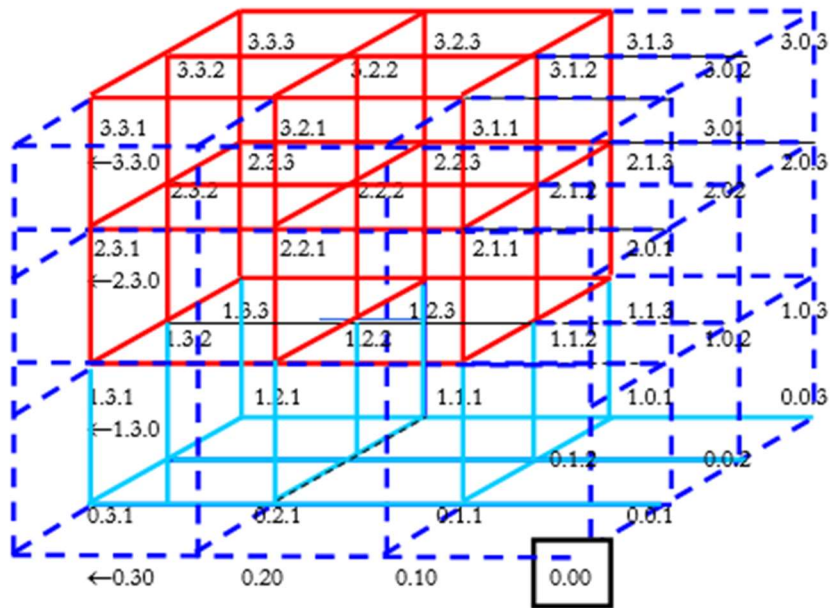


Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Peterson, Ivars, Mathematische Expeditionen. Heidelberg 1998
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Die Nullzeichen-Vektoren im 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

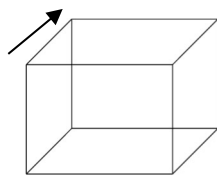
Die Nullzeichen-Vektoren im 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus

1. Der 3-dimensional-tetradische Zeichenkubus ist eine Erweiterung (vgl. Toth 2009) des Stiebingschen 3-dimensional-triadischen Zeichenkubus (vgl. Stiebning 1978, S. 77) und enthält sämtliche Positionen der drei Nullzeichen:

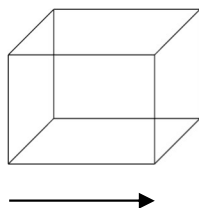


2. Im folgenden sollen die räumlichen Vektorpositionen anhand eines vereinfachten Modells dargestellt werden. Entlang dieser Richtungen werden allfällige Nullstellen der 3-dim. Subzeichen entweder durch Dimensionszahlen $a \in \{1, 2, 3\}$ oder durch triadische oder trichotomische Werte $b, c \in \{1, 2, 3\}$ ‘‘aufgefüllt’’:

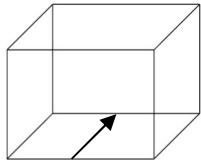
1. $(a.b.0) \rightarrow (a.b.c)$



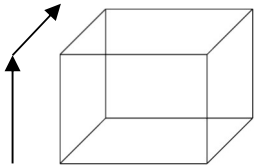
2. $(0.a.b) \rightarrow (a.b.c)$



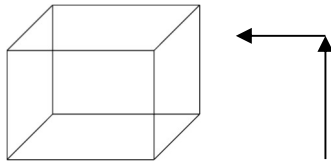
3.1. $(0.a.0) \rightarrow (0.a.b) \rightarrow (a.b.c)$



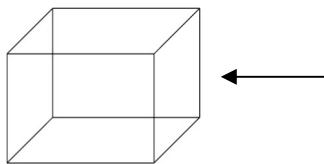
3.2. $(0.a.0) \rightarrow (a.b.0) \rightarrow (a.b.c)$



4. $(0.0.a) \rightarrow (a.0.b) \rightarrow (a.b.c)$



5. $(a.0.b) \rightarrow (a.b.c)$



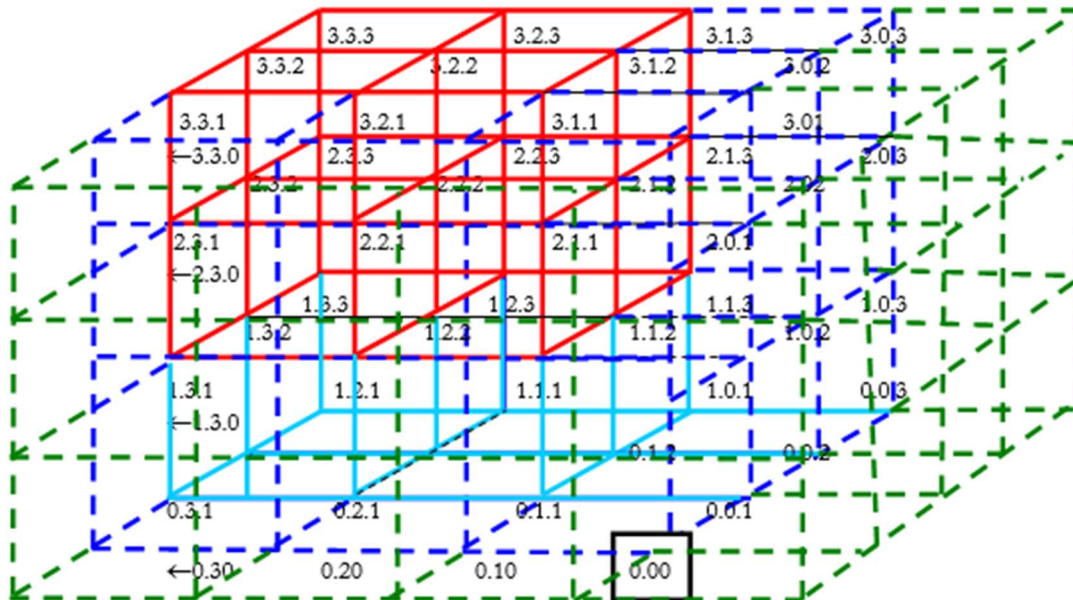
Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassings- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Subzeichen, Nullzeichen enthaltend. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Der 3-dimensional 4-adische Zeichenkubus und die Vorstellungen der Transzendenz

1. In Toth (2009) wurden der 3-dimensionale tetradische Zeichenkubus eingeführt



Er enthält in rot den Stiebingschen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), in hellblau eine „Unterkellerung“ der Subzeichen vom Typ (0.a.0) und (0.a.b), in Dunkelblau die Vervollständigung der Nullzeichen enthaltenden Räume der Subzeichen der Typen (0.0.a) und (a.b.0) sowie in grün die Erweiterung des rot-hellblau-dunkelblauen erweiterten Kubus in die jeweils 1. Dimension der Negativität, genauer gesagt seine Erweiterung um den Repräsentationswert $R_{pw} = 1$ in alle drei semiotischen (und topologischen) Dimensionen, so dass hier, einfach gesagt, jede der drei Positionen eines Subzeichens (a.b.c) bis und mit maximal $R_{pw} = -1$ negativ werden kann.

Da das Nullzeichen als 0-stellige Relation nichts anderes als ein Objekt ist (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), enthält also der 3-4-Zeichenkubus je eine Dimension des dem Diesseits transzendenten Jenseits zusammen mit den semiotisch-ontologischen und ontologisch-semiotischen Kontexturgrenzen. Nach Günther gilt nun: „Nicht der gespenstische Sensesmann ist es, der die Angst der Kreatur vor dem Tode auslöst, es ist vielmehr die Begegnung mit der Grenze selbst – gleichgültig, ob und was dahinter sich verbirgt (Günther, o.J., S. 41). Man darf sich somit fragen, ob es Vorwegnahmen des Diesseits-Jenseits-Konzeptes gibt, welches der 3-4-Zeichenkubus impliziert.

2. Zunächst impliziert der 3-4-Zeichenkubus qualitative Erhaltung: Belege für qualitative Erhaltung finden wir bei gewissen Naturvölkern Südamerikas: „Tote, mit denen man vor ihrem Sterben in engem persönlichen Kontakt stand, werden gleich

erkannt, weil sie sich – wenigstens bei oberflächlicher Betrachtung – nicht verändert haben” (Braun 1996, S. 89). “Die Tatsache, dass [der Tote] ohne weiteres von den Hinterbliebenen erkannt wird, gestattet die Behauptung, dass er immer in der gleichen Gestalt, die er zu Lebzeiten hatte, erscheint” (1996, S. 91). Von den Israeliten heisst es: “Tote bzw. ihre Geister verfügen über Wissen. Das im Leben erworbene Wissen bleibt erhalten, wird fruktifizierbar für die Lebenden, die immer an Wissensschranken stossen” (1996, S. 138). Dann spielt qualitative Erhaltung besonders in der Theosophie eine bedeutende Rolle: “Der Tod ist Übergang von einer Bewusstseinsform in eine andere, also nicht Vernichtung, sondern Geburt, Durchgang, Durchbruch in eine andere Bewusstseinswelt” (1996, S. 414). “Die Theosophen wollen zeigen, dass das Ableben am Wesen und Charakter des Verstorbenen nichts verändert. Die Hauptthese lautet: Jeder ist auch nach seinem Tod der, der er vorher war” (1996, S. 419).

3. Besonders phantasievoll werden die Wege ins Jenseits sowie die Grenze zwischen Diesseits und Jenseits ausgemalt: “Auf der Fahrt geht es durchs Nebelmeer, an Mond und Sternen und neidischen Geistern vorbei, für die noch kein Totenfest gehalten wurde und die deshalb den Weg versperren wollen. Das Wegstück durchs Feuermeer erfordert äusserste Konzentration Tempon Telons, der seine Bambusstangen, mit denen er steuert, ständig erneuern muss” (1996, S. 32). Südostasien: “Der Weg beginnt in der konkreten Landschaft, um sich allmählich in mehr oder weniger imaginären Sphären fortzusetzen. Erste Station der Totenseele ist häufig ein Fluss oder Teich. Dabei handelt es sich um die Grenze zwischen dem Diesseits und dem Jenseits. Die Seele weiss erst, nachdem sie das Wasser überquert oder in ihm gebadet hat, dort drüben, dass sie tot ist [...]. Diese trennende Funktion übt die Wächterin des Totenlandes aus, die den neu angekommenen Toten mit einem Backenstreich empfängt. Auf einen Schlag löscht die Erinnerung an das irdische Leben aus” (1996, S. 40). Australien: “Klassisch ist der Bericht der Yirrkalla von einer Totenfahrt, bei der der Erstverstorbene der Menschen, von Delphinen begleitet, die Seele des jeweiligen Toten in einem Rinderkanu in der Richtung des Morgensterns nach der Toteninsel rudert” (1996, S. 59). Im finnischen Kalevala-Epos ist die Rede von der “gefährvolle[n] Brücke ins Totenland” (1996, S. 63). Der nordasiatische Schamane findet “einen See, den man nur über eine Brücke, die aus einem Haar besteht, überqueren kann” (1996, S. 67). Eskimo: “Nach allem zu urteilen, ist der Weg ins Totenreich, wenigstens teilweise, mit der Milchstrasse am Himmel identisch” (1996, S. 72). “Um in das Land der Toten zu kommen, muss der grönländische Schamane auf den Grund des Meeres hinabfahren, dessen Bereich durch einen Fluss als Grenze zwischen dem Land der Toten und der Lebenden vom Totenreich getrennt ist. Es heisst in einem Bericht: ‘Endlich erreichten sie die Grenze zwischen dem Meer und dem Land unter dem Meere, die von einem schäumenden Bach gebildet wurde; um hinüber zu gelangen, mussten sie über grosse, spitze Steine springen, die ganz von nassen Tanggewächsen bedeckt waren und so glatt schimmerten, dass sich niemand hinüberwagte [...]. Durch die Hilfe der Geister springt der Schamane über diese Hindernisse. Die Geister ermuntern ihn und rufen ihm zu: ‘Wenn du diesen Sprung

nicht wagst und umkehrst, wird du nie das Land der Toten erreichen; an diesen Steinen wird deine Reise immer enden.' Dann wagte der Schamane den Sprung, und zu seinem grossen Erstaunen zeigte sich, dass der Tang gar nicht so glatt ist.' Vom gleichen Autor wird von Stufen berichtet, die der Schamane überwinden muss, um in die Totenwelt zu gelangen: 'Der Geisterbeschwörer [...] stiess auf eine Treppe mit drei hohen Stufen. Sie waren so hoch, dass er sich mit knapper Not von der einen zur anderen schwingen konnte, und schlüpfrig von Menschenblut, das darüberrieselte. Der Geisterbeschwörer stieg mit Mühe und unter grosser Lebensgefahr die schlüpfrigen Stufen hinauf und gelangte zu einer weiten, weiten Ebene, der Himmelsebene.'" (1996, S. 73f.). Hindukusch: "Regulärer Zugang zur Unterwelt ist möglich durch ein Loch im Boden; man zeigt es nahe dem Zentraltempel in Ushteki. Wer hier hinabschaut, ist augenblicklich des Todes." "Wichtigste Verbindung zwischen diesen beiden Seinsebenen [Diesseits und Jenseits] sind Seen und Teiche. Wer es wagt, sich hineinzustürzen, der hat den Übergang geschafft" (1996, S. 94). Mesopotamien: Man gibt dem Toten einen Nachen zur Überquerung des Unterweltflusses Chubur mit [...]. Gleich nach dem Tode muss der Verstorbene mit Hilfe eines sturmvogelköpfigen, mit vier Händen und Füssen versehenen Fährmanns namens 'Nimm schnell hinweg' den Unterweltsfluss durchqueren und sieben Tore durchschreiten" (1996, S. 121). In indischen Texten liest man, "wie die Seele zur Brücke, cinvato, gelangt. Hier wird sie verhört, dann kommt eine von zwei Hunden begleitete schöne Jungfrau und führt die gläubige Seele über die Brücke zu dem Damm oder Wall, der die Grenze der himmlischen Welt ausmacht" (1996, S. 142). Nordiran: Man gibt dem Toten ein Pferd und eine angemessene Ausrüstung mit. "Bevor der Verstorbene an den Fluss kommt, den er zu überschreiten hat, treten ihm Wächter entgegen; er muss ihnen Hirsekuchen schenken, um weiterziehen zu dürfen. Über den Fluss selbst führt statt einer Brücke nur ein Balken, vor dem eine göttliche Gestalt steht, die ihn zu befragen beginnt" (1996, S. 146). Bekannter ist die altgriechische Vorstellung: "Kennzeichen der Unterwelt ist das grosse Tor, das der Tote durchschreiten muss, um nie mehr zurückzukehren [...]. In der Odyssee wird der Eingang in die Unterwelt jenseits des Okeanos durch Flüsse markiert, den Acheron, in den ein Feuerstrom und ein Klagestrom einmünden, und den Styx mit seinen Wassern des Grauens [...]. Fluss oder See sind die Grenze, über die der Fährmann die Toten auf seinem Schiff ins Jenseits bringt. Zur Sage von Herakles gehört der fünfzigköpfige Hund Kerberos, der das Tor des Hades bewacht" (1996, S. 191). Einzig die Gnosis, in der ganze Bücher "den Weg der Seele durch unterirdische 'Wachthäuser' oder 'Höllen'" beschreiben, gibt eine Masszahl für den Weg ins Jenseits: "Nach dem Tode hat die Seele eine lange, 42tägige Reise vor sich" (1996, S. 252).

4. Nach klassischer Vorstellung sind Sein und Nichts streng voneinander geschieden. Der 3-4-Zeichenkubus teilt diese Ansicht nicht und verhält sich auch in dieser Hinsicht nicht wie ein Modell einer monokontexturalen Semiotik: "So wie das Sein keine Löcher hat, so wird das reine Nichts nirgends von Seinsbrocken unterbrochen" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 192). Transklassisch betrachtet, enthält aber jeder Ge-

danke “eine Komponente ungebundener Reflexion, der nichts Objektives korrespondiert” (Günther 1991, S. 165). In dieser Einsicht mag man das Motiv dafür finden, dass in der Mythologie das Jenseits, das vom Diesseits her gesehen als Nichts fungiert, eben nicht als leeres, unbevölkertes Nichts erscheint. Ausser in mythologischen Texten findet man Belege hierfür im Abseits der Geistesgeschichte: “Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos 5, 18, wo wir lesen: ‘Weh denen, die des Herren Licht begehren! Was soll er euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht.’“ (Günther 1976-80, Bd. III, S. 276). Es gibt viele weitere Zeugen des kenomatischen Lichts durch die Jahrhunderte hindurch. So lesen wir etwa in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): “Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht” (1956, S. 165). Meister Eckehart (1260-1327): “Es war ein Zeichen dafür, dass er das wahre Licht sah, das da Nichts ist” (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Lehren auf Geheiss des Zaren in Moskau verbrannt): “Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weisser weisst sein Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdscher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft” (ap. Staiger und Hürlimann 1948, S. 87). Georg Heym (1887-1912): “Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt” (1947, S. 60).

5. Wie man aus dem 3-4-Zeichenkubus ersieht, sind die Wege ins Jenseits einfach die Verlängerungen der Pfade des Diesseits, und die Netze, welche die Pfade des Jenseits bilden, sind lediglich durch die Präsenz von Nullzeichen und negativen Zeichen, aber nicht strukturell von den Pfaden des Diesseits verschieden. Was nun die Wahl der Lokalisierung des Jenseits sowie der Orte der Jenseitsübergänge in den Mythologien anbetrifft, so gehen diese auf die metaphysische Geographie vergangener Jahrhunderte zurück: “Man darf eines nicht vergessen: Unser moderner Begriff von Geographie ist erst wenige Jahrhunderte alt. Erdkunde war in älteren Zeiten weitgehend eine metaphysische Disziplin. Der Erdball selbst hatte sakrale Grössenordnung, und seine Räume erstreckten sich in transzendente Dimensionen. Auf ihm lag irgendwo der Eingang zur Unterwelt, seine Meere umspülten die Insel der Seligen [...], und jeder Begriff landschaftlicher Ferne und unentdeckter Regionen war durchsetzt mit magischen und mythischen Assoziationen” (Günther 2000, S. 31). Wesentlich für diese Weltanschauung war, “dass die Erdlandschaft, abgesehen von ihrer strengen horizontalen Begrenzung [...] als eine einfach zweidimensionale Daseinsebene erlebt wurde. Und zwar war es eine Ebene im mathematisch genauen Sinn des Wortes. Erhob man sich auch nur im Geringsten über sie oder drang man in Höhlen und unterirdischen Gängen auch nur ein wenig unter ihre Oberfläche, so begann schon der Abweg ins Jenseits” (2000, S. 166). Doch auch das Wasser bildete mythologische Räume: “Auch seine Tiefen bargen mystische Geheimnisse.

Nur auf seiner Oberfläche war der Mensch erlaubt und eben geduldet. In den Wellen und unter ihnen spielten Tritonen und Nereiden und die ganze Hierarchie der Meeresgottheiten, ihre Herrschaft in immer tiefere Wasserschichten ausdehnend bis zu dem flüssigen Palast des Poseidon, dem obersten Gott aller Meere und dem ebenbürtigen Gatten der Erdmutter. Unter dem Palast aber lauerte im schwammigen Ozeanboden Leviathan, das Ungeheuer des uferlosen Weltozeans” (2000, S. 167).

6. Einer Rückkehr aus dem Jenseits steht nach den theoretischen Implikationen des 3-4-Zeichenkubus nichts im Wege. Ihr semiotischer, logischer, erkenntnistheoretischer und topologischer Status wechselt, wenn die Wege rückwärts begangen werden, aber sie sind da, und sie führen zurück ins Diesseits. “Nachtodliches Sein ist Sein auf Zeit – auch es endet einmal – entweder für immer oder mit der Möglichkeit der Reinkarnation” (Braun 1996, S. 60). Eskimo: “Charakteristisch ist, dass [...] bei den Eskimo der Glaube an die Wiederkehr der Toten in Gestalt eines neuen Menschen (Reinkarnation) oder als Tier (Transmigration) vorkommt” (1996, S. 72f.). Auch bei den Naturvölkern Südamerikas sind “Wiedersterben und Wiedergeburt der Totenseelen [...] fast durchgängig anzutreffen” (1996, S. 93). In den Schriften des Zarathustra finden sich ähnliche Vorstellungen: “Die Eschatologie spricht von einer Himmelfahrt der Seele; sie erwähnt keine Auferstehung des Körpers, – eine Vorstellung, die sich mit der Himmelfahrt nicht vereinigen lässt. Ziemlich früh taucht indessen der Glaube an eine Auferstehung des Körpers auf, und schon im Yäst heisst es: ‘Wenn die Toten auferstehen, dann wird kommen der Lebendige ohne Verderben, nach Wunsch wird das Leben ‘verklärt’ gemacht werden.’“ (1996, S. 145). Eine besonders wichtige Rolle nehmen die Kelten ein: “Wiederholt sprechen klassische Schriftsteller vom keltischen Glauben, wonach die Seele unsterblich sei und in einem anderen Körper neu ins Leben zurückkehre” (1996, S. 165). Man wird hier an Zeilen eines Gedichtes von Joachim Ringelnatz erinnert: “Wenn ich tot bin, musst du gar nicht trauern. / Meine Liebe wird mich überdauern. / In fremden Kleidern dir begegnen / Und dich segnen”. Von den Kelten erfährt man weiter: “Ein Toter steigt in die Unterwelt hinab, verbleibt aber dort nicht für immer. Er wartet auf Rückkehr ins irdische Leben, die er heiss ersehnt. Sobald in seiner Sippe ein neues Kind geboren wird, schlägt die Stunde für ihn. Er darf zurückkehren und im Kreise der Sippe zu neuem Leben auferstehen. Manchmal zutage tretende Gleichartigkeit der Gesichtszüge, des Körperbaus, auch seelischer und geistiger Eigenschaften, gelten als Bestätigungen für eine Seelenwanderung. Wir hören vom Brauch, dem neugeborenen Kinde den Namen des zuletzt gestorbenen Verwandten zu geben, in den meisten Fällen den des Grossvaters” (1996, S. 165). Braun fasst die keltischen Jenseitsvorstellungen wie folgt zusammen: “Die andere Welt ist nicht das Endgültige, wohin Menschen als Tote gehen, sondern der Bereich, von wo aus weitere Bewegungen im Sinne einer Rückkehr auf diese Erde – in welcher Form auch immer – gedacht werden können. Also sind die Möglichkeiten nachtodlichen Seins in einer Vielfältigkeit angesetzt, die in einer bisher dargestellten Weise kaum so differenziert ausgeführt wurden. Tote verlassen diese Welt, um in das Jenseits als die andere Welt einzutreten, aber dies nur für einen begrenzten Aufenthalt, welcher erforderlich

macht, in irgendeiner Form in die irdische Welt zurückzukehren, oder aber in eine neue andere Welt aufzubrechen” (1996, S. 174). In dieselbe Quintessenz münden nach Braun die germanischen Vorstellungen: “Das ist die Botschaft Germaniens: Die Toten haben die prinzipielle Möglichkeit der Rückkehr” (1996, S. 188).

7. Es sind also besonders die keltischen und die germanischen Vorstellungen einer Rückkehr aus dem Jenseits, die der polykontexturalen Idee korrespondieren, dass “Death means only a gradual decrease of the discontextuality of Matter” (Günther 1976-80, Bd. II, S. 304). Dieser Gedanke findet sich auch in der altgriechischen Überlieferung beim Vorsokratiker Empedokles: “Geburt gibt es eigentlich bei keinem einzigen von allen sterblichen Dingen und kein Ende in verderblichem Tode. Nur Mischung gibt es vielmehr und Austausch des Gemischten” (ap. Diels 1906, S. 175 [Frg. 8]). Damit stellt sich die Frage, ob das Reich des Todes “die Domäne der persönlichen Unsterblichkeit ist” oder ob der Mensch “nur so lange ein einzelnes, für-sich-seiendes Ich [ist], als er in diesem seinem Leibe lebt” (Günther 1976-80, Bd. III, S. 2). Der entscheidende Punkt liegt nämlich darin, dass eine mehrwertige Logik auch mehrere Identitäten besitzt. Somit ist “erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst” (1976-80, Bd. III, S. 11f.). In die Richtung einer Beibehaltung der ichhaften Identität nach dem Tode zielen auch einige Gedanken des Expressionisten Jakob van Hoddis: “Ist dies der Tod? Sprich, müde Pracht. / Oder werde ich aus Deinen Schächten / Zu lichten nie gekannten Städten steigen / Und jedem Tage seine Donner zeigen?” (1987, S. 86). Die *resurrectio mortuorum*, die Auferstehung der Toten, ist schliesslich das bedeutendste Sakrament der christlichen Kirchen. Andreas Bedau hat in einem bemerkenswerten Aufsatz unter dem Titel “Das ist nicht tot, was ewig liegt” auf ein Gespräch des griechischen Kirchenvaters Gregor von Nyssa (4. Jh.) hingewiesen, in dem Auferstehung im Zusammenhang mit qualitativer Erhaltung diskutiert wird: “Wenn demnach der Leib nicht so aufersteht, wie er beschaffen war, als er mit der Erde vermischt wurde, so wird nicht der Verstorbene auferstehen, sondern die Erde wird wiederum zu einem neuen Menschen gebildet werden. Was kümmert mich alsdann die Auferstehung, wenn statt meiner ein anderer auferstehen wird! Und wie soll ich mich als mich selbst anerkennen, wenn ich mich nicht in mir sehe? Denn ich würde tatsächlich nicht ich sein, wenn ich nicht in allen Stücken mit mir selbst identisch wäre” (von Nyssa 1927, S. 321f.). “Diskutiert wird auch die Frage, wie es sich mit dem Auferstehungsleib bezüglich seiner Alters- und Entwicklungsstufe verhält. Steht der, der als Kind stirbt, als Erwachsener auf? Steht für den Ausgezehrten ein Wohlbeleibter auf? Gregor von Nyssa beantwortet diese Fragen unter Rückgriff auf die schon vorsokratische Vorstellung, dass ‘der Mensch ein Kosmos im kleinen ist’, d.h. der Auferstehungsleib enthält ‘ein Volk von Menschen’: ‘Wenn man also nicht einmal heute mehr derjenige ist, der man gestern war, sondern in einen anderen sich verwandelt, so wird, wenn die Auferstehung unseren Leib zum Leben zurückführt, jeder einzelne von uns sozusagen zu einem förmlichen Volk von Menschen, so dass kein Volksteil fehlt; nicht der Embryo, nicht der Säugling, nicht der Knabe, nicht der Jüngling, nicht der Mann, nicht der Vater, nicht der Greis,

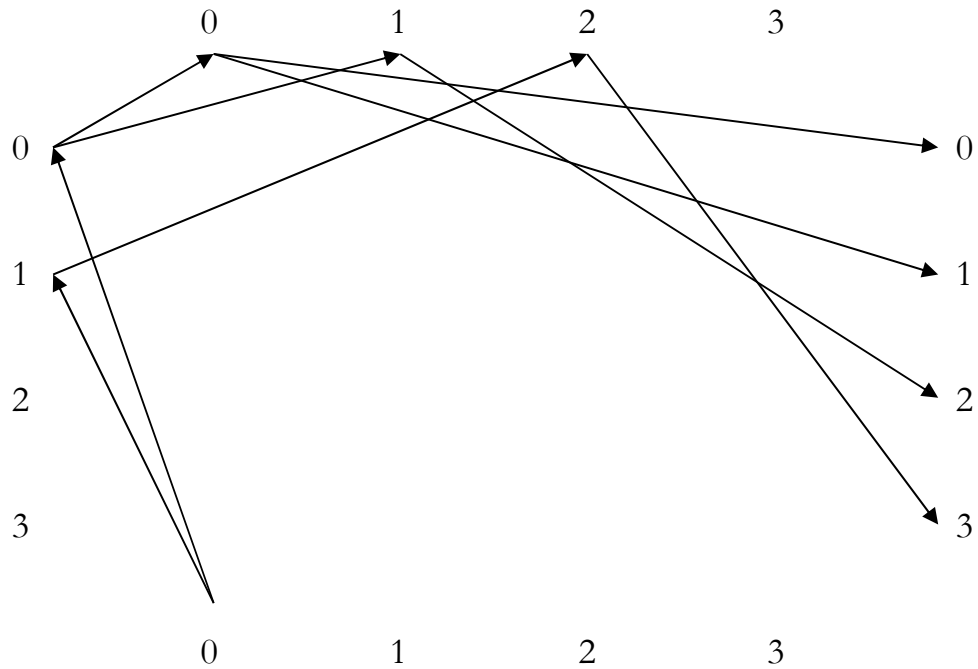
überhaupt keine der menschlichen Altersstufen“ (Bedau 1991, S. 15). Für Bedau ist qualitative Erhaltung schlechtweg die Bedingung des Christen für die Auferstehung: “Die Christen wollen bruchlos in den ‘ewigen Menschen’, den die Auferstehung verheißt, verwandelt werden. Form- und gestaltlos zu werden (in der Verwesung) wäre schrecklich. Die Todesfurcht der Christen ist die Furcht der Griechen vor dem Gestaltlosen” (1991, S. 15).

Bibliographie

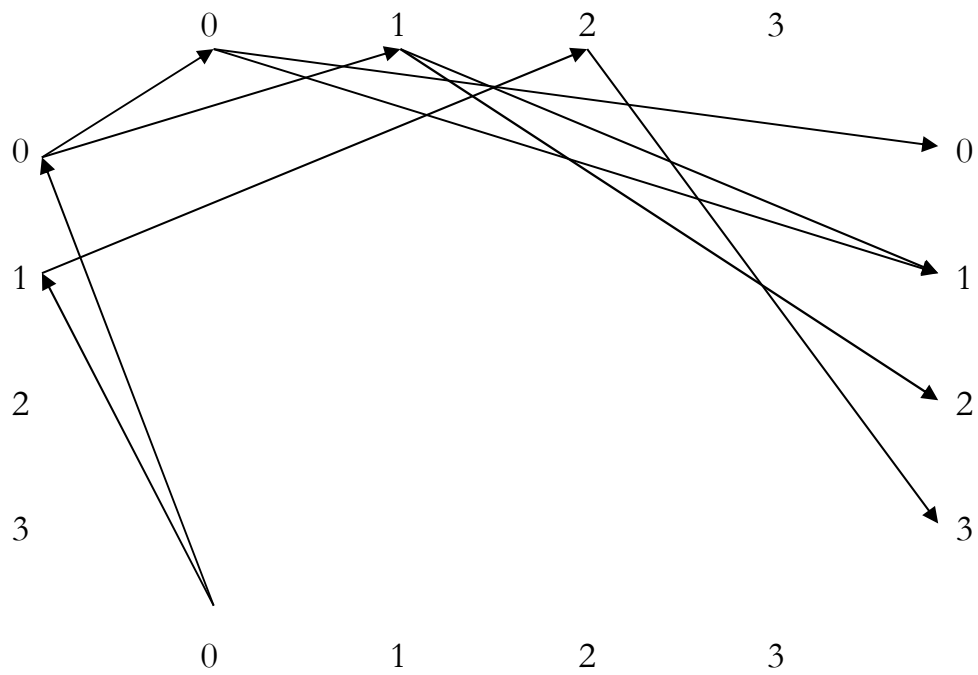
- Aereopagita, Dionysios, *Mystische Theologie und andere Schriften*. München 1956
- Bedau, Andreas, „Das ist nicht tot, was ewig liegt“. In: *Spuren in Kunst und Gesellschaft* 38/1991, S. 13-17
- Braun, Hans-Jörg, *Das Leben nach dem Tode*. Düsseldorf 1996
- Diels, Hermann, *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Bd. I. 2. Aufl. Berlin 1906
- Günther, Gotthard, *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*. 3 Bde. Hamburg 1976-80
- Günther, Gotthard, *Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik*. 3. Aufl. Hamburg 1991
- Günther, Gotthard, *Die amerikanische Apokalypse*. München 2000
- Heym, Georg, *Der ewige Tag*. Zürich 1947
- Lanczkowski, Johanna (Hrsg.), *Erhebe dich, meine Seele*. Stuttgart 1988
- Staiger, Emil/Hürlimann, Martin (Hrsg.), *Deutsche Gedichte aus vier Jahrhunderten*. Zürich 1948
- Stiebing, Hans Michael, *Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis*. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, *Die negative Erweiterung des 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics* (erscheint, 2009)
- von Nyssa, Gregor, *Schriften*. München 1927

2-dimensionale Strukturen der Proto-, Deutero- und Tritozahlen

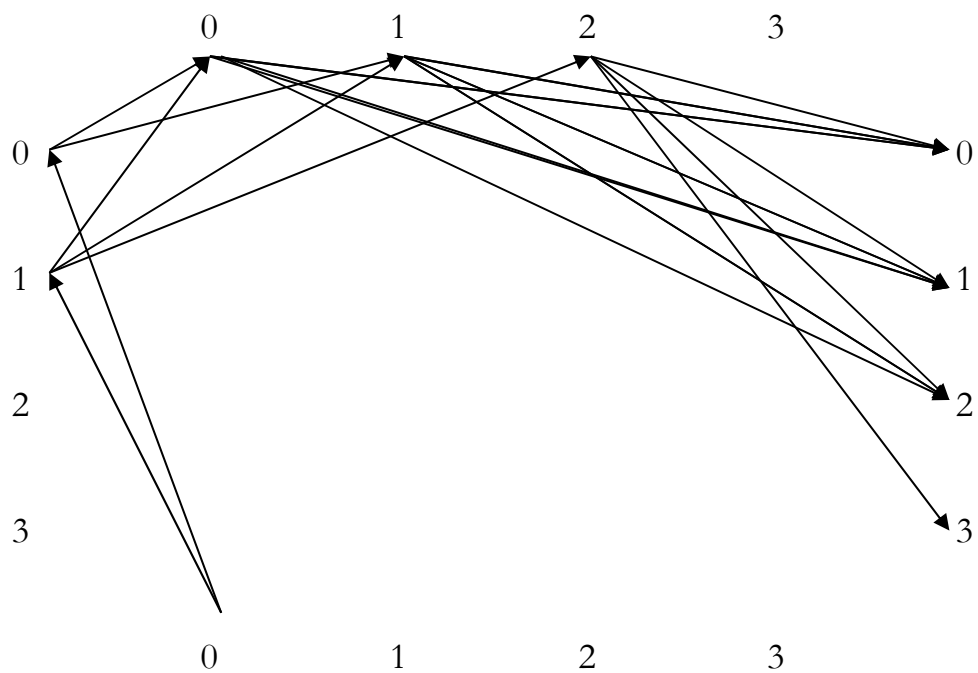
1. Struktur der Proto-Zahlen für $K = 4$:



Struktur der Deutero-Zahlen für $K = 4$:



Struktur der Trito-Zahlen für $K = 4$:



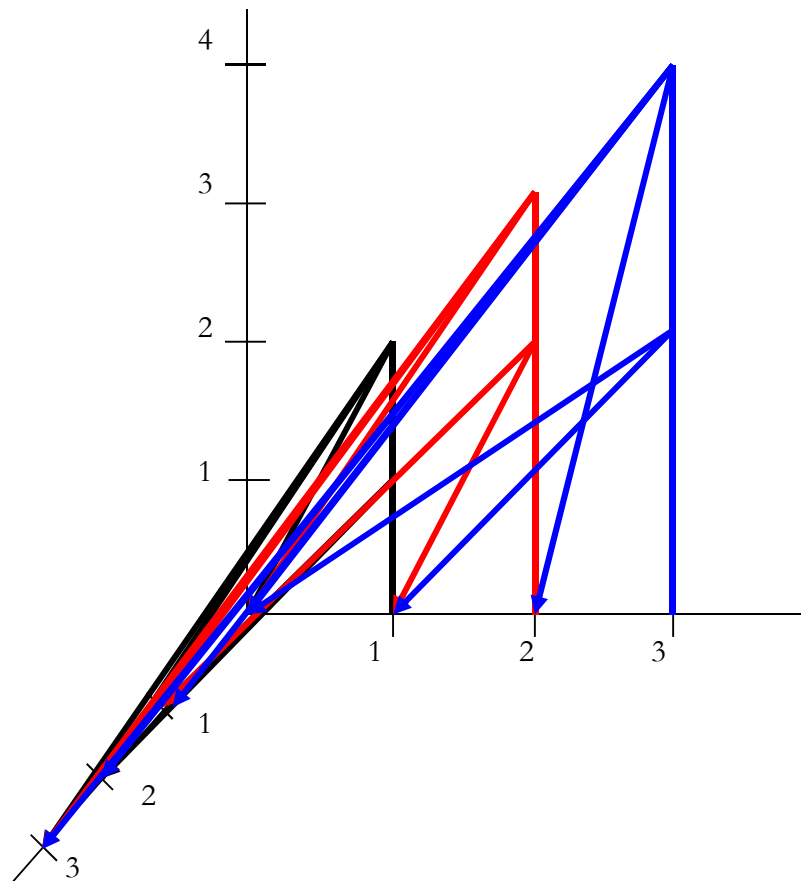
Dies ist eine weitere Möglichkeit, den Strukturzuwachs in den drei qualitativen Zahlssystemen derselben Kontextur aufzuzeigen (vgl. Kronthaler 1986, S. 33 f.).

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Trito-Zahlen in 3 Dimensionen

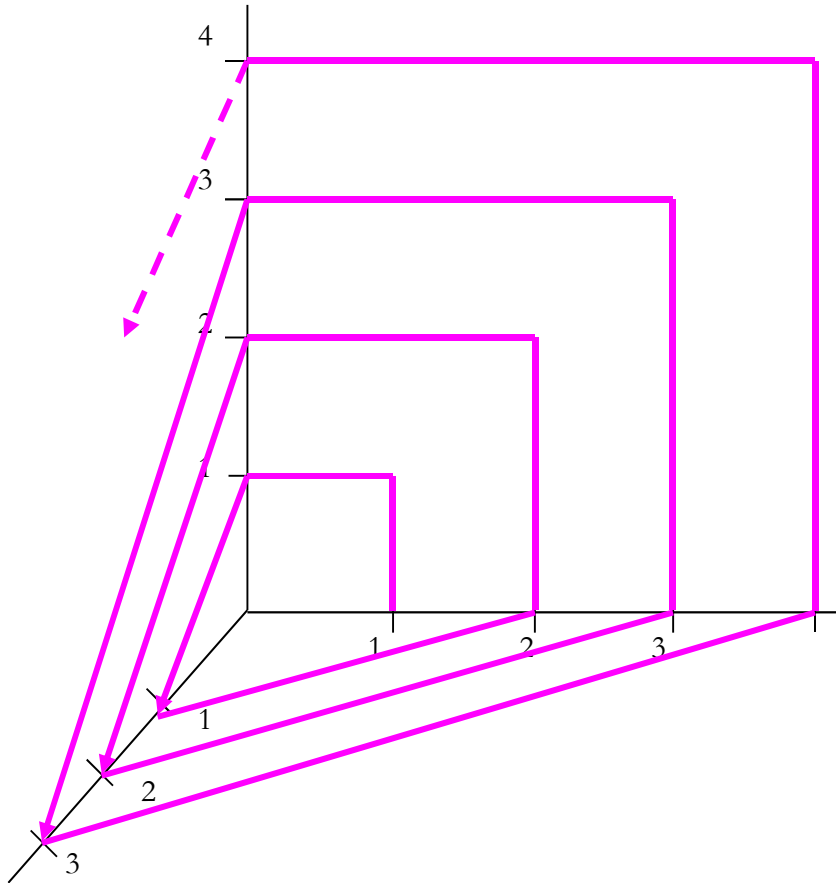
1. Die Trito-Zahlen der Kontextur $K = 3$ sind bekanntlich (vgl. z.B. Kronthaler 1986, S. 33 f.) 000, 001, 010, 011, 012. Mit Trito-Äquivalenz bilden wir sie um in 111, 112, 120, 122, 123; 222, 223, 230, 233, 234; 333, 334, 340, 344, 345 und interpretieren die jeweils 1. Ziffer als Dimensionszahl, also so, wie das im Stiebingschen Zeichenkubus der Fall ist (vgl. Stiebing 1977, S. 78). Dann ergibt sich die folgende interessante Trito-Struktur in 3 Dimensionen:



Da die Dimensionszahlen nicht reduzierbar sind, sind also die schwarz ausgezogenen Trito-Zahlen in den roten und beide in den blauen enthalten. Man kann ferner eine Zahlenreihe

(111), (222) (333), (444), ...

so einzeichnen, dass sämtliche Trito-Zahlen im Graphen, der durch diese Obermenge gebildet wird, enthalten sind:



Es gibt also offenbar eine Möglichkeit, qualitative Zahlen nicht nur durch Entfernung der topologischen Faserung, sondern auch durch Einbettung in 3- und höherdimensionale Körper zu monokontextualisieren. Damit stellt sich die (hier nicht zu beantwortende) Frage, ob es qualitative Zahlen in mehr als 2 Dimensionen gibt.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Abbildungen von Dimensionszahlen auf Morphismen für trichotomische Klassenverbände

1. Wir gehen wie in früheren Publikationen (z.B. Toth 2009a) von den semiotischen lateinischen Quadraten aus:

1	2	3	1	3	2
2	3	1	3	2	1
3	1	2	2	1	3
2	1	3	2	3	1
1	3	2	3	1	2
3	2	1	1	2	3
3	1	2	3	2	1
1	2	3	2	1	3
2	3	1	1	2	3.

Wenn wir nun die klassenlogische Definition des abstrakten Zeichens nehmen (Bense 1979, S. 53, 67)

$$ZK = (M, (M \subset O), (M \subset O \subset I)),$$

dann sieht man hier schön, dass das Zeichen als triadische Relation aus zwei Abbildungen besteht:

$$1. \wp(M, O, I) \rightarrow \wp(M, O, I) \text{ bzw. } (M, O, I) \rightarrow (M, O, I)$$

$$2. M \rightarrow ((M, O, I) \rightarrow (M, O, I)).$$

Bei der Abbildung 1 entsteht eine Menge von geordneten Paaren $\langle M, M \rangle$, $\langle M, O \rangle$, ..., $\langle I, I \rangle$, während bei der Abbildung 2 eine Menge von geordneten Tripeln entsteht. Das Modell von Abb. 1 ist also die kleine semiotische Matrix Benses, während das Modell von Abb. 2 der Stiebingsche Zeichenkubus ist.

2. Wenn das Modell von Abb. 2 aber der Stiebingsche Zeichenkubus ist, dann müssen in der triadischen Primzeichen-Struktur

(a.b.c)

die ursprünglichen Subzeichen aus Abb. 1 entweder als

a.(b.c)

oder als

(a.b).c

eingebettet sein. a. oder .c ist dann Dimensionszahl, d.h. sie gibt die Höhe des „Stockwerks“ im Zeichenkubus an, sagt also aus, in welcher Dimension ein Subzeichen (b.c) bzw. (a.b) vorhanden ist.

3. Nun haben wir in Toth (2009b) die als statische Subzeichen, d.h. Objekte aufgefassten triadischen und trichotomischen Werte in den semiotischen lateinischen Quadranten durch dynamische Morphismen, d.h. Abbildungen ersetzt:

α	β	$\beta\alpha$	β°
β	$\alpha^\circ\beta^\circ$	β°	α°
$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	α°	$\beta\alpha$
α°	$\beta\alpha$	β	$\alpha^\circ\beta^\circ$
$\beta\alpha$	β°	$\alpha^\circ\beta^\circ$	α
β°	α°	α	β
$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	β°	α°
α	β	α°	$\beta\alpha$
β	$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	β

Auch hier ist es sodann so, dass die Abbildung 1 zu geordneten Paaren (von Morphismen) führt. Allerdings kann man nur paarweise Objekte auf Morphismen abbilden, d.h. man muss die Strukturen a.(b.c) oder (a.b).c zugrunde legen. Eine Abbildung wie

$$*1 \rightarrow (2.1) \equiv *1 \rightarrow \alpha^\circ$$

ist gänzlich ausgeschlossen – allerdings auch nicht nötig, da bei der Abbildung 2 ja Dimensonzahlen auftreten, d.h. wir bilden bei den Morphismen ab wie bei den Objekten:

$$\text{DimZ} \rightarrow \{\alpha, \beta, \alpha^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha\} =$$

$$\{(1., 2., 3.) \rightarrow \{\alpha, \beta, \alpha^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha\}\}.$$

Damit können also nicht nur bestimmten Subzeichen als Objekte nach ihrer „Stockwerkhöhe“ im Zeichenkubus bestimmt werden, sondern auch die in sie involvierten semiotischen Zeichenprozesse.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate I. (Trichotomische Klassenverbände) In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Morphismen für trichotomische Klassenverbände. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Dimensionierung von Subzeichen

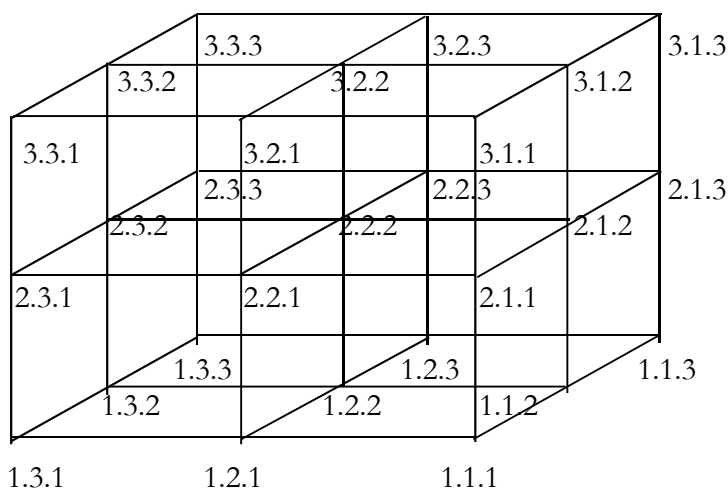
1. Um das Problem von „Zwischenkategorien“ (die in Nichts zu rechtfertigen sind) und das Problem der Ordnung von trichotomischen Stellenwerten (das willkürlich und apodiktisch in der Bense-Semiotik betrieben wird) zu vermeiden, wurde in Toth (2009) das Zeichen nicht mehr als triadische Relation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Relation, sondern als triadische Relation über drei triadischen Relationen definiert. Demzufolge geht diese Konzeption von triadischen Primzeichen der allgemeinen Form

$$PZ = (a.b.c)$$

aus, deren Einbettung der ursprünglichen dyadischen Subzeichen auf folgende zwei Weisen möglich ist:

$$a.(b.c), (a.b).c.$$

a oder c ist dann die Dimensionszahl, welche die Lage eines dyadischen Subzeichens im Stiebingschen Zeichenkubus bestimmt (vgl. Stiebing 1977, S. 78):



2. Nun kann man aber die Beschränkung, dass ein Subzeichen nur in 1 Dimension liegt, aufheben, auch wenn die Vorstellung, es könne entsprechend dem 3-dimensionalen Kubus in maximal 3 Dimensionen liegen, etwas schwer zu veranschaulichen ist. Wir haben dann

2.1. SZ in 1 Dimension: $\text{Dim}Z = 1 \vee 2 \vee 3$

$$PZ = 3\text{-adisch: } PZ = (a.b.c) = a.(b.c) \vee (a.b).c$$

2.2. SZ in 2 Dimensionen: $\text{Dim}Z = (1 \wedge 2) \vee (2 \wedge 3) \vee (1 \wedge 3)$

$$PZ = 4\text{-adisch: } PZ = (a.b.c.d) = a.(b.c).d$$

2.3. SZ in 3 Dimensionen: $\text{DimZ} = (1 \wedge 2 \wedge 3)$

PZ = 5-adisch: $\text{PZ} = (a.b.c.d.e) = (a.b.c.(d.e)) \vee ((a.b).c.d.e) \vee (a.(b.c).d.e)$

Für $\text{DimZ} = \{1, 2, 3\}$ gelten also keinerlei Beschränkungen. Wie ist es aber mit den eingebetteten Subzeichen als Partialrelation oder vollständigen triadischen Zeichenrelation, z.B.

((3.3.1) (2.2.2) (3.1.3))

((3.3.1) (2.2.1) (3.1.2))

((3.3.1) (2.2.2) (3.1.1))

...

Bei mehrdimensionalen Subzeichen tritt eine räumliche neben einer „kategorialen“ Inklusion auf. Wir hatten schon oben und in früheren Publikationen dafür argumentiert, dass die Ordnungsbeschränkung der 1-dimensionalen Semiotik

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

apodiktisch und willkürlich eingeführt ist (vgl. Walther 1979, S. 79). Vor allem aber ist sie aussersemiotisch, denn da es keine „Zwischenkategorien“ zwischen den als Ordinalzahlen eingeführten Kategorien gibt – ebenso wenig wie es willkürlich Ordnungszahlen zwischen den Ordnungszahlen 1., 2., 3., ..., n. gibt, gibt es also auch keine Trichotomien. Wenn diese in unserer Arbeit trotzdem erscheinen, dann weil sie als Abbildungen der semiotischen lateinischen Quadrate in sich (Toth 2009) und nicht als „kartesische Produkte von Primzeichen“ eingeführt wurden. Die Ordnungsbeschränkung kann somit fallen gelassen werden, d.h. alle oben aufgeführten triadischen Relationen sind statthaft, genauso wie es auch keine Inklusionsbeschränkung der Dimensionen gibt, in denen Subzeichen liegen. Damit sind auf diesem Wege also $9^3 = 729$ Zeichenklassen und nochmals so viele Realitätsthematiken möglich.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1977

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate II. (Die trichotomische Unterteilung der Triaden) In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Dyadenpaare und semiotische Dimensionen

1. Gegeben sei die Grosse semiotische Matrix (Bense 1983, S 93):

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1.1.1	Qu-Si 1.1.1.2	Qu-Le 1.1.1.3	Qu-Ic 1.1.2.1	Qu-In 1.1.2.2	Qu-Sy 1.1.2.3	Qu-Rh 1.1.3.1	Qu-Di 1.1.3.2	Qu-Ar 1.1.3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2.1.1	Si-Si 1.2.1.2	Si-Le 1.2.1.3	Si-Ic 1.2.2.1	Si-In 1.2.2.2	Si-Sy 1.2.2.3	Si-Rh 1.2.3.1	Si-Di 1.2.3.2	Si-Ar 1.2.3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3.1.1	Le-Si 1.3.1.2	Le-Le 1.3.1.3	Le-Ic 1.3.2.1	Le-In 1.3.2.2	Le-Sy 1.3.2.3	Le-Rh 1.3.3.1	Le-Di 1.3.3.2	Le-Ar 1.3.3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1.1.1	Ic-Si 2.1.1.2	Ic-Le 2.1.1.3	Ic-Ic 2.1.2.1	Ic-In 2.1.2.2	Ic-Sy 2.1.2.3	Ic-Rh 2.1.3.1	Ic-Di 2.1.3.2	Ic-Ar 2.1.3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2.1.1	In-Si 2.2.1.2	In-Le 2.2.1.3	In-Ic 2.2.2.1	In-In 2.2.2.2	In-Sy 2.2.2.3	In-Rh 2.2.3.1	In-Di 2.2.3.2	In-Ar 2.2.3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3.1.1	Sy-Si 2.3.1.2	Sy-Le 2.3.1.3	Sy-Ic 2.3.2.1	Sy-In 2.3.2.2	Sy-Sy 2.3.2.3	Sy-Rh 2.3.3.1	Sy-Di 2.3.3.2	Sy-Ar 2.3.3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1.1.1	Rh-Si 3.1.1.2	Rh-Le 3.1.1.3	Rh-Ic 3.1.2.1	Rh-In 3.1.2.2	Rh-Sy 3.1.2.3	Rh-Rh 3.1.3.1	Rh-Di 3.1.3.2	Rh-Ar 3.1.3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2.1.1	Di-Si 3.2.1.2	Di-Le 3.2.1.3	Di-Ic 3.2.2.1	Di-In 3.2.2.2	Di-Sy 3.2.2.3	Di-Rh 3.2.3.1	Di-Di 3.2.3.2	Di-Ar 3.2.3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3.1.1	Ar-Si 3.3.1.2	Ar-Le 3.3.1.3	Ar-Ic 3.3.2.1	Ar-In 3.3.2.2	Ar-Sy 3.3.2.3	Ar-Rh 3.3.3.1	Ar-Di 3.3.3.2	Ar-Ar 3.3.3.3

Wenn wir für jedes Dyaden-Paar die Summe seiner Repräsentationswerte schreiben:

4	5	6		5	6	7		6	7	8	$\Sigma = 54$
5	6	7		6	7	8		7	8	9	$\Sigma = 63$
6	7	8		7	8	9		8	9	10	$\Sigma = 72$

5	6	7		6	7	8		7	8	9	$\Sigma = 63$
6	7	8		7	8	9		8	9	10	$\Sigma = 72$
7	8	9		8	9	10		9	10	11	$\Sigma = 81$

6	7	8		7	8	9		8	9	10	$\Sigma = 72$
7	8	9		8	9	10		9	10	11	$\Sigma = 81$
8	9	10		9	10	11		10	11	12	$\Sigma = 90$

Wenn wir jede der 9 trichotomischen Triaden als eine semiotische Dimension bestimmen, dann gilt

$$\text{Rpw}(\text{Dim}(n+1)) = \text{Rpw}(\text{Dim } n) + 9,$$

d.h. es gibt keine absolute Dimensionszahl, sondern Dimensionszahlen sind abhängig von den trichotomischen Triaden und daher nur als Bruchzahlen für das Vollständige Zeichen, wie es in der Grossen Matrix gegeben ist, vergleichbar. Wir haben somit eine semiotische Entsprechung der fraktalen Hausdorff-Besicovich-Dimension vor uns. Das semiotisch Auffällige ist, dass jede zwei diagonal gegenüberliegende Dyaden-Paare dieselbe semiotische (HB-) Dimension haben. Ferner gilt natürlich

$$\text{Rpw}(a.b c.d) = \text{Rpw}(d.c b.a),$$

also genau wie in der kleinen semiotischen Matrix.

Bibliographie

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Ein 2-dimensionales Modell der Zeichengenesse

1.1. Meine Aufsätze zum Thema Semiotik und Ontologie sind in Bd. 3 und 4 meiner gesammelten Werke vereinigt (Toth 2010a, b). Vorausgeschickt sei, dass es zuerst bis heute kein allgemein akzeptiertes, nicht-widersprüchliches Modell der Zeichengenesse gibt. Allgemein akzeptiert ist nur, dass das Zeichen „die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ als Funktion überbrückt:

$$Z = f(\omega, \beta).$$

Dies ist im Wesentlichen die erste Theorie, die auf Bense (1967, S. 9) zurückgeht und auf dem semiotischen Axiom beruht „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Zeichen mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“. In diesem unmittelbaren Modell wird also ein Objekt direkt auf ein Zeichen abgebildet. Semiotik ist also eine Struktur im Sinne der Modelltheorie, welche das folgende Paar erfüllt:

$$\Sigma = \langle \omega, \beta \rangle.$$

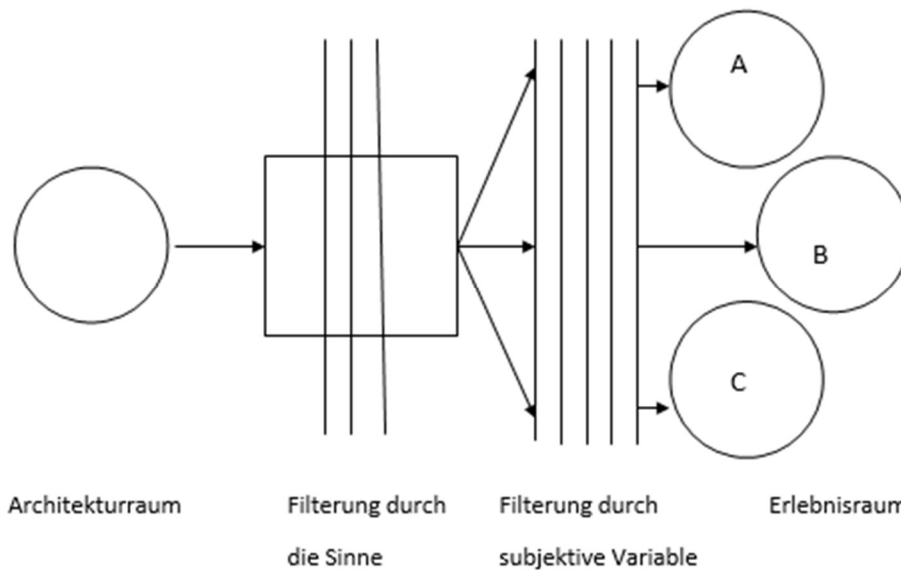
1.2. Die zweite Theorie der Zeichengenesse, die auf ein erweitertes, vermitteltes Modell zurückgeht, bildet das Objekt nicht direkt auf ein Zeichen ab, sondern nimmt eine Zwischenstufe der kategorialen Nullheit an: „Der Raum mit der 0-relationalen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase, über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt (Bense 1975, S.65). Danach ist eine Semiotik also eine Struktur, welche das folgende Tripel erfüllt:

$$\Sigma = \langle \omega, \delta, \beta \rangle,$$

wobei δ für die benseschen „verfügbaren“ bzw. „disponiblen“ Etwase steht (vgl. auch Bense 1975, S. 45 f.). Ein Objekt wird in diesem Modell also zuerst auf eine disponible Zeichenrelation abgebildet, bevor diese auf eine reale Zeichenrelation abgebildet wird.

2. Beide dieser Modelle haben gemeinsam, dass sie in ihrer Abfolge sich mit der landläufigen Vorstellung der Genese eines Zeichens decken: Der Knoten, den ich in ein Taschentuch mache, um mich an etwas zu erinnern, wird durch Modell 1.1., die Schrift, die ich benutze, um die Aussage von jemandem für andere zu konservieren, wird durch Modell 1.2. beschrieben, wobei die Schrift hier als System disponibler Relationen zwischen z.B. zwischen der Rede und dem potentiellen Leser der aufgezeichneten Rede fungiert. Modell 1.2. entspricht

ferner einem weithin verbreiteten Perzeptionsmodell, wie z.B. demjenigen architektonischer Objekte, mit dem Joedicke (1985, S. 10) arbeitet:



Allgemein entspricht also dem Architekturraum der aposteriorische Teilraum des ontologischen Raumes, dem quadratisch gezeichneten mittleren Raum der präsemiotische Raum (vgl. Toth 2007), und dem Erlebnisraum der semiotische Raum. „Objektive“ Filter führen damit vom ontologischen in den präsemiotischen, und „subjektive“ Filter vom präsemiotischen in den semiotischen Raum, wobei das subjektive Filtersystem nach Joedicke vor allem phylogenetisch und kulturpezifisch determiniert ist, wonach man also wenigstens auf eine gewisse Weise die Zeichen als „kulturelle Bausteine“ (allerdings nicht im Sinne Ecos) verstehen kann.

3. Die im letzten Abschnitt enthaltene Behauptung, der aposteriorische Raum sei nur ein Teilraum des ontologischen Raumes, gründet sich in der heute weit akzeptierte Einsicht, wir würden nur einen Teil unserer Realität wahrnehmen. Dafür, dass wir überhaupt Objektivität wahrnehmen können, benötigen wir ja die objektiven Filter, und diese filtern ihrer Natur nach eben in perzipierbar-aposteriorische sowie nicht-perzipierbare apriorische Realität. So weist mindestens das Korrelat \mathcal{J} aus $OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$ darauf hin, dass bereits ein Teil Objektivität in Subjektivität umgewandelt worden ist. Im folgenden bezeichnen wir den apriorischen Teilraum des ontologischen Raumes mit AR. Eine Semiotik ist demnach eine Struktur, welche alle Elemente im folgenden Quadrupel erfüllt $\Sigma = \langle \{AR\}, \{OR\}, \{DR\}, \{ZR\} \rangle$.

Darin – um es nochmals zu sagen - ist $\{AR\}$ Menge aller apriorischen Objekte, $\{OR\}$ die Menge aller aposteriorischen Objekte, $\{DR\}$ die Menge der disponiblen

Relationen, und $\{ZR\}$ die Menge aller Zeichenrelationen. Wir können nun die Filter wie folgt als Transformationen definieren:

$$\mathcal{F}_{\text{obj}} : \{OR\} \rightarrow \{DR\}$$

$$\mathcal{F}_{\text{subj}} : \{DR\} \rightarrow \{ZR\}$$

Mit Transitivität folgt also

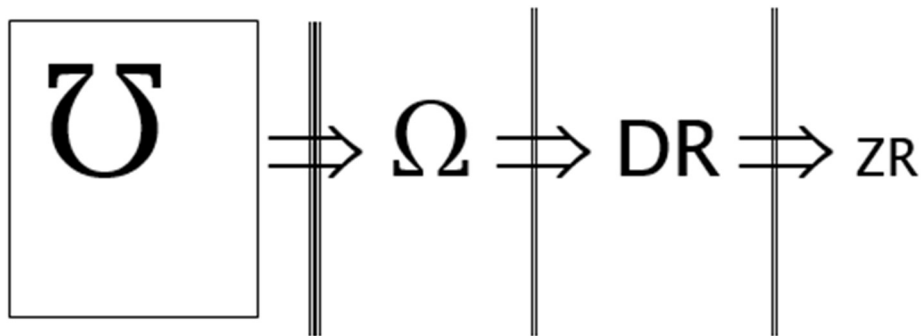
$$\mathcal{F}_{\text{subj}} \mathcal{F}_{\text{obj}} = \{OR\} \rightarrow \{ZR\},$$

was eine topologische Definition des Modells 1.1. ist. Demnach ist Zeichengeneses im Sinne von Metaobjektivierung nichts anderes als als zweimalige Anwendung von Filtern auf die Objekte des aposteriorischen Teilraums des ontologischen Raumes. Der Vorteil dieser Definition besteht also darin, dass hiermit zum ersten Mal das Zeichen als nicht-intentionale Entität definiert werden kann.

Allerdings ist damit der Übergang

$$\{AR\} \rightarrow \{OR\}$$

nicht definiert. \mathcal{F}_{obj} besagt ja in Übereinstimmung mit dem Joedicke-Modell, dass das, was wir wahrnehmen, keine Objekte, sondern disponible Relationen sind. Genau auf der Ebene der disponiblen Relationen tauchen aber nach Bense (1975, S. 65 f.) die kategorialen Objekte O^0 auf. **Daraus folgt also, dass unsere Erkenntnis weder apriorisch noch aposteriorisch, sondern bereits präsemiotisch ist.** Der Übergang vom apriorischen zum aposteriorischen Raum ist lediglich notwendig, damit wir beim Akt der Wahrnehmung bereits den Unterschied im Sinne Spencer Browns machen können, indem wir nämlich die von uns wahrgenommenen Objekte hinsichtlich sehr allgemeiner Prä-Kategorien wie Form, Funktion, Gestalt (Wiesenfahrt), Mittel, Gegenstand, Gebrauch (Bense 1981, S. 33) oder Sekanz, Semanz, Selektanz (Götz 1982, S. 4, 28) „imprägnieren“. Die durch das objektive Filtersystem den Gegenständen auferlegten, ihre Wahrnehmung ermöglichenden Raster sind also sozusagen eine moderne Version der alten Eidyllia-Theorie, wonach die Gegenstände selbst kleine Partikeln zu ihrer Wahrnehmung, Identifikation, Unterscheidung aussenden. Wie der nicht-definierte Übergang $\{AR\} \rightarrow \{OR\}$ aussieht, darüber können wir erst dann mehr sagen, wenn wir die Strukturen von $\{OR\}$ genauer angeschaut haben. Bevor wir das tun, halten wir aber fest, dass aus unserem semiogenetischen Modell vor allem noch etwas viel Erstaunlicheres folgt: Es weist nämlich nicht nur 1 Kontexturengrenze auf wie die bisherigen semiogenetischen Modelle, sondern 3:



(wobei $\{U\} = \{AR\}$ und $\{\Omega\} = \{OR\}$)

Die Hauptkontexturengrenze befindet sich somit erwartungsgemäss zwischen $\{AR\}$ und $\{OR\}$, zwei Nebenkontexturengrenze befinden sich zwischen $\{OR\}$ und $\{DR\}$ sowie $\{DR\}$ und $\{ZR\}$. Es gibt somit 2 Kontexturengrenzen zwischen Zeichen und Objekt und nicht, wie bisher allgemein angenommen, 2, gesetzt wenigstens, dass die Semiose zwischen Objekt und Zeichen vollständig ist.

Nun definieren wir im Anschluss an Toth (2010)

$AR = \langle \Omega, \Omega^\circ \rangle$,

d.h. das noch nicht durch den Kontexturübergang 1 gegangene apriorische Objekt besteht einmal aus dem nachher noch wahrnehmbaren (aposteriorischen) Teil Ω , ferner besteht es aus einem nachher nicht mehr wahrnehmbaren (apriorischen) Teil, den wir mit Ω° bezeichnen. Ferner sind wie üblich (Toth 2010)

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$

$DR = (M^\circ, O^\circ, I^\circ)$

$ZR = (M, O, I)$

Bei AR gibt es somit zwei Möglichkeiten:

$AR = \{\langle \Omega_i, \Omega_i^\circ \rangle\}$ oder

$AR = \{\langle \Omega_i, \Omega_j^\circ \rangle\}$ (mit $i \neq j$), mit $i, j \in \{.1., .2., .3.\}$.

Somit gilt also

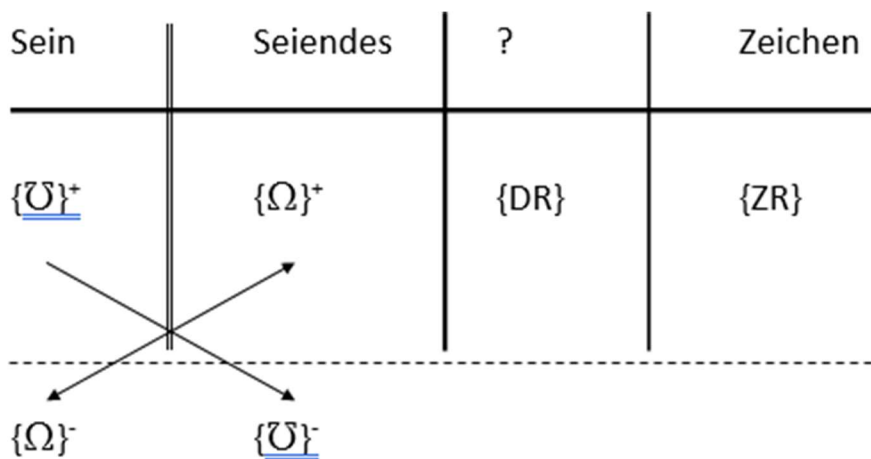
$\{AR\} = \{\{\langle \Omega_{(.)i(.)}, \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}$,

d.h. mit den Punkten werden alle 4 möglichen Kombinationen von Peirce-Zeichen, d.h. Kombinationen aus Haupt- und Stellenwerten der Dyaden offen gelassen:

$x.y., .x.y, x..y, .xy.$

Damit hätten wir die formalen Grundlagen zu einer vollständigen Ontologie des Seins. „Nun erhebt sich aber angesichts der ontologischen Differenz zwischen Sein und Seiendem das Problem der ‚meontologischen Differenz‘ zwischen

Nichts und Nichtseiendem“ (Bense 1952, S. 80). Bei Heidegger liest man in diesem Zusammenhang: „Das Nichts ist das Nicht des Seienden und so das vom Seienden her erfahrene Sein. Die ontologische Differenz ist das Nicht zwischen Seiendem und Sein. Aber sowenig Sein als das Nicht zum Seienden ein Nichts ist im Sinne des nihil negativum, sowenig ist die Differenz als das Nicht zwischen Seiendem und Sein nur das Gebilde einer Distinktion des Verstandes (ens rationis). Jenes nichtende Nicht des Nichts und dieses nichtende Nicht der Differenz sind zwar nicht einerlei, aber das Selbe im Sinne dessen, was im Wesenden des Seins des Seienden zusammengehört“ (Heidegger 1965, S. 5). Ich versuche im folgenden, die Angaben Heideggers auf der Basis des oben präsentierten Bildes semiotisch darzustellen:



Man beachte, dass die ontologische Differenz mit der ersten, „scharfen“ Kontexturengrenze zusammenfällt. Diese bewirkt im Sinne der Heideggerschen Bestimmungen, dass Sein und Nichts auf der einen sowie Seiendes und Nichten(des) auf der anderen Seite in einer chiasmatischen Relation stehen und also nicht einmal durch die horizontale gestrichelte Linie, welche die Negation repräsentiert, gespiegelt sind, denn nur so entkommt man dem Problem des Heideggerschen nihil negativum einerseits und des ens rationis andererseits. Die dick ausgezogene Kontexturengrenze zwischen den den ontologischen Raum im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) repräsentierten Teilbereichen des Seins und des Seienden sowie denjenigen des präsemiotischen und des semiotischen Raumes ist also die im Rahmen der Polykontextualitätstheorie immer wieder hervorgehobene Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt. Allerdings scheint der von Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) verwendete Notbehelfsbegriff der „Disponibilität“ nicht geeignet, in einer Reihe mit den etablierten Begriffen Sein – Seiendes - ? – Zeichen zu stehen.

4. Wir können nun mit dem technischen Teil dieser Arbeit weiterfahren. Die oben aufgestellte Definition

$$AR = \{\langle \Omega_{(\cdot)i(\cdot)}, \Omega_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ \rangle\}$$

muss somit natürlich parametrisiert werden. Wenn wir im Blick auf den „scharfen“ Kontexturübergang $i, j \in \{.1., .2., .3.\}$ setzen, bekommen wir

$$\begin{array}{lll} \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.1}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.2}^\circ \rangle\} \\ \{\langle \pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} & \{\langle \pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.3}^\circ \rangle\} \end{array}$$

Wir können nun analog zu

$$\{OR\} = \{(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})\}$$

setzen

$$\{AR\} = \{A^*, B^*, C^*\},$$

wobei gelten soll

$$A^* = \{ \langle \{\mathcal{M}_{(\cdot)i(\cdot)}\}, \{\mathcal{M}_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ\} \rangle$$

$$B^* = \{ \langle \{\Omega_{(\cdot)i(\cdot)}\}, \{\Omega_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ\} \rangle$$

$$C^* = \{ \langle \{\mathcal{J}_{(\cdot)i(\cdot)}\}, \{\mathcal{J}_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ\} \rangle \}.$$

Dann ist

$$\{AR\} = \{ \langle \pm\Omega_i, \pm\Omega_j^\circ \rangle \} = \langle \pm A^*, \pm B^*, \pm C^* \rangle =$$

$$\{ \langle \langle \pm\mathcal{M}_{(\cdot)i(\cdot)} \rangle, \langle \pm\mathcal{M}_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ \rangle \rangle, \{ \langle \langle \pm\Omega_{(\cdot)i(\cdot)} \rangle, \langle \pm\Omega_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ \rangle \rangle \}, \{ \langle \langle \pm\mathcal{J}_{(\cdot)i(\cdot)} \rangle, \langle \pm\mathcal{J}_{(\cdot)j(\cdot)}^\circ \rangle \rangle \} \}.$$

$$OR = \{ \pm\mathcal{M}_i, \pm\Omega_i, \pm\mathcal{J}_i \}$$

mit

$$\pm\mathcal{M}_i \in \{\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \dots, \pm\mathcal{M}_n\}$$

$$\pm\Omega_i \in \{\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \dots, \pm\Omega_n\}$$

$$\pm\mathcal{J}_i \in \{\pm\mathcal{J}_1, \pm\mathcal{J}_2, \pm\mathcal{J}_3, \dots, \pm\mathcal{J}_n\}.$$

Bevor wir nun zum präsemiotischen und semiotischen Raum kommen, sei daran erinnert, dass die Zeichenrelation bereits für von mir parametrisiert eingeführt worden war (vgl. Toth 2001 u. 2008, S. 52 ff.), und zwar im Zusammenhang mit der Einführung komplexer Peircezahlen (Primzeichen) in Analogie zu komplexen Peanozahlen. Damit sind wir nun legitimiert, auch den intermediären präsemiotischen Raum als Raum von parametrisierten Klassen disponibler Kategorien einzuführen:

$$DR = \{\pm M^\circ_i, \pm O^\circ_i, \pm I^\circ_i\}$$

mit

$$\pm M^\circ_i = \{\pm M^\circ_1, \pm M^\circ_2, \pm M^\circ_3, \dots, \pm M^\circ_n\}$$

$$\pm O^\circ_i = \{\pm O^\circ_1, \pm O^\circ_2, \pm O^\circ_3, \dots, \pm O^\circ_n\}$$

$$\pm I^\circ_i = \{\pm I^\circ_1, \pm I^\circ_2, \pm I^\circ_3, \dots, \pm I^\circ_n\},$$

Für die Zeichenklassen ergibt sich wie bekannt

$$ZR = \{\pm M, \pm O, \pm I\}$$

mit

$$\pm M_i = \{\pm M_1, \pm M_2, \pm M_3, \dots, \pm M_n\}$$

$$\pm O_i = \{\pm O_1, \pm O_2, \pm O_3, \dots, \pm O_n\}$$

$$\pm I_i = \{\pm I_1, \pm I_2, \pm I_3, \dots, \pm I_n\}.$$

Aus den 7 Quadrupeln, die in Toth (2010) dargestellt worden waren, erhalten wir nun die folgenden relationalen Mengen, wobei, zur Erinnerung, VZ für Vollständige Zeichenrelation, OK für Objektkategorie, KO für Kategorienobjekt, KZ für Kategorienzeichen, ZK für Zeichenkategorie, OZ für Objektzeichen und ZO für Zeichenobjekt steht:

1. VZ = $\{\{\langle\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \{\{\langle\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \{\{\langle\{\pm\mathcal{J}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \langle\{\pm\mathcal{M}_1, \dots, \pm\mathcal{M}_n\}, \{\pm M^\circ_1, \dots, \pm M^\circ_n\}, \{\pm M_1, \dots, \pm M_n\}\rangle, \langle\{\pm\Omega_1, \dots, \pm\Omega_n\}, \{\pm O^\circ_1, \dots, \pm O^\circ_n\}, \{\pm O_1, \dots, \pm O_n\}\rangle, \langle\{\pm\mathcal{J}_1, \dots, \pm\mathcal{J}_n\}, \{\pm I^\circ_1, \dots, \pm I^\circ_n\}, \{\pm I_1, \dots, \pm I_n\}\rangle\}$
2. OK = $\{\{\langle\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \{\{\langle\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \{\{\langle\{\pm\mathcal{J}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ\rangle\}\}, \langle\{\pm\mathcal{M}_1, \dots, \pm\mathcal{M}_n\}, \{\pm M^\circ_1, \dots, \pm M^\circ_n\}\rangle, \langle\{\pm\Omega_1, \dots, \pm\Omega_n\}, \{\pm O^\circ_1, \dots, \pm O^\circ_n\}\rangle, \langle\{\pm\mathcal{J}_1, \dots, \pm\mathcal{J}_n\}, \{\pm I^\circ_1, \dots, \pm I^\circ_n\}\rangle\}$

3. KO = $\{\{\langle \pm \mathcal{M}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \{\{\langle \pm \Omega_{(.)i(.)}, \pm \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}, \{\{\langle \pm \mathcal{J}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \langle \pm M_1^\circ, \dots, \pm M_n^\circ \rangle, \{\pm \mathcal{M}_1, \dots, \pm \mathcal{M}_n\}, \langle \pm O_1^\circ, \dots, \pm O_n^\circ \rangle, \{\pm \Omega_1, \dots, \pm \Omega_n\}, \langle \pm I_1^\circ, \dots, \pm I_n^\circ \rangle, \{\pm \mathcal{J}_1, \dots, \pm \mathcal{J}_n\}\}$
4. KZ = $\{\{\langle \pm \mathcal{M}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \{\{\langle \pm \Omega_{(.)i(.)}, \pm \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}, \{\{\langle \pm \mathcal{J}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \langle \pm M_1^\circ, \dots, \pm M_n^\circ \rangle, \{\pm M_1, \dots, \pm M_n\}, \langle \pm O_1^\circ, \dots, \pm O_n^\circ \rangle, \{\pm O_1, \dots, \pm O_n\}, \langle \pm I_1^\circ, \dots, \pm I_n^\circ \rangle, \{\pm I_1, \dots, \pm I_n\}\}$
5. ZK = $\{\{\langle \pm \mathcal{M}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \{\{\langle \pm \Omega_{(.)i(.)}, \pm \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}, \{\{\langle \pm \mathcal{J}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \langle \pm M_1, \dots, \pm M_n \rangle, \{\pm M_1^\circ, \dots, \pm M_n^\circ \rangle, \langle \pm O_1, \dots, \pm O_n \rangle, \{\pm O_1^\circ, \dots, \pm O_n^\circ \rangle, \langle \pm I_1, \dots, \pm I_n \rangle, \{\pm I_1^\circ, \dots, \pm I_n^\circ \rangle\}$
6. OZ = $\{\{\langle \pm \mathcal{M}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \{\{\langle \pm \Omega_{(.)i(.)}, \pm \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}, \{\{\langle \pm \mathcal{J}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \langle \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n \rangle, \{\pm M_1, \dots, \pm M_n\}, \langle \Omega_1, \dots, \Omega_n \rangle, \{\pm O_1, \dots, \pm O_n\}, \langle \pm \mathcal{J}_1, \dots, \pm \mathcal{J}_n \rangle, \{\pm I_1, \dots, \pm I_n\}\}$
7. ZO = $\{\{\langle \pm \mathcal{M}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{M}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \{\{\langle \pm \Omega_{(.)i(.)}, \pm \Omega_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}\}, \{\{\langle \pm \mathcal{J}_{(.)i(.)}, \pm \mathcal{J}_{(.)j(.)}^\circ \rangle\}, \langle \pm M_1, \dots, \pm M_n \rangle, \{\pm \mathcal{M}_1, \dots, \pm \mathcal{M}_n\}, \langle \pm O_1, \dots, \pm O_n \rangle, \pm \Omega_1, \dots, \pm \Omega_n \rangle, \langle \pm I_1, \dots, \pm I_n \rangle, \{\pm \mathcal{J}_1, \dots, \pm \mathcal{J}_n\}\}$

5. Es ist uns hier also gelungen, ein vollständiges mathematisch-semiotisches Modell der Zeichengenesse, sogar einschliesslich der Form der apriorischen Relationen, die uns normalerweise in einer „Black Box“ verborgen sind, zu rekonstruieren. Damit kann nicht nur das Modell 1.1 welches das Paar

$$\Sigma = \langle \Omega, ZR \rangle$$

und das Modell 1.2., welches das Tripel

$$\Sigma = \langle \Omega, DR, ZR \rangle$$

erfüllen, mathematisch präzise dargestellt werden, sondern auch das weitere Modell, nennen wir es einfach 1.3, welches das Quadrupel

$$\Sigma = \langle \bar{U}, \Omega, DR, ZR \rangle$$

erfüllt. Auch wenn es trivial klingt – die Begründung folgt sogleich, müssen wir hier aussprechen: Diese 4 Semiotiken sind transzendental, denn sie gründen im Satz vom Grunde.

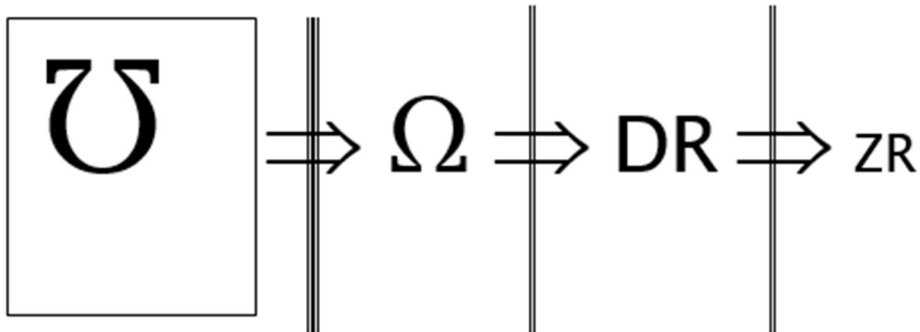
Revolutionär war es demnach, wenn mit Bruch von mehreren tausend Jahren Geistesgeschichte (die Mathematik natürlich eingeschlossen) Günther alle diese Modelle verwarf und an den Anfang des Objektes, das eingeschlossen war im ontologischen Raum, ein jeglicher Materialität und Formkonstanz entblößtes Nichts setzte, von dem man nicht einmal sagen kann, es nähme den Platz der Objekte ein, denn solche gibt es auf dieser tiefsten Güntherschen Ebene gar

nicht, die ja unter den bipolaren binären Dichotomien liegt. Damit ist es ferner auch sinnlos zu sagen, Günther habe die Semiogenese ihrer Transzendentalität befreit, da auch der Unterschied von Diesseits und Jenseits jenseits der Günther-Logik liegt. Bei Günther, und, in seiner Nachfolge bei Kronthaler (1986, S. 26) steht also am Anfang der Semiogenese nicht das Objekt, sondern ein Morphogramm genanntes Leerpattern, das aus Kenogrammen besteht und in das Werte aus den drei „graphematischen“ (Kaehr) Basiswissenschaft der Mathematik, Logik und Semiotik eingeschrieben werden können. Im Falle der Wertbelegung führt diese Inskription in der Mathematik zunächst zu den Peanozahlen $\mathbb{N} \cup 0$, in der Logik zu den Wertzahlen 0 und 1 und in der Semiotik zu den Peirce-Zahlen 0, 1, 2, 3 (wobei die 0 für die Ebene der Präsemiotik reserviert ist). Dabei sind die Wertbelegungen durch die drei Ebene des Proto-, Deutero- und Trito-Systems gegliedert, wobei das Proto-System dem Peano-System am nächsten steht.

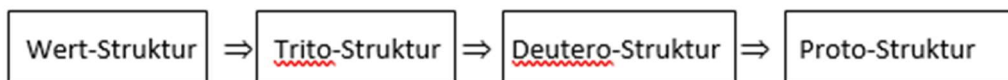
Ein Problem besteht hier darin, dass die Abbildung Keno \rightarrow Wertzahlen (mit den drei Schadach-Transformationen) zunächst zu den Trito-, dann zu den Deutero- und schließlich zu den Proto-Zahlen führen muss, da bei Trito \rightarrow Deutero die Positionsabstraktion und bei Deutero \rightarrow Proto die Itrationsabstraktion eintritt. Der Übergang von Proto \rightarrow Peano (mit „Qualitätssprung“) wird Monokontextualisierung genannt. Keno setzt also einerseits bereits Wertzahlen aus der Mathematik, Logik, Semiotik voraus, nämlich zur Belegung, andererseits aber treten diese ja erst am Schluss der Abstraktionskette, beim Übergang Proto \rightarrow Peano, auf!

Stimmt es somit, dass beim kenogramatischen Modell der Zeichengenese im Gegensatz zum metaobjektiven Modell die Kenostruktur den Platz des Objektes einnimmt? – Die Antwort ist nach dem bisher Gesagten: ja und nein. Ja, denn die Kenogrammatik liegt tiefer als die Dichotomien, daraus folgt, dass es dort auch keine Objekte geben kann und wir somit im „meontischen“ Kontexturbereich des Nichts sind. Nein, denn die Kenogrammatik setzt Wertzahlen voraus, die bereits die abgeschlossene Zeichengenese voraussetzen, denn die Werte stammen aus der Mathematik, der Logik und der Semiotik! Wir haben hier offenbar das „kenogrammatische Paradox der drei Fundamental-Wissenschaften“ vor uns.

Ich schlage hier aber eine Lösung vor, um die beiden Modelle der Zeichenbildung, mit denen wir es in dieser Arbeit zu tun haben, das sog. Zeichen-genetische Modell



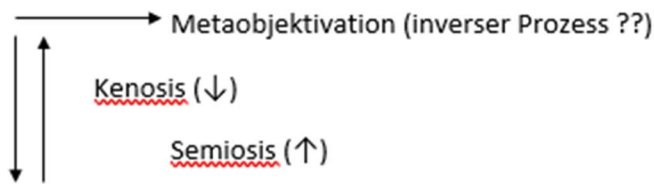
und das sog. Semiosis-Kenosis-Modell (zum Begriff und zu Erläuterungen der Kenosis vgl. Mahler 1993, ferner Kronthaler 1986, S. 16)



miteinander zu vereinigen:

	\mathcal{U}	\Rightarrow	Ω	\Rightarrow	DR	\Rightarrow	ZR
<u>Peano</u>							
<u>Protero</u>							
<u>Deutero</u>							
<u>Trito</u>							

Diesem kombinierten Modell liegt also die Struktur



zugrunde. Der horizontale schwarze Strich trennt Qualitätszahlen von Quantitätszahlen. Der vertikale schwarze Strich trennt Apriorität von Aposteriorität.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
3 Bde. Hamburg 1976-80

Heidegger, Martin, Von Wesen des Grundes. 5. Aufl. Frankfurt am Main 1965

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere.
Glasgow, umfangreiche Edition 2004

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt
am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik.

In: Bernard, Jeff/Withalm, Gloria (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings
of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics,
University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and
Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna
2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt
2008

Toth, Alfred, Die Illokalität des Bewusstseins. München 2010 (erscheint a)

Toth, Alfred, Zeichen und Objekt. 2 Bde. München 2010 (erscheint b)

Wie viele Dimensionen hat ein Zeichen?

1. Nach Morris (1988) hat ein Zeichen die drei Dimensionen Syntaktik (Syntax), Semantik, Pragmatik. Nach einer verwandten Konzeption von Walther (1979, S. 138 ff.) kann die Leistung von Zeichen hinblicklich ihrer Formation, Information und Kommunikation eingeteilt werden. Offenbar entspricht also die „Leistung“ eines Zeichens dessen „Dimension“ (vgl. Toth 1997, S. 23 ff.).

2. Damit stellt sich die Frage, ob ein solches, nennen wir es: dimensionales Zeichenmodell mit Hilfe der mathematischen Kategorietheorie erfassbar ist. Für eine Kategorie benötigt man ja neben Morphismen (Abbildungen) auch Objekte, auch wenn Henry Hiz sicher recht hatte, wenn er feststellte: „The ability of asserting a relation between two objects does not require the ability of recognizing in each object separately a property which makes them so related“ (1964, S. 98). Nun setzt aber das dimensionale Zeichenmodell ein folgendes mengentheoretisches Schema voraus:

$$ZR = \{M, \{M, O\}, \{\{M, O, I\}\}.$$

In der Semiotik sind also Objekte sensu stricto nur die FREIEN Objekte, als solche taucht also nur M auf. O erscheint ja nur innerhalb der Bezeichnungs- ($M \rightarrow O$) und Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$), I nur innerhalb der Bedeutungsfunktion. Das O ist ein internes semiotisches Objekt, es ist keinesfalls die Abbildung des externen, bezeichneten, d.h. ontologischen Objektes, denn dieser Prozess würde die gesamte Zeichenrelation voraussetzen und nicht bloss die Dyaden ($M \rightarrow O$). Streng genommen bedeutet letzterer Ausdruck bloss die Relation einer Mittelrelation zu einer Objektrelation, ist also bereits eine Relation über Relationen, denn nach der Definition von ZR sind die drei Partialrelationen stufenartig ineinander verschachtelt, was die Zeichendefinition ja zirkulär macht (Bense 1979, S. 53). In Sonderheit werden also in ZR keine M's irgendwelchen O's zugeordnet, denn diese O's gibt es am Anfang der Semiosen eben noch gar nicht. Die Zuordnungen sind also vielmehr

$$(1) M \rightarrow \{M, O\}$$

$$(2) \{M, O\} \rightarrow \{M, O, I\}$$

$$(3) M \rightarrow \{M, O, I\},$$

das sind aber bei (1) und (3) voreindeutig-mehrnachdeutige und bei (2) mehrvordeutige-mehrnachdeutige Abbildungen, d.h. man muss hier zu n- und Multi-Kategorien ausweichen (Bénabou 1967), was Bense (1981, S. 124 ff.) in seinen „Bemerkungen über semiotische und algebraische Kategorien“ eingeführt hat, hat rein gar nichts mit der von ihm selbst gegebenen verschachtelten Zeichendefinition (1979, S. 53, 67) zu tun.

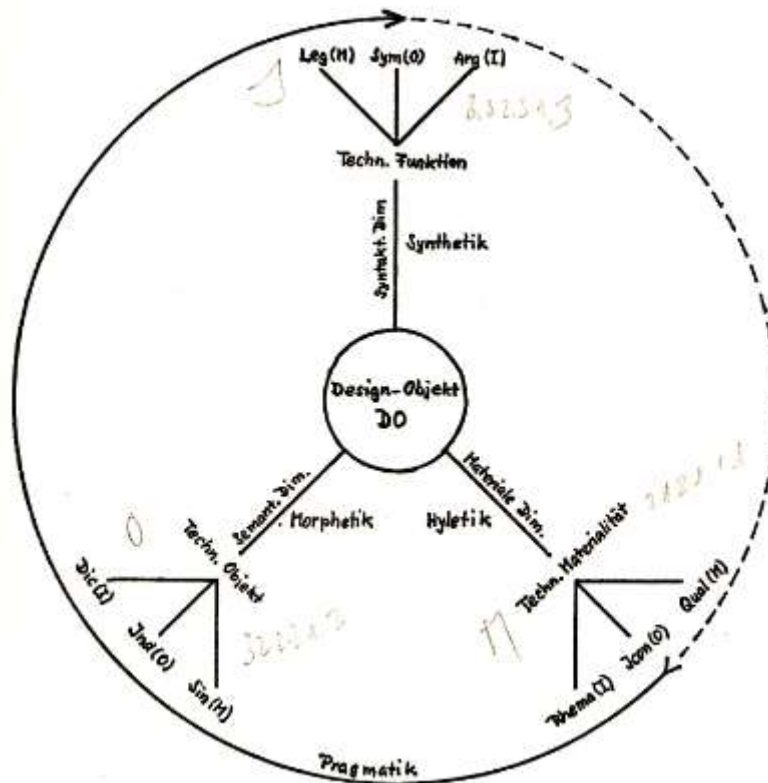
3. Identifizieren wir, wie dies gängiger semiotischer Praxis entspricht, die semiotische Dimension mit der Valenz eines Zeichenbezugs, dann kommen wir also darauf, dass das Zeichen nicht 3, sondern 4 Dimensionen besitzt:

1-dimensional: M

2-dimensional: $\{M \rightarrow O\}, \{O \rightarrow I\}$

3-dimensional: $\{M \rightarrow O \rightarrow I\}$

Diesem Modell scheint nun tatsächlich bereits ein frühes Modell Benses zu entsprechen, nämlich das „Schema der semiotischen Bestimmung des Designobjektes und seiner technischen Freiheitsgrade bzw. Dimensionen in Zeichenklassen“ (1971, S. 81):



Bense bemerkt hier allerdings, dass „die Pragmatik als eine Art resultierender Totaldimension der triadischen Dimensionalität des Designobjektes, d.h. als gerichteter Graph, die drei Baumgraphen der Zeichenklassen verbindet“ (1971, S. 82). Das bedeutet also, dass wir nun noch eine 5. Zeichendimension unterscheiden müssen (die zugehörigen Abbildungen sind kompositorisch in den obigen enthalten):

?-dimensional: $(I \rightarrow M)$

Wie die ausgezeichnete Kreislinie in Benses Graphik zeigt, geht $(I \rightarrow M)$ selbstverständlich über 3 Dimensionen, allerdings wird eine, wie die gestrichelte Kreislinie zeigt, quasi übersprungen. Die Gebrauchsfunktion $(I \rightarrow M)$ ist also eine triadische Funktion im dyadischen Kleid. Interpretieren wird aber das Bensesche Modell z.B. mit der Knotentheorie, dann geht die „Resultante“ $(I \rightarrow M)$ im nicht-planaren Graph durch 3 Dimensionen.

Wie man erkennt, hat jeder nicht-planare Graph des triadischen Zeichenmodells also 5 Dimensionen, wobei $\{M\}$ die Menge der 1-stelligen Relationen und $\{M \rightarrow O\}$ m $\{O \rightarrow I\}$ die Menge der 2-stelligen Relationen sind sowie $\{I \rightarrow M\}$.

Nimmt man noch die Ebene der „disponiblen Relationen“ des „ontologischen Raumes“ dazu (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), so dass wir also von der Semiose („Metaobjektivation“, Bense 1967, S. 9)

$\Omega \rightarrow ZR(\{M, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\})$

ausgehen, so ergeben sich mit Zuziehung der 0-relationalen kategorialen (externen, bezeichneten) Objekte O^0 total 6 Dimensionen.

Bibliographie

- Bénabou, Jean, Introduction to bicategories I. In: Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1.-77 (Reports of the Midwest Category Seminar)
- Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
- Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Hiz, Henry, The role of paraphrase in grammar. In: Monograph Series in Language and Linguistics 17, 1964, S. 97-104
- Morris, Charles W., Grundlagen der Zeichentheorie. Frankfurt am Main 1988
- Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Tübingen 1979

Die Einführung der Primzeichen mit mehrdimensionalen Kategorien

1. Bekanntlich gleicht die Einführung der Primzeichen der Wirkung des Sukzessionsoperators σ auf die Null als Anfangselement und die 1 als $\sigma(0)$, so dass man durch vollständige Induktion aus der Zahl n immer die nachfolgende Zahl $(n+1)$ erzeugen kann:

$0, \sigma(0) = 1, \sigma(1) = 2, \sigma(2) = 3, \text{ usw.},$

vgl. dazu Bense 1975, S. 168 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.

2. Wie Bense jedoch korrekt bemerkt hatte, stellt die Peircesche Zeichendefinition ein Inklusionsschema dar, insofern die Erstheit in der Zweit- und Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit enthalten ist, vgl. Bense (1979, S. 53):

$ZR = (1, ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$

wobei Bense von einer „Relation über Relationen“ spricht.

3. Die Einführung des Zeichens als (1-)Kategorie durch Bense (1981, S. 124 ff.):

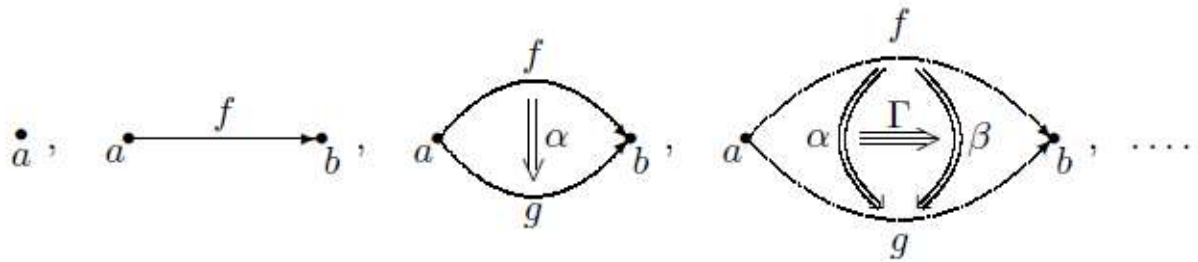
$ZR = (1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3)$

ist daher ungenügend, da zur Darstellung der „verschachtelten“ Relationen mehrdimensionale Kategorien benötigt werden, wie sie z.B. bereits von Mac Lane (1972, S. 192) benutzt worden waren:

$$0 \xrightarrow{\delta_0} 1 \begin{array}{c} \xrightarrow{\delta_0} \\ \xrightarrow{\delta_1} \end{array} 2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\delta_0} \\ \xrightarrow{\delta_1} \\ \xrightarrow{\delta_2} \end{array} 3, \dots, \quad \delta_0, \dots, \delta_n : n \rightarrow n + 1.$$

Bei dieser Formel ist es im Grunde unwichtig, ob man (z.B. Bense 1975, S. 65 ff.) folgend, die „Nullheit“ in die Peircesche Zeichendefinition einbettet oder nicht; man kann ja einfach $0 := 1, 1 := 2, 2 := 3$ setzen. Im ersten Fall hat man ein Gebilde aus 1 1-dimensionalen, 1 2-dimensionalen und 1 3-dimensionalen Kategorien, im zweiten Falle werden nur n -Kategorien für $n = 2$ erreicht. Da es schwerwiegende Gründe für die Annahme einer Nullheit gibt (vgl. z.B. Toth 2008), benutzen wir also gerade die Mac Lanesche Darstellung zur n -kategorialen Einführung der Primzeichen: Von der Nullheit zur Erstheit führt dann ein Morphismus δ_0 , dieser wird jedoch „parallel“ zur Abbildung von $1 \rightarrow 2$ durch δ_1 (und wiederum von $2 \rightarrow 3$ durch δ_2) „mitgeführt“. Anders ausgedrückt: Die Nullheit ist sowohl in der Erstheit, als auch in der Zweitheit und Drittheit enthalten, die Erstheit ist in der Zweitheit und Drittheit, und die Zweitheit ist in der Drittheit enthalten. Repräsentation beruht also auf „Generierung“, und Generierung auf „Mitführung“

seit Adam und Eva. Genau dem Mac Laneschen Schema entspricht die schöne Illustration von 0-, 1-, 2- und 3-Kategorien bei Leinster (2003, S. 14):



Es ist somit absehbar, dass man kategoriethoretische Semiotik auch auf dem bisher höchsten Niveau von n -Kategorien betreiben kann.

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
 Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
 Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
 Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Glasgow 2003
 Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Semiotische Kategorien mit gemischten Dimensionen

1. Gemischte 1-dimensionale Kategorien

Seien

$$\underline{S}: 3. \rightarrow 2. \rightarrow 1.$$

$$\underline{S}^0: .3 \leftarrow .2 \leftarrow .1.$$

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat \underline{S}^0 ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$$\underline{S}^?: .3 \leftarrow .2 \rightarrow .1$$

$$\underline{S}^{??}: .3 \rightarrow .2 \leftarrow .1$$

2. Gemischte invertierbare/duale Objekte

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für $n \geq 3$ die Dyaden sind ($n = 2$), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch konzipiert ist:

$$(3. \leftrightarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \rightarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \leftrightarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \leftrightarrow 1.) \leftarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \rightarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \leftarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \rightarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \leftarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \leftrightarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \rightarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \rightarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \leftarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$$(3. \rightarrow \leftarrow 1.) \leftarrow (2. \rightarrow \leftarrow 2.) \leftarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$$(3. \leftrightarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \rightarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$$(3. \leftrightarrow 1.) \rightarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$$(3. \leftrightarrow 1.) \leftarrow (2. \leftrightarrow 2.) \leftarrow (1. \rightarrow \leftarrow 3.)$$

$(3.\leftrightarrow.1) \rightarrow (2.\rightarrow\leftarrow.2) \rightarrow (1.\rightarrow\leftarrow.3)$

$(3.\leftrightarrow.1) \rightarrow (2.\rightarrow\leftarrow.2) \leftarrow (1.\rightarrow\leftarrow.3)$

$(3.\leftrightarrow.1) \leftarrow (2.\rightarrow\leftarrow.2) \leftarrow (1.\rightarrow\leftarrow.3)$

3. Höhere Dimensionen bei Objekten und Morphismen

Anstatt von linearer gehen wir nun von räumlicher Anordnung der Zeichenrelationen aus, damit ergeben sich folgende 6 Möglichkeiten:

- horizontal triadische: a.
- horizontal trichotomische: .a
- vertikal triadische: a[·]
- vertikal trichotomische: a[·]
- hinten/vorne triadische: à
- hinten/vorne trichotomische: á.

Diese lassen sich zu $6^2 = 21$ Kombinationen verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

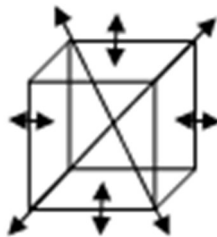
a.a[·] .aa[·] a[·]a[·]

a.a[·] .aa[·] a[·]a[·] a[·]a[·]

a.a[·] .aa[·] a[·]a[·] a[·]a[·] a[·]a[·]

a.a[·] .aa[·] a[·]a[·] a[·]a[·] a[·]a[·] a[·]a[·]

Wir können als vereinfachtes Modell verwenden:



und als dessen Abkürzung das Symbol $\hat{\square}$ vor bzw. hinter jede in Frage kommenden Stelle einer Dyade schreiben:

$\hat{\square}$ $\hat{\square}$

$\hat{\square}3\hat{\square}$ $\hat{\square}\hat{\square}$

$\hat{\square}$ $\hat{\square}$

Damit ergeben sich also pro Dyade $8^2 = 64$ Kombinationen und pro Triade $64^3 = 262'144$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Erweiterung der semiotischen Dimensionen

1. Wir wollen uns hier im Rahmen einer wissenschaftstheoretisch vollständigen Beschreibung die Frage stellen, ob die drei semiotischen Dimensionen, die Morris (1946) im Rahmen der von ihm eher ekletisch denn systematisch benutzten triadischen peirceschen Semiotik ausreichend sind, um die theoretischen Mittel bereitzustellen, damit metasemiotische Systeme untersucht werden können.

2. Nach Morris betrifft die Syntaktik den Mittelbezug (M), also eine monadische Relation, die Semantik die sonst auch „Bezeichnungsfunktion“ genannte dyadische Relation zwischen Mittel- und Objektbezug ($M \rightarrow O$). Semantik bedeutet als bei Morris Bezeichnungs- und nicht etwa Bedeutungssemantik, und Semantik kann allein deshalb bei Morris nicht im Sinne einer Wahrheitswertsemantik aufgefasst werden, weil die Zeichenträger nicht auf das externe bezeichnete Objekt, sondern auf das interne semiotische Objekt bezogen werden. Ein Symmetriebruch ergibt sich allerdings bei Morris' Definition der Pragmatik, denn sie ist nicht, wie man erwarten könnte, die zum vollständigen relationalen Zeichen noch fehlenden triadische Relation ($M \rightarrow O \rightarrow I$), sondern Morris versteht darunter – wie Maser (1971, S. 40) sehr klar gemacht hat – die Relation des Interpretantenbezugs zur Semantik, also die Relation einer triadischen Relation zur einzigen bei Morris definierten (d.h. semiotisch relevanten) dyadischen Partialrelation. Damit bleibt natürlich die weitere dyadische Relation ($O \rightarrow I$) im Rahmen der morrisschen Semiotik undefiniert, und eine Bedeutungssemantik kann es daher in seinem Modell nicht geben. Ebenfalls weg fällt streng genommen die von Bense „Gebrauchsfunktion“ genannte dyadische Relation ($I \rightarrow M$), bei der ein Relat der Dreicksrelation übersprungen wird. Wesentlich ist hier, dass Pragmatik nicht mit der Gebrauchsrelation zusammenfällt.

Allerdings teilt das morrissche Modell mit dem peirceschen, dass alle drei semiotischen Dimensionen solche eines nicht-transzendenten abgeschlossenen Universums sind. Streng genommen, gibt es in diesen Modellen gar keine Objekte, wenigstens keine externen, die aber doch durch Zeichen bezeichnet werden. Dieser Umstand ist kaum je zu Ende gedacht worden. Er impliziert nämlich, dass im Grunde keine Partialrelationen im morrisschen Modell ohne Bezug auf die gesamte triadische Zeichenrelation existieren können. In der Syntax wird nur M untersucht – aber um es einzuführen, bedarf es der weiteren

Kategorien (Relata) O und I, denn es gibt ja kein aussersemiotisches Universum. Dasselbe gilt praemissis praemittendis für die Semantik und die Pragmatik.

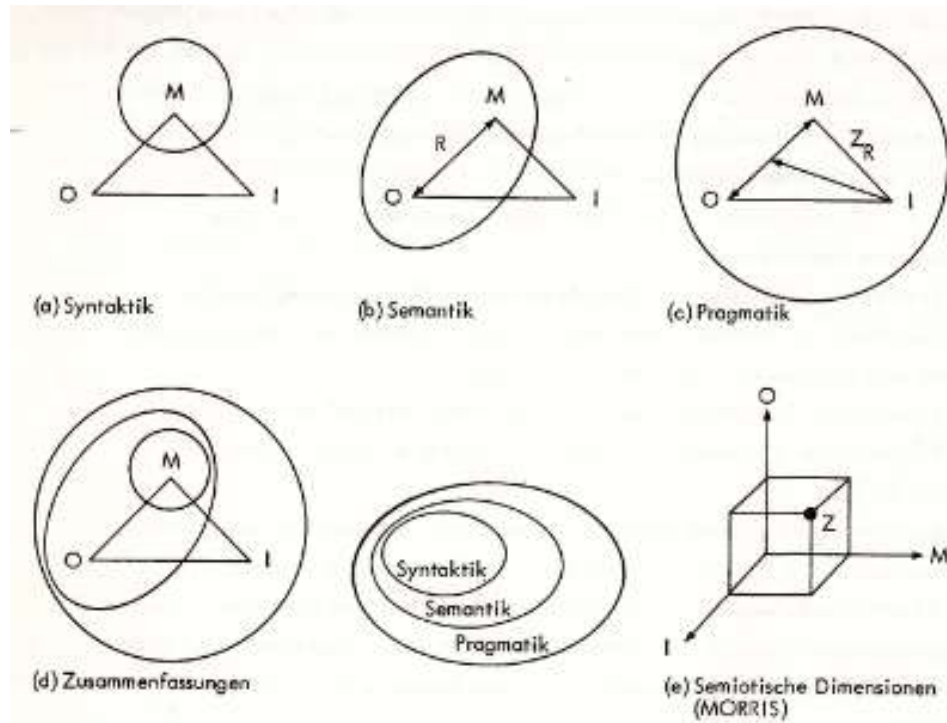


Abb. 9: Syntaktik, Semantik und Pragmatik als Teildisziplinen der Semiotik (nach C. MORRIS)

3. Allerdings ist das Morrissche semiotische Dimensionsmodell auch intern unvollständig, denn es fehlen (mindestens) die beiden folgenden Dimensionen:



$(M \leftrightarrow I)$ kann man also die Theorie von den Zeichengestalten interpretieren. Über sie orientiert das systematisch-ausführliche Buch von Schnelle (1962) „Zeichensysteme zur wissenschaftlichen Darstellung. Ein Beitrag zur Entfaltung der Ars characteristica im Sinne von C.W. Leibniz“.

$(O \leftrightarrow I)$ kann man auffassen als das, was ich als „semiotische Objekttheorie“ begründet habe (vgl. z.B. die in Toth 2010 versammelten Arbeiten). Es geht hier um die Auffassung, dass niemals apriorische Objekte zu Zeichen erklärt werden können, da diese gar nicht perzipierbar sind. Vielmehr wird den Objekten bei der Perzeption eine semiotische „Werkzeugrelation“ (Bense) aufgeprägt, welche die

Objekte präsemiotisch triadisch gliedert, ehe sie einer Semiose zugeführt und zum Zeichen erklärt werden. Über den neusten Stand der von Stiebing begründeten Objekt-Arithmetik orientiert Toth (2011).

Bibliographie

Morris, Charles W., Signs, Language, and Behavior. New York 1946

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Schnelle, Helmut, Zeichensysteme zur wissenschaftlichen Darstellung. Ein Beitrag zur Entfaltung der Ars characteristica im Sinne von C.W. Leibniz. Stuttgart-Bad Cannstatt 1962

Toth, Alfred, Zeichen und Objekt. Semiotik vom höheren Standpunkt. 3 Bde. München 2010 (im Erscheinen; Gesamtwerkedition Bde. 7, 8, 9)

Toth, Alfred, Eine Formalisierung der Objekt-Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Ein 3-dimensionaler Raum für die kontexturenfreie hexadische Zeichenrelation

1. Die zuletzt in Toth (2011a) behandelte hexadische Zeichenrelation mit eingebettetem disponiblen Mittel und der Familie disponibler Objekte

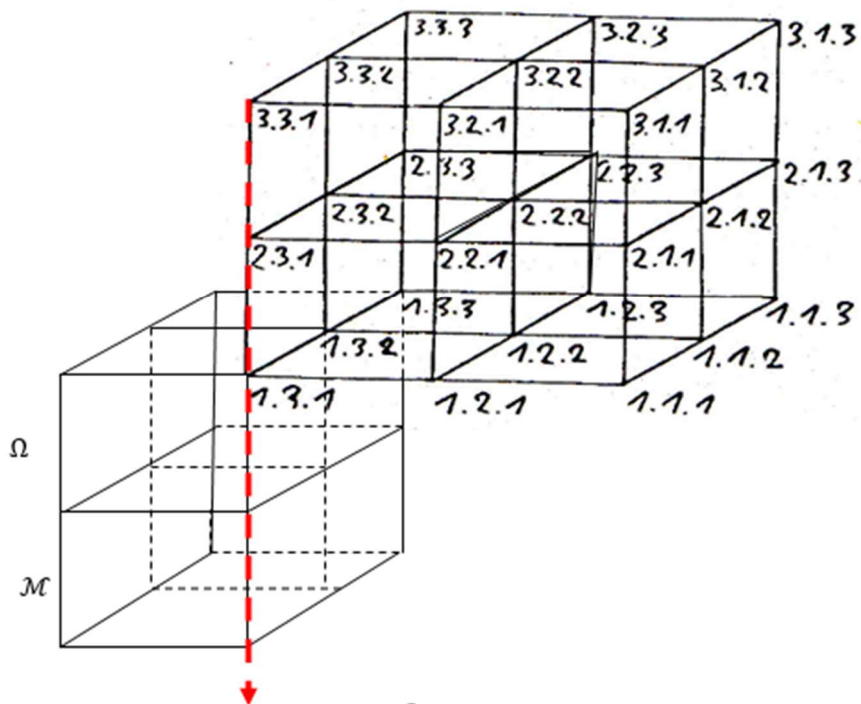
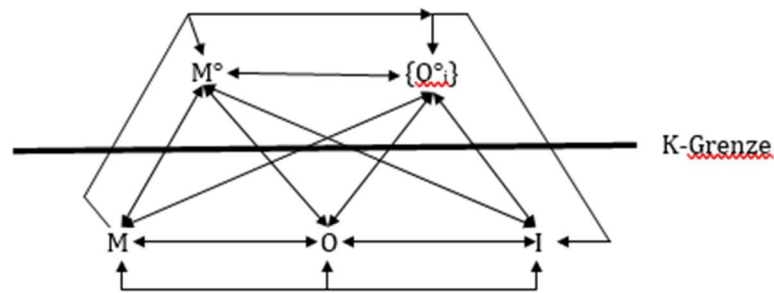
$$2,3ZR = ((\{O^{\circ}_i\}, M^{\circ}), (M, O, I))$$

lässt als eine von zwei Interpretationen diejenige zu, dass beide Subdyaden derselben Kontextur, nämlich dem einen semiotischen Raum, angehören. Diese pansemiotische Definition führt nun natürlich zu einem Zeichenmodell, in dem das Arbitraritätsgesetz des Zeichens nicht gelten kann, d.h. zu einem Modell motivierter Zeichen. Da in den meisten heute gängigen Semiotiken die Nicht-Arbitrarität künstlicher Zeichen angenommen wird, werden in einer auf 2,3ZR gegründeten Semiotik diese also wie natürliche Zeichen oder Anzeichen, Symptome und dergl. behandelt (vgl. auch Toth 2008).

2. Wir nehmen, wie bereits in Toth (2011b), den sog. Stiebingschen Zeichenkubus zum Ausgangspunkt. Weil nach Toth (2011a)

$$\mathcal{M} \subset \Omega$$

gilt (wodurch gewährleistet wird, dass Zeichen und Objekt in einer pars pro toto-Relation stehen, wobei also ein solches Zeichen nicht thetisch eingeführt, sondern lediglich als solches interpretiert werden muss), können wir den in Toth (2011b) konstruierten Kubus wie im folgenden Bild modifizieren, wobei die linke, äussere, nach unten verlängerte Wand des dergestalt transzendenten Zeichenkubus mit der Position der in einer solchen motivierten Semiotik aufgehobenen Kontexturen-Grenze zusammenfällt:



Position der aufgehobenen K-Grenze

Bibliographie

- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008
 Toth, Alfred, Die hexadische Zeichenrelation als dyadische Relation? In:
 Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a
 Toth, Alfred, Die Erweiterung des tetradischen Zeichenmodells zum
 tetradisch-3-dimensionalen Kubus. In: Electronic Journal for
 Mathematical Semiotics, 2011b

Die Erweiterung des tetradischen Zeichenmodells zum tetradisch-3-dimensionalen Kubus

1. Die tetradische Zeichenrelation

$$4ZR = (.0., .1., .2., .3.)$$

ist keine „Relation über Relationen“, wie es Bense für die triadische Peircesche Zeichenrelation

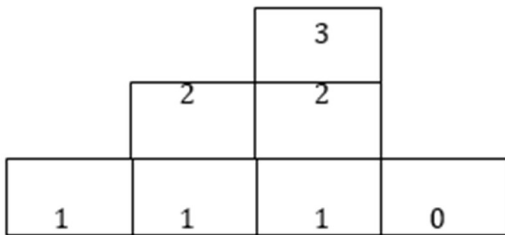
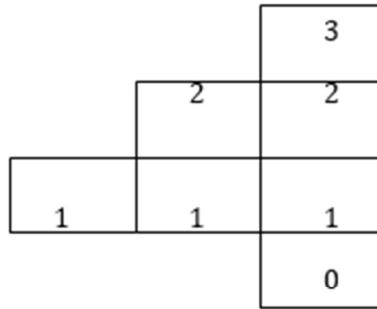
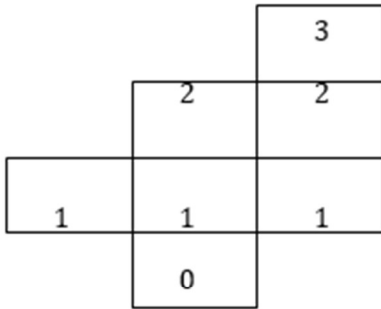
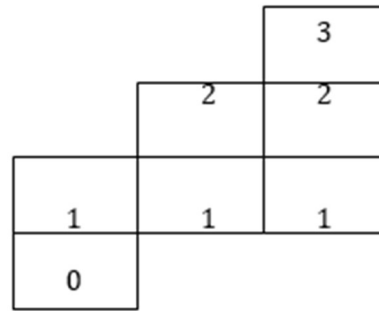
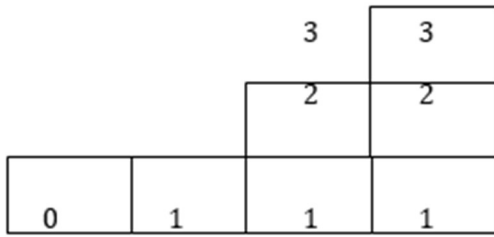
$$3ZR = (.1., .2., .3.)$$

konstatierte (Bense 1979, S. 53), da 4ZR das eingebettete bezeichnete Objekt als kategoriales Objekt und damit als 0-Nullrelation enthält. Somit können wir 4ZR auch in den (isomorphen) Notationen $(.1., .0., .2., .3)$, $(.1., .2., .0., .3.)$ und $(.1., .2., .3., .0.)$ schreiben. 4ZR enthält somit die Peircesche Zeichenrelation als Relation über Relationen, damit aber eine weitere (ontologische) Kategorie, die ich (trotz des franz. topologischen Begriffes „socle“) als „Sockel“ bezeichnen möchte. Der **semiotische Sockel** fundiert somit die Peircesche Zeichenrelation als „Funktion über Welt und Bewusstsein“ (Bense 1975, S. 16) und nicht nur als „Funktion über Ontizität und Semiotizität“ (Bense 1976, S. 60) und verwandelt die Zeichenfunktion in eine Funktion von 3 Variablen:

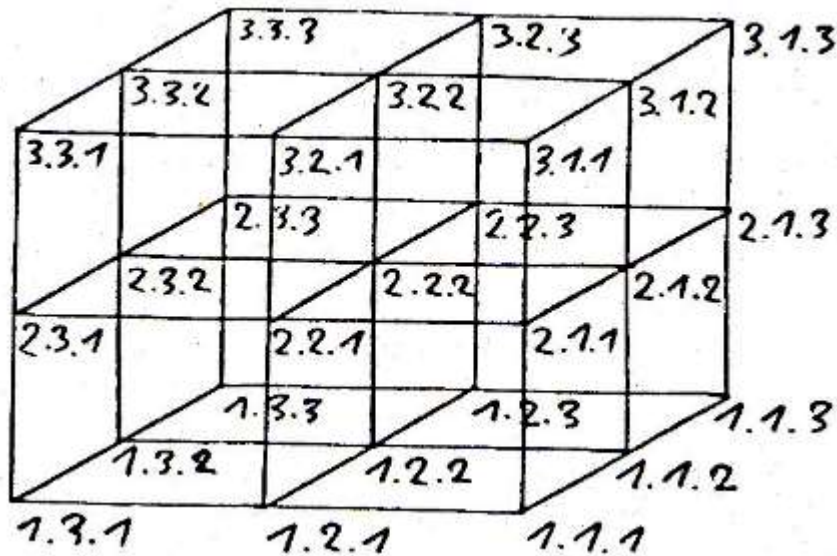
$$3ZR = f(\omega, \beta) \rightarrow 4ZR = f(M, \omega, \beta),$$

denn in 3ZR ist es das aus einem Repertoire selektierte Mittel, welches als „materiales Substrat“ die Zeichenrelation zwar fundiert, aber nicht in der Objektwelt verankert, denn $3ZR = f(\omega, \beta)$ ist sowohl asymptotisch zu ω als auch zu β (vgl. Toth 2002), aber in 4ZR verändert $0 \equiv 0^\circ$ 3ZR durch Verbindung des „semiotischen Raumes“ mit dem „ontologischen Raum“ (Bense 1975, S. 65 f.).

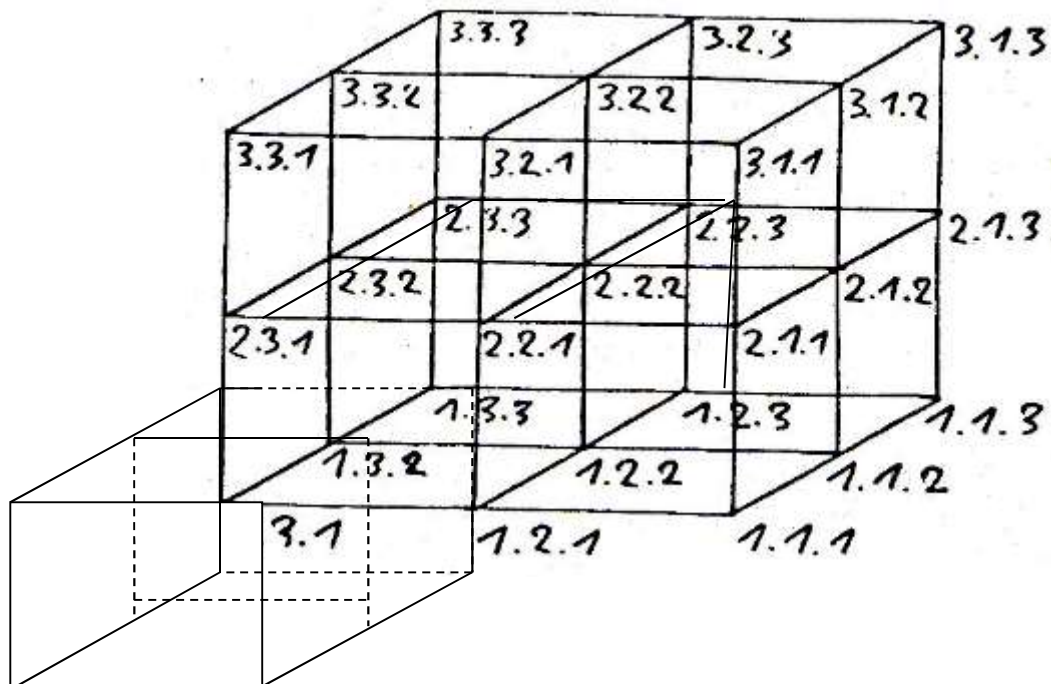
2. Der Anschluss des ontologischen an den semiotischen Raum und die dadurch erfolgende Verankerung des Zeichens in der realen Objektwelt kann nach Toth (2011) auf 5 Weisen dargestellt werden:



2. Das am besten etablierte Modell einer 3-dimensionalen Semiotik stammt von dem früh verstorbenen Mathematiker und Semiotiker Hans Michael Stiebing (1948-1983), es ist der sog. semiotische Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77):



Die Frage, die sich nun stellt, ist, wie eine Erweiterung des triadisch-trichotomischen und trivalenten stiebingschen Zeichenkubus, der auf 3ZR beruht, aussieht, wenn wir ihn auf 4ZR basieren. Weil $0 \equiv 0^\circ$ als Nullrelation bzw. als kategoriales Objekt und damit als ontologische Kategorie sich nicht mit den Relata der semiotischen Kategorien verbinden kann, ist es also unmöglich, dem Kubus sozusagen ein unteres „Stockwerk“ hinzuzufügen. Aus diesem Grunde hatten wir den Begriff des semiotischen Sockels eingeführt: Dieser erscheint 3-dimensional als Treppenstufe, welche den Kubus zwar erhöht, ihn aber nicht fundiert:



In dieser Darstellung ist er nicht nur kategorial „0“, sondern befindet sich auch auf der Stufe einer „0-ten Dimension“. Da die Stockwerke des Kubus Dimensionen sind, d.h. weil in den triadischen Primzeichen der allgemeinen Form

$$3PZ = a.b.c$$

a Dimensionszahl ist, könnte man den Kubus also auf jedem Stockwerk anbringen. Er gleitet damit sozusagen von seiner „Kellerposition“ bis hinauf zum 3. „Stockwerk“. Da er sich nicht mit den semiotischen Kategorien verbinden kann, d.h. selbst nicht eine Relation der anderen Relationen ist, gleitet er ferner von seiner Position im Bild oben bis nach rechts und kann ferner sogar rechts ausserhalb des Kubus angebracht werden, so wie er im Bild links ausserhalb von ihm erscheint. Natürlich kann er auch rechts von unten nach oben gleiten wie

ihm dies links möglich ist. Er kann somit, wie man leicht sieht, 8 verschiedene, jedoch isomorphe Positionen einnehmen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Stiebing, Hans-Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43/1, 2002, S. 15-19

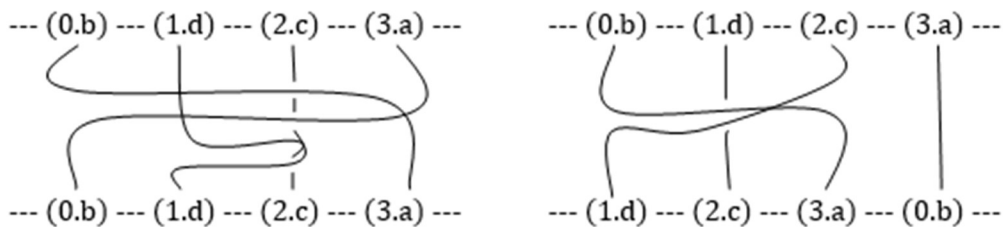
Toth, Alfred, Ist die tetradische Zeichenrelation eine Relation über Relationen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zopfbewegungen 3-dimensionaler Semiosen

1. Zöpfe (braids) wurden bereits in Toth (2011) in die Semiotik eingeführt. Hier bringen ich nochmals die entscheidende Definition Artins, die auch der vorliegenden Arbeit zugrunde liegt:

„Im Raum sei ein Rechteck mit Gegenseiten g_1, g_2 bzw. h_1, h_2 (der „Rahmen“ von Z) vorgelegt. Auf jeder der beiden Seiten g_1 und g_2 seien n Punkte $A_1 A_2 \dots A_n$ bzw. $B_1 B_2 \dots B_n$ gegeben, wobei der Sinn der Numerierung von h_1 nach h_2 laufe. Jedem Punkte A_i sei eindeutig ein Punkt B_{r_i} zugeordnet, mit dem er durch eine doppelpunkt-freie Raumkurve μ_i verbunden ist, die keine andere Kurve μ_k schneidet.“ (Artin 1925, § 2.)

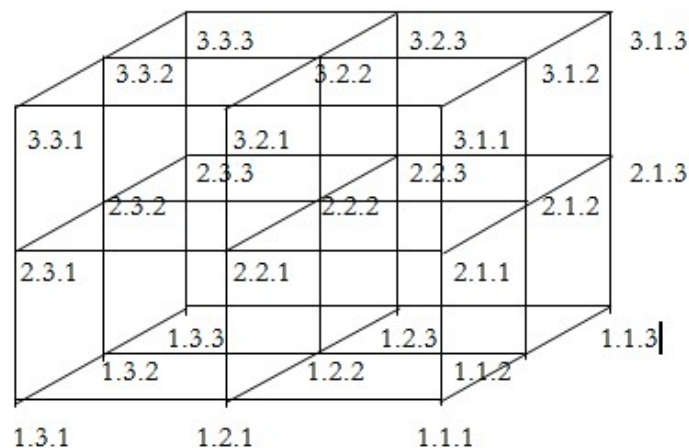
Zwei willkürliche dyadisch-tetravalente semiotische Zöpfe sind.



Dabei treten bereits in der zugrunde gelegten 2-dimensionalen Semiotik neben dem 2-dimensionalen Morphismus zwei Typen 3-dimensionaler Morphismen auf, so dass wir folgendes basales 3er-System haben:



2. Der von Stiebing (1978, S. 77) konstruierte 3-dimensionale sog. Zeichen-Kubus

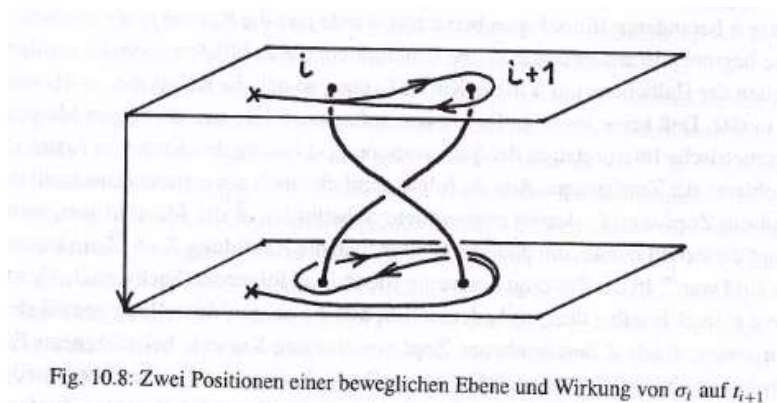


basiert auf der triadisch-trichotomischen, aber nicht notwendig trivalenten allgemeinen Struktur

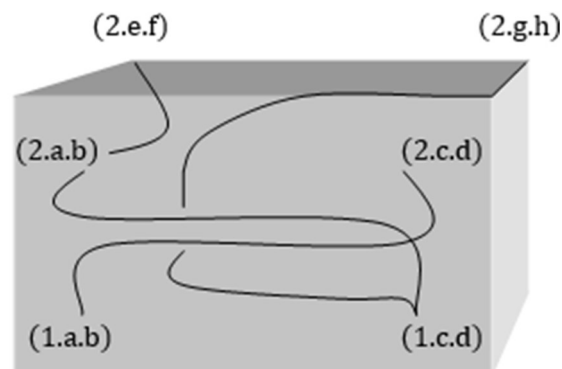
$SZ-3 = (a.b.c)$,

worin $b, c \in \{1, 2, 3\}$, aber $a \in \{\pm\mathbb{N}\}$ und wobei b triadische, c trichotomische Peirce-Zahl, jedoch a Dimensionszahl ist.

Das Artinsche Modell 3-dimensionaler Zopfbewegung, das hier aus Epple (1999, S. 317) reproduziert wird:



lässt sich nun auf den Stiebingschen Kubus übertragen, wenn dieser als auch $3 \times 3 \times 3 = 27$ 3-dimensionalen semiotischen „Zellen“ zusammengesetzt betrachtet wird, welche die folgende Grundstruktur haben, in die wiederum willkürliche Zöpfe eingezeichnet sind (wobei nur die durch die Zöpfe verbundenen Knoten eingezeichnet sind):



Bibliographie

Epple, Moritz, Die Entstehung der Knotentheorie. Braunschweig 1999

Stiebning, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Darstellung des Zeichenmodells als Artinscher Zopf. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotische Dimensionen in möglichen Welten

1. In Toth (2011) war vorgeschlagen worden, die durch Stiebing (1981) erweiterte Zeichenrelation

$$\text{PZR} = (\text{R}, \text{M}, \text{O}, \text{I})$$

durch Einführung von Mengen von Relationen

$$M_i \in \{M_1, \dots, M_n\}$$

$$O_i \in \{O_1, \dots, O_n\}$$

$$I_i \in \{I_1, \dots, I_n\}$$

weiterzuentwickeln. Wie bereits früher ausgeführt, besteht die dahinter steckende Idee darin, daß das Repertoire R nicht nur in M, sondern auch in O und I, d.h. in allen drei Peirceschen Zeichenbezügen „mitgeführt“ wird (Bense 1979, S. 29, 43, 45). Da diese Mengen von Relationen aus ebenfalls bereits dargelegten Gründen paarweise elementfremd sind

$$M_i \cap O_i = \emptyset$$

$$M_i \cap I_i = \emptyset$$

$$O_i \cap I_i = \emptyset.$$

kann man also die nunmehr doppelt erweiterte Peircesche Zeichenrelation in der Form

$$\text{EZR} = (\text{R}, \{M_i\}, \{O_i\}, \{I_i\})$$

schreiben.

2. Wie man leicht sieht, folgt aus ZR, daß auch die Zeichenfunktionen damit in semiotischen „möglichen“ Welten angesiedelt werden können, denn wenn wir definieren

$$M_i \in \{M_1, \dots, M_n\} := \mathbf{M}$$

$$O_i \in \{O_1, \dots, O_n\} := \mathbf{O}$$

$$I_i \in \{I_1, \dots, I_n\} := \mathbf{I},$$

dann bekommen wir sofort

$$\text{Bez}_f = (M_i \rightarrow O_i)$$

$$\text{Bed}_f = (O_i \rightarrow I_i)$$

$$\text{Geb}_f = (I_i \rightarrow M_i)$$

und ferner

$$(M_i \rightarrow O_i) \rightarrow (M_j \rightarrow O_j) \in (\mathbf{M} \rightarrow \mathbf{O})$$

$$(O_i \rightarrow I_i) \rightarrow (O_j \rightarrow I_j) \in (\mathbf{O} \rightarrow \mathbf{I})$$

$$(I_i \rightarrow M_i) \rightarrow (I_j \rightarrow M_j) \in (\mathbf{I} \rightarrow \mathbf{M}).$$

Die in Toth (2010) eingeführte semiotisch-modelltheoretische Erfüllungrelation gilt somit nicht nur für die Bezeichnungsfunktion, sondern auch für die Bedeutungs- und die Gebrauchsfunktion.

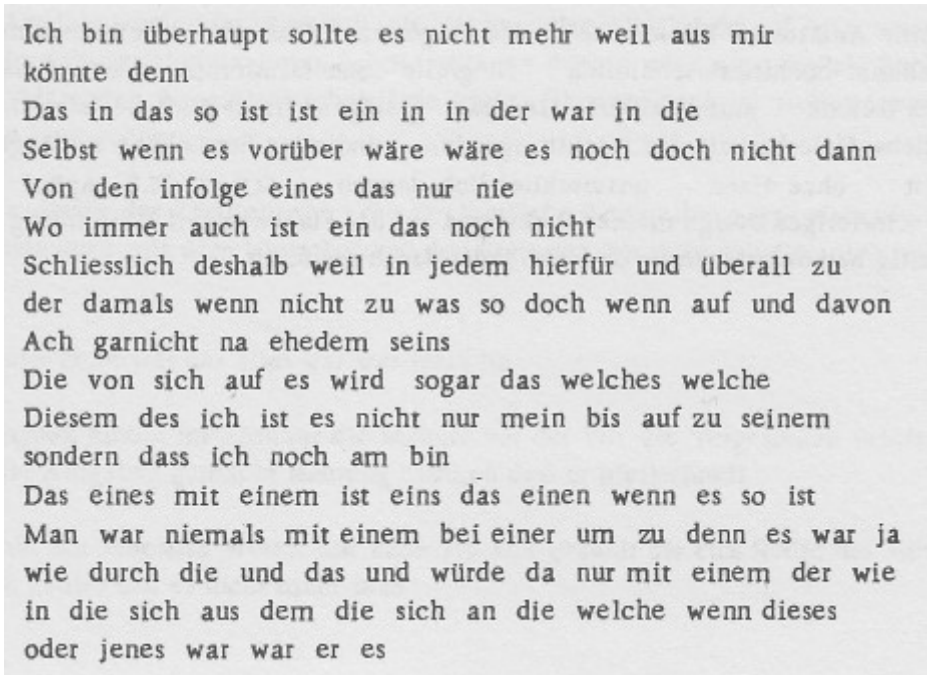
Einem Vorschlag Benses (Bense 1971, S. 81) folgend, können wir dabei der Gebrauchsfunktion die „syntaktische Dimension“ (im Sinne der „Resultante“ des entsprechenden Graphenmodells, wie Bense sich ausdrückt) zuweisen und ihr somit die Bezeichnungsfunktion als Bereich der Wortsemantik und die Bedeutungsfunktion als Bereich der Satzsemantik zuordnen.

3. Wir wollen zur Illustration für alle drei mithilfe der drei semiotischen Dimensionen definierten Bereiche je ein Textbeispiel geben.

3. Syntax

3.1. Syntaktische Dimension

Der folgende Text aus Benses „Monolog der Terry Jo“ (vgl. Bense 1988) ist ein Text, der innerhalb der syntaktischen Dimension, also dem Gebrauch von Wörtern im Kontext, anomal ist:



Ich bin überhaupt sollte es nicht mehr weil aus mir
könnte denn
Das in das so ist ist ein in in der war in die
Selbst wenn es vorüber wäre wäre es noch doch nicht dann
Von den infolge eines das nur nie
Wo immer auch ist ein das noch nicht
Schliesslich deshalb weil in jedem hierfür und überall zu
der damals wenn nicht zu was so doch wenn auf und davon
Ach garnicht na ehemem seins
Die von sich auf es wird sogar das welches welche
Diesem des ich ist es nicht nur mein bis auf zu seinem
sondern dass ich noch am bin
Das eines mit einem ist eins das einen wenn es so ist
Man war niemals mit einem bei einer um zu denn es war ja
wie durch die und das und würde da nur mit einem der wie
in die sich aus dem die sich an die welche wenn dieses
oder jenes war war er es

3.2. Semantische Dimension

Ein Text, indem zwar die Syntax und die in 3.3. zu illustrierende Pragmatik unverletzt sind, der aber wortsemantisch anomal ist, liegt bei Lewis Carrolls „Lied des Weißen Ritters“ vor. Zur Illustration stehe die folgende Strophe:

Er sprach: »Ich pflücke Heringsköpfe
Auf Äckern, Flur und Raine
Und mache daraus Hosenknöpfe
Beim trauten Lampenscheine;
Und dafür gibt man mir nicht Gold
Und auch nicht Silber teuer,
Zwei Heller, wenn Ihr geben wollt,
Dann sind drei Dutzend Euer.

Die semantischen Anomalien werden also darin sichtbar, daß man normalerweise keine Heringsköpfe in der freien Natur findet (schon gar nicht außerhalb des Wassers – aber auch dort nicht, weil sie sich nämlich noch an den Leibern der Fische befinden). Ferner pflückt man Obst (und erntet Gemüse), aber man fängt Fische. Weiter kann man aus Heringsköpfen keine Knöpfe machen (im Englischen Original liegt kein Wortspiel vor), usw.

3.3. Pragmatische Dimension

Hier handelt es sich um Violationen der Satzsemantik. Diese kann, wie der folgende Textausschnitt aus Karl Valentins Werken zeigt, selbst dann anomal sein, wenn sowohl die Syntax als auch die Wortsemantik intakt sind:

Gestern nachmittags um neun Uhr sitz ich im Restaurant "Zur defaulten Blutorange", und weil ich am Tag vorher meine goldene Uhr zum Konditor tragn hab, zum Reparieren, hab ich einen solchen Heißhunger kriegt, daß ich mir zwei Portionen Senftgefrorenes und an gsottenen Radi als Abendessen zum Frühstück bestellt hab. Nachdem ich aber Hausbesitzer bin und in jeder Wohnung eine wanzenreiche Familie hab, hab ich trotz meines siebenundachtzigjährigen Halsleidens mit den Kindern von mein Nachbarn "Fürchtet ihr den weißen Mann" gespielt [...]. (Valentin 1990: 46)

Mit Hilfe dieser beispielhaft gegebenen Anomalien kann man somit auf indirektem Wege – sozusagen im semiotischen Sinne e negativo - zeigen, daß der Leser trotz dieser Verstöße gegen die drei Dimensionen des Peirce-Morrischen Zeichenmodell diese (und weitere) Texte durchaus als „zeichenhaft“ einstuft. Im Grunde dürfte er dieses nämlich gar nicht, wenn man am ursprünglichen Peirceschen Zeichenmodell $ZR = (M, O, I)$ festhält, denn sobald ein M bewählt ist (das Repertoire, aus dem M selektiert wurde, gehört ja nicht zur Zeichenrelation!), stehen wegen $(M \rightarrow O)$ auch O und wegen $(O \rightarrow I)$

auch I fest. Beispielsweise ist also „arbre“, wenn es innerhalb eines ansonsten deutschen Textes aufscheint, nicht nur kein Wort dieser Sprache, sondern damit auch kein Zeichen, denn ein verbales Zeichen ist notwendig immer ein Zeichen einer bestimmten Sprache. Bei Hugo Balls Beispiel „Pluplusch“ ist es sogar so, daß es weder Wort noch Zeichen ist – und zwar unabhängig von der Referenzsprache, allerdings ist nicht einmal dieser Unterschied mit Hilfe der unerweiterten Peirceschen Zeichenrelation bestimmbar. Geht man hingegen von der hier eingeführten erweiterten Zeichenrelation EZR mit Mengen von Relationen im Sinne semiotischer „möglicher Welten“ aus, dann kann man einfach z.B.

M_1 := Repertoire der deutschen Sprache

M_2 := Repertoire der französischen Sprache

definieren, und unser erstes Beispiel arbre ist ein Zeichen, weil es nun auf der Vorratsmenge M_2 erfüllbar ist. Für das zweite Beispiel, Pluplusch, genügt es, den Index i Familie $\{M_i\}$ bis n laufen zu lassen; $\{M_i\}$ enthält dann ganz bestimmt alle nur bildbaren Wörter, auch wenn sie keinem Repertoire einer bestimmten Sprache angehört. (Damit ist semiotisch zum ersten Mal in der Geschichte der Linguistik nicht nur die Sprache und der Dialekt definierbar, sondern es sind auch Regiolekte, Soziolekte und in Sonderheit Idiolekte definierbar.)

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Ausgewählte Schriften. Bd. 4. Stuttgart 1988

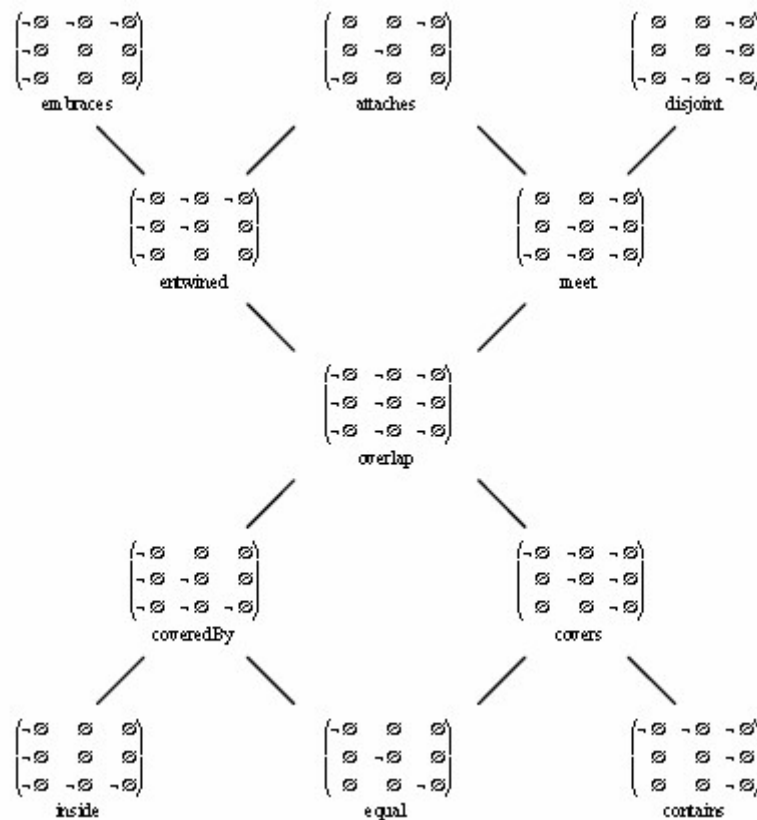
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Semiotische Erfüllungsrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge in Graphen mit Zeroness. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Dimensionalität und Semiose

1. Von den 11 sphärisch-topologischen Relationen, die Egenhofer (2005, S. 12) in dem folgenden Graph konzeptueller Matrizen



aufführt, sind die 3 oben rechts befindlichen, d.h. die Relationen EMBRACE, ATTACH und ENTWINE, nur als sphärische Relationen möglich, da sie sonst mit den übrigen Relationen koinzidieren.

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2011) aufgezeigt, daß die folgenden topologisch-semiotischen Korrespondenzen gelten:

DISJUNKT	↔	(2.3)
MEET	↔	(2.2 2.3)
OVERLAP	↔	(2.1 2.2 2.2 2.3)
COVERED-BY	↔	(2.1 2.2 2.2 2.3)
COVERS	↔	(2.3 2.2 2.2 2.1)
INSIDE	↔	(2.1 2.3)
CONTAINS	↔	(2.3 2.1)
EQUAL	↔	(2.2 2.2)
ATTACH	↔	(2.2)
ENTWINE	↔	(2.1 2.2)
EMBRACE	↔	(2.1).

Man erkennt also, daß die drei ausschließlich sphärisch-topologischen Relationen semiotisch genau die folgende Submatrix umfassen:

<u>1.1</u>	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>
<u>2.1</u>	<u>2.2</u>	2.3
<u>3.1</u>	3.2	3.3,

d.h. denjenigen triadisch-trichotomischen Teilbereich der semiotischen Matrix, der über der Nebendiagonale liegt, welche beiden Triangulationen angehört. Während also die eigenreale Zeichenklasse sowohl 2- als auch 3-dimensional ist, können nur die unterstrichenen

Subzeichen sphärische topologische Gebilde repräsentieren, während die nicht-unterstrichenen Subzeichen auf planare Gebilde beschränkt sind.

Literatur

Egenhofer, Max, Spherical topological relations. In: Journal on Data Semantics 2 (2005)

Toth, Alfred, Ein allgemeines semiotisches Maß anhand von topologischen Nachbarschaftsmatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Dimensionsbrechung bei parasitären systemischen Partialrelationen

1. In Toth (2012a) hatten, wir ausgehend von der Normalform der systemischen Zeichenrelation

$$ZR_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

einige Fälle untersucht, wo die Partialrelationen einer systemischen Relation selbst Partialrelationen einbetten. Wir sprachen von parasitären Relationen, weil diese, gerade im Falle einer unterliegenden triadisch-trichotomischen Zeichenrelation, gar nicht in die entsprechenden Partialrelationen eingebettet werden dürften. Andererseits sind aber Zeichenbegilde der Form

$$((a.b), (c.d)) \text{ mit } a \neq c$$

in Benses "Großer Matrix" (vgl. Bense 1975, S. 105) ausdrücklich zugelassen; sie entstehen bekanntlich, wenn die kartesischen Produkte nicht aus Monaden, sondern aus Dyaden hergestellt werden.

2. Ferner zeichnet sich die systemische semiotische Relationen, wie in Toth (2012b) gezeigt worden war, durch einen "inversen" oder "absorptiven" Droste-Effekt aus, da jede n-stellige Partialrelation alle (n+1)-stelligen (durch "Verlängerung" der betreffenden Partialrelation) quasi absorbieren kann. Dabei sind also drei Fälle zu unterscheiden:

1. äquivalente Absorption ($H = T$)

$$\text{z.B. } \downarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n] \Rightarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n]_H$$

2. minivalente Absorption ($H < T$)

$$\text{z.B. } \downarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}] \Rightarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}]_H$$

3. plurivalente Absorption ($H > T$)

$$\text{z.B. } \downarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}] \Rightarrow [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}]_H$$

Auch wenn es ohne weitere Angaben natürlich unmöglich ist, die Hausdorff-Besicovitch-Dimension (vgl. Heyer 1990, S. 353 ff.) H der fraktalen Teilfolgen der systemischen semiotischen Repräsentationssysteme zu bestimmen, so stehen wir also immerhin vor dem Phänomen, daß neben dem trivialen Fall, wo H mit der topologischen Dimension T übereinstimmt ($H = T$) und neben dem nicht erstaunlichen Fall, wo die fraktale Dimension größer als die topologische ist ($H > T$), wir also auf semiotischer Ebene sogar den dritten möglichen Fall ($H < T$) antreffen. Da wir außerdem in Toth (2012c) gezeigt hatten, daß die beiden Droste-Haupttypen in semiotischen Relationen auch kombiniert auftreten können, muß man, auf der Basis der REZ-Relation (Toth 2012d)

$${}^m_n R_{\text{REZ}} := [[1, a], [1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], \dots, [1_{-(n-1)}, m]$$

$$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$$

$$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$$

...

$$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m],$$

mit den drei möglichen, nicht-isomorphen Fällen

$$1. [1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-n}, (m-1)]$$

$$2. [1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$$

3. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, (m-1)]$

also jederzeit mit semiotischen Relationen rechnen, wo selbst innerhalb einer beliebigen (m, n) -stelligen Partialrelation eine beliebige Anzahl und Kombination gebrochener Dimensionen auftritt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Heyer, Herbert, Fraktale. In: E. Walther/U. Bayer, Zeichen von Zeichen für Zeichen, Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 347-361

Toth, Alfred, Parasitäre indizierte REZ-Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Kombinationen von Droste-Effekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettung indizierter selbstähnlicher Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Dreidimensionale relationale Einbettungszahlen

1. Zur Definition relationaler Einbettungszahlen (REZ, vgl. Toth 2012a) benötigt man eine beliebige Dichotomie

$$D := [a, b]$$

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$$1 := a(b) = b \rightarrow a.$$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1_n]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$$1 = [1_0] := 1_0.$$

Eine REZ ist somit ein Paar

$$\text{REZ} = \langle 1, n \rangle,$$

und eine triadische Relation über drei REZ ist also gegeben durch (vgl. Toth 2012b)

$${}^3\text{R}_{\text{REZ}} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$$

mit $(\omega := 1)$, $([\omega, 1] = 1_{-1})$ und $([[\omega, 1], 1] = 1_{-2})$.

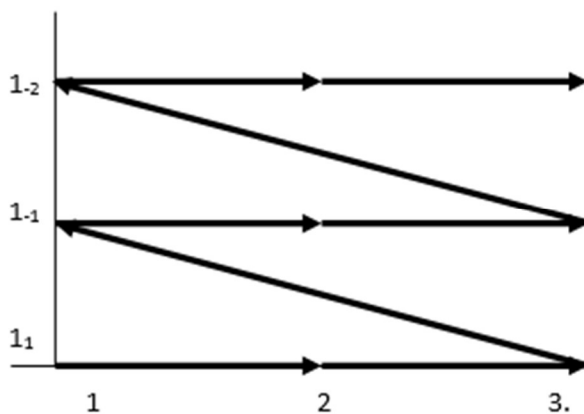
Damit erhält man zuerst das folgende System triadisch-trichotomischer Relationen

$$[1, 1] \quad [1, 2] \quad [1, 3]$$

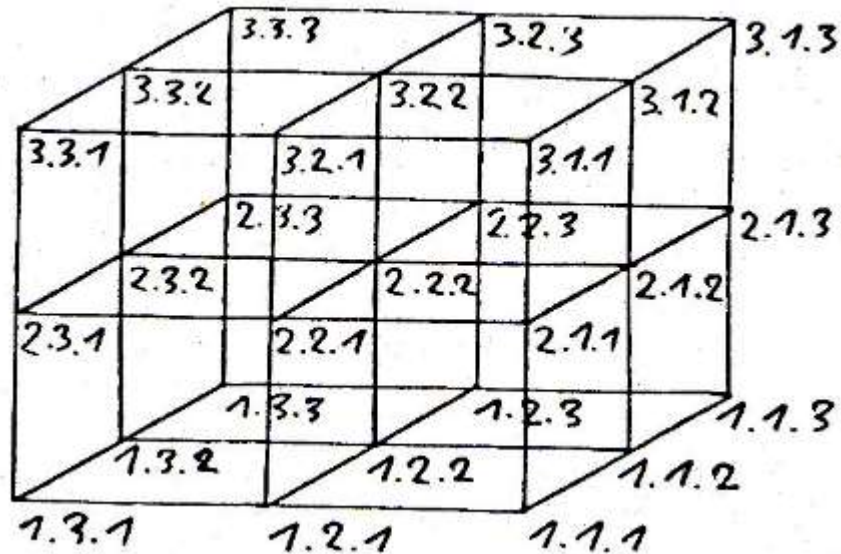
$$[1_{-1}, 1] [1_{-1}, 2] \quad [1_{-1}, 3]$$

$$[1_{-2}, 1] [1_{-2}, 2] \quad [1_{-2}, 3],$$

im Sinne flächiger (2-dimensionaler) REZ, die in Toth (2012c) wie folgt dargestellt worden waren



3. Will man die flächigen REZ zu räumlichen, d.h. 3-dimensionalen REZ erweitern, so kann man nach dem sog. Stiebing'schen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77) vorgehen und also das folgende Zeichenzahlen-Modell zugrunde legen



Jede Stiebing-Zahl ist also definiert durch die allgemeine Form

$$SZ = (a.b.c),$$

wobei a die sog. Dimensionszahl dZ ist (vgl. Toth 2009). Für die rein numerischen Repertoires gilt natürlich $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$. Damit kann eine 3-dimensionale REZ wie folgt definiert werden

$$REZ^2 = \langle dZ, 1, n \rangle = \langle \{1, 2, 3\}, 1, n \rangle.$$

Literatur

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
- Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Ein 2-dimensionales semiotisches Maß

1. Wir gehen wiederum aus von den in Toth (2012a-c) eingeführten relationalen Einbettungszahlen. Gegeben sei eine beliebige Dichotomie

$$D := [a, b]$$

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$$1 := a(b) = b \rightarrow a$$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1_n]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$$1 = [1_0] := 1_0.$$

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

$$RE = \langle 1, n \rangle.$$

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$$ZR_{\text{sys}} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$$

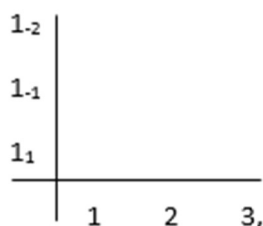
wie folgt definieren

$$\omega := 1$$

$$[\omega, 1] = 1_{-1}$$

$$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}.$$

2. Die von Bense (1981, S. 85 ff.) im Zusammenhang mit der funktionalen Konzeption der Semiotik eingeführten Repräsentationswerte erhält man einfach dadurch, daß man die Quersummen der Haupt- und Stellenwerte jeder dyadischen Teilrelation einer triadischen Zeichenrelation bildet. Hier wird also vor allem davon abgesehen, ob eine semiotische Zahl einer Triade (allgemein: n-ade) oder eine Trichotomie (allgemein: n-tomie) angehört. Führen wir nun eine (kardinale) Maßzahl für die REZ ein, dann muß die Tatsache berücksichtigt werden, daß eine REZ eine 2-dimensionale Zahl ist, denn sie läßt sich in einer Zahlenebene wie der folgenden darstellen



deren Abszisse die trichotomischen Relationalzahlen und deren Ordinate die triadischen Einbettungszahlen enthält. Nehmen wir als Beispiel das vollständige

systemisch-semiotische Repräsentationssystem der 6. Zkl des Peirceschen Dualsystems

$$6. \quad \text{Zkl} = (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow S_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)) (\omega, ((\omega, 1), 2)))) \rightarrow \text{RE} = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 3], [1, 3]],$$

dann ist $\text{Rpw}(3.1 \ 2.3 \ 1.3) = 13$, aber für den absoluten Betrag der relationalen Einbettungszahlen (mit Relationalzahlen RZ und Einbettungszahlen EZ) gilt

$$|\text{REZ}| = (\text{RE}, \text{EZ})$$

$$\max(\text{RZ}) = 3 \qquad \max(\text{EZ}) = 1_{-2}$$

$$\min(\text{RZ}) = 1 \qquad \min(\text{EZ}) = 1,$$

d.h. $|\text{REZ}|$ ist durch das Quadrupel $[\max(\text{RZ}), \min(\text{RZ}), \max(\text{EZ}), \min(\text{EZ})]$ eindeutig bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

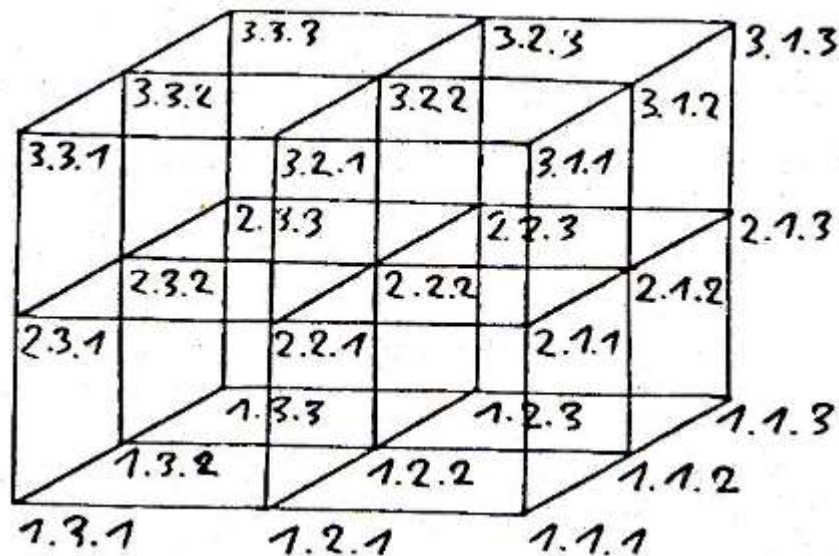
Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettung von Paaren dyadischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Umgebungen relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zum 5-dimensionalen Zeichenraum I

1. Die Idee, jeder (Valenz-)Stelle einer Relation eine semiotische Dimension zuzuschreiben, geht wohl auf Ch. Morris zurück (vgl. Toth 1993, S. 29 ff.). Dazu wären allerdings umfangreiche weitere Abklärungen nötig, denn z.B. hat uns die Texttheorie und die mit ihr engstens verbundene Konkrete Poesie gelehrt, daß auch sinnvoll von einer flächigen Syntax oder sogar räumlichen gesprochen werden kann (vgl. Bense 1962). Akzeptiert man also die Annahme von Morris, so gibt es im Peirceschen Zeichenmodell eine Korrespondenz zwischen x-heit und semiotisch x-ter Dimension. Demzufolge kann, wie es Stiebing (1978, S. 77) getan hat, die vollständige triadische Zeichenrelation in einem 3-dimensionalen semiotischen Raum dargestellt werden



2. Nun hatten wir allerdings anhand unserer Untersuchungen zur Semiotik von Georg Klaus (1973) herausgefunden, daß man mindestens zwischen 5 (natürlich irreduziblen) semiotischen Kategorien unterscheiden muß

- Z Zeichengestalt
- E Zeichenexemplar
- O Objekt
- A Begriff
- M Zeichensetzer und Zeichenverwender.

1. Wie bereits in Toth (2012) dargestellt, geht Klaus (1973, S. 56 ff.) aus von einer tetradischen Zeichenrelation

$$ZR^4 = (O, Z, A, M)$$

mit

- O die Objekte der gedanklichen Widerspiegelung
- Z die sprachlichen Zeichen

A die gedanklichen Abbilder
M die Menschen, die die Zeichen hervorbringen, benutzen, verstehen.

Da eine 5-stellige Relation 10 2-stellige Partialrelationen

$R(O, Z)$

$R(O, A) \quad R(Z, A)$

$R(O, E) \quad R(Z, E) \quad R(A, E)$

$R(O, M) \quad R(Z, M) \quad R(A, M) \quad R(E, M),$

10 3-stellige Partialrelationen

$R(O, Z, E)$

$R(O, Z, A)$

$R(O, Z, M)$

$R(O, E, A) \quad R(Z, E, A)$

$R(O, E, M) \quad R(Z, E, M)$

$R(O, A, M) \quad R(Z, A, M) \quad R(E, A, M),$

5 4-stellige Partialrelationen

$R(O, Z, A, E)$

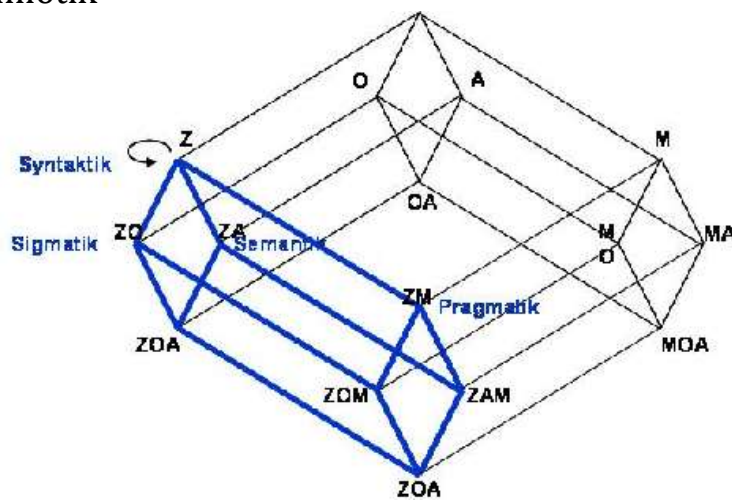
$R(O, Z, A, M) \quad R(O, A, E, M)$

$R(O, Z, E, M) \quad R(Z, A, E, M)$

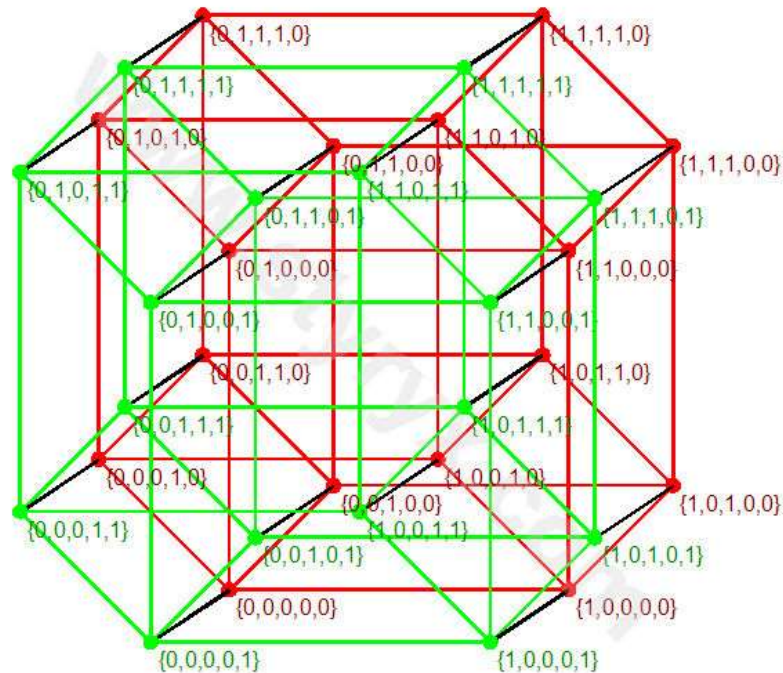
und natürlich die 5-stellige Relation

$ZR^5 = (O, Z, A, E, M)$

zuzüglich ihrer Konversen (bzw. Permutationen) umfaßt, genügt also das von Kalkofen (2008) vorgeschlagene 3-dimensionale Zeichenmodell der Klausschen Semiotik



nicht. Statt dessen benötigt man einen 5-dimensionalen Hyperkubus oder "Penterakt", wie z.B. im folgenden Modell, das ich der Web-Adresse <http://www.styryx.com/mathematics/geometry/hypercube.htm> entnehme



Damit stellt sich allerdings die Frage, welche Zahlen den Vektoren der allgemeinen Form $v = (a, b, c, d, e)$ mit $a \dots e \in \{0, 1\}$ eigentlich zugrunde liegen. Es gibt ja bekanntlich keine irgendwie akzeptablen, d.h. operablen 5-dimensionalen Zahlen, d.h. es kommen am ehesten Oktonionen zur Beschreibung der Zeichenrelationen der Klausschen Semiotik in Frage. Obwohl zur Entscheidung dieser Frage wiederum Abklärungen nötig wären, bin ich der Ansicht, daß semiotische Oktonionen eingeführt werden sollten, zumal die zusätzlichen Dimensionen den nötigen "Spielraum" geben, um semiotische Operationen durchzuführen. (Man erinnere sich Hamiltons Einführung der Quaternionen!).

Literatur

- Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962
 Kalkofen, Hermann, Sich selbst bezeichnende Zeichen. In: Image 7, 2008
 Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993
 Toth, Alfred, Semiotische und logische Abbildungen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zum 5-dimensionalen Zeichenraum II

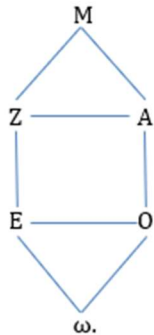
1. Wir gehen aus von der hexadischen Darstellung des Klaussschen Zeichens (Klaus 1973; vgl. Toth 2012a)

$$\text{ZR}^6 = (\omega, Z, E, A, O, M)$$

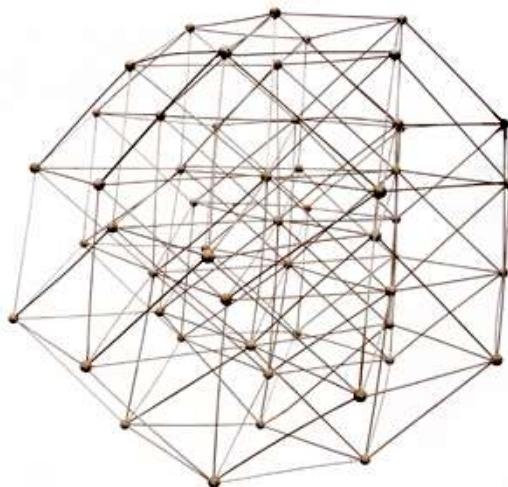
mit

- ω das reale Objekt der Bezeichnung (Gegenstand, Ding)
- Z das abstrakte Zeichen als Repräsentationsklasse ("type")
- E das konkrete Zeichen ("token")
- A das abgebildete Objekt (Begriff, Intension)
- O das abzubildende Objekt (Extension)
- M die Zeichensetzer und -verwender.

und dem dieser hexadischen Relation zugehörigen Zeichenmodell



Wie in Toth (2012b) dargelegt, benötigt man wegen der Korrespondenz der semiotischen und logischen Stelligkeit der Relationen von ZR^6 zur Darstellung des vollständigen Systems der entsprechenden Partialrelationen einen 6-dimensionalen semiotischen Raum. Das folgende, einer elektronischen Veröffentlichung in der Webseite "Matroids Matheplanet" entnommene Modell zeigt eine 3-dimensionale Projektion eines 6-dimensionalen Würfels ("Hexeracts")



2. Wie bereits in früheren Publikationen angedeutet wurde, sind nun nicht nur die Konversen der für eine 6-stellige Relationen insgesamt möglichen 15

+ 20 + 10 + 6 = 51 Partialrelationen, sondern in Sonderheit auch der Permutationen, sofern sie nicht mit den Konversen zusammenfallen, semiotisch relevant. Jede dieser Permutationen 2-, 3-, 4- und 5-stelliger Partialrelationen definiert also im obigen 6-dimensionalen Hyperkubus zugleich eine semiotische Funktion, d.h. eine Semiose mit je verschiedener Abbildungsrichtung.

2.1. Dyadische Partialrelationen

Da $2! = 2$ ist, gibt es hier also außer den Konversen keine weiteren Permutationen mehr.

R(ω , Z)		R(Z, ω)
R(ω , E)		R(E, ω)
R(Z, E)		R(E, Z)
R(ω , A)		R(A, ω)
R(Z, A)		R(A, Z)
R(E, A)		R(A, E)
R(ω , O)		R(O, ω)
R(Z, O)		R(O, Z)
R(E, O)		R(O, E)
R(A, O)		R(O, A)
R(ω , M)		R(M, ω)
R(Z, M)		R(M, Z)
R(E, M)		R(M, E)
R(A, M)		R(M, A)
R(O, M)		R(M, O).

2.2. Triadische Partialrelationen

Wegen $3! = 6$, gibt es hier also $6-2 = 4$ zusätzliche Permutationen.

R(ω , A, M)		R(ω , M, A)	R(A, ω , M)	R(A, M, ω)	R(M, ω , A)	R(M, A, ω)
R(ω , A, O)		R(ω , O, A)	R(A, ω , O)	R(A, O, ω)	R(O, ω , A)	R(O, A, ω)
R(ω , E, A)		R(ω , E, A)	R(A, ω , E)	R(A, E, ω)	R(E, ω , A)	R(E, A, ω)
R(ω , E, M)		R(ω , E, M)	R(M, ω , E)	R(M, E, ω)	R(E, ω , M)	R(E, M, ω)
R(ω , E, O)		R(ω , E, O)	R(O, ω , E)	R(O, E, ω)	R(E, ω , O)	R(E, O, ω)
R(ω , O, M)		R(ω , M, O)	R(O, ω , M)	R(O, M, ω)	R(M, ω , O)	R(M, O, ω)
R(ω , Z, A)		R(ω , Z, A)	R(A, ω , Z)	R(A, Z, ω)	R(Z, ω , A)	R(Z, A, ω)
R(ω , Z, E)		R(ω , Z, E)	R(E, ω , Z)	R(E, Z, ω)	R(Z, ω , E)	R(Z, E, ω)
R(ω , Z, M)		R(ω , Z, M)	R(M, ω , Z)	R(M, Z, ω)	R(Z, ω , M)	R(Z, M, ω)
R(ω , Z, O)		R(ω , Z, O)	R(O, ω , Z)	R(O, Z, ω)	R(Z, ω , O)	R(Z, O, ω)
R(A, O, M)		R(A, M, O)	R(O, A, M)	R(O, M, A)	R(M, O, A)	R(M, A, O)
R(E, A, M)		R(A, M, E)	R(E, A, M)	R(E, M, A)	R(M, E, A)	R(M, A, E)
R(E, A, O)		R(A, O, E)	R(E, A, O)	R(E, O, A)	R(O, E, A)	R(O, A, E)
R(E, O, M)		R(M, O, E)	R(E, M, O)	R(E, O, M)	R(O, E, M)	R(O, M, E)
R(Z, A, M)		R(A, M, Z)	R(Z, A, M)	R(Z, M, A)	R(M, Z, A)	R(M, A, Z)

R(Z, A, O)	R(A, O, Z)	R(Z, A, O)	R(Z, O, A)	R(O, Z, A)	R(O, A, Z)
R(Z, E, A)	R(A, E, Z)	R(Z, A, E)	R(Z, E, A)	R(E, Z, A)	R(E, A, Z)
R(Z, E, M)	R(M, E, Z)	R(Z, M, E)	R(Z, E, M)	R(E, Z, M)	R(E, M, Z)
R(Z, E, O)	R(O, E, Z)	R(Z, O, E)	R(Z, E, O)	R(E, Z, O)	R(E, O, Z)
R(Z, O, M)	R(O, M, Z)	R(Z, O, M)	R(Z, M, O)	R(M, Z, O)	R(M, O, Z)

2.3. Tetradsche Partialrelationen

Da es hier $4! - 2 = 22$ zusätzliche Permutationen für alle 10 Fälle, d.h. 220 weitere Relationen gibt, beschränken wir uns auf die Angabe der Konversen.

R(ω , A, O, M)	R(M, O, A, ω)
R(ω , E, A, M)	R(M, A, E, ω)
R(ω , E, A, O)	R(O, A, E, ω)
R(ω , E, O, M)	R(M, O, E, ω)
R(ω , Z, A, E)	R(E, A, Z, ω)
R(ω , Z, A, M)	R(M, A, Z, ω)
R(ω , Z, A, O)	R(O, A, Z, ω)
R(ω , Z, E, A)	R(A, E, Z, ω)
R(ω , Z, E, M)	R(M, E, Z, ω)
R(ω , Z, E, O)	R(O, E, Z, ω)

2.4. Pentadsche Partialrelationen

Bei pentadschen Relationen gibt es sogar $5! - 2 = 718$ zusätzliche Permutationen für alle 6 Fälle, d.h. ein Total von 4308 weiteren Relationen. Wir müssen uns hier wiederum auf die Angabe der Konversen beschränken.

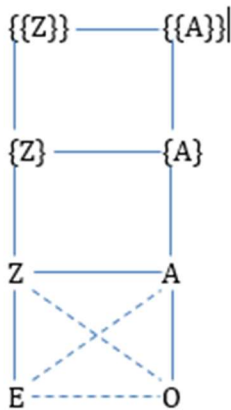
R(ω , Z, E, A, O)	R(O, A, E, Z, ω)
R(ω , Z, E, A, M)	R(M, A, E, Z, ω)
R(ω , Z, A, O, M)	R(M, O, A, Z, ω)
R(ω , Z, E, O, M)	R(M, O, E, Z, ω)
R(ω , E, A, O, M)	R(M, O, A, E, ω)
R(Z, E, A, O, M)	R(M, O, A, E, Z).

Literatur

- Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973
 Toth, Alfred, Zum 5-dimensionalen Zeichenraum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
 Toth, Alfred, Stelligkeit und relationale Dimensionalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Ein 11-dimensionaler semiotischer Raum?

1. In Toth (2012a) wurde gezeigt, daß man die Semiotik von Georg Klaus (vgl. Klaus 1973) mit Hilfe der Semiotik von Albert Menne (vgl. Menne 1992, S. 39 ff.) zu einem 8-dimensionalen Modell der Form



erweitern kann. Nun hatte bereits Klaus als weitere die Kategorie M der Zeichenproduzenten und Zeichenrezipienten eingeführt (1973, S. 51 ff.) und ferner auf die Repertoire-Abhängigkeit im Zusammenhang mit der Unterscheidung von sinnvollen und sinnlosen Zeichen hingewiesen (1973, S. 103 ff.). Als dritte zusätzliche Kategorie hatten wir in Toth (2012b) das reale Objekt eingeführt, da die Klausche Kategorie O wegen der im Modell vorausgesetzten semiotisch-ontologischen Isomorphie als bereits abstrahiert zu betrachten ist (O steht ja auf der selben Stufe wie das Zeichenexemplar E). Zusammengefaßt ergibt sich somit die folgende 11-stellige Zeichenrelation $ZR = (\omega, L, E, Z, O, A, \{O\}, \{A\}, \{\{O\}\}, \{\{A\}\}, M)$.

2. Aus diesen 11 Relata können nun 55 dyadische Partialrelationen gebildet werden, die nach dem von Klaus (1973, S. 51 ff.) begonnenen Muster jeweils Teilgebiete der Semiotik sowie der mit ihr assoziierten Gebiete charakterisieren:

$R(\omega, L)$

$R(\omega, E)$

$R(\omega, Z)$

$R(\omega, O)$

$R(\omega, A)$

$R(\omega, \{O\})$

$R(\omega, \{A\})$

$R(\omega, \{\{O\}\})$

$R(L, E)$

$R(L, U)$

$R(L, O)$

$R(L, A)$

$R(L, \{O\})$

$R(L, \{A\})$

$R(L, \{\{O\}\})$

$R(E, Z)$

$R(E, O)$

$R(E, A)$

$R(E, \{O\})$

$R(E, \{A\})$

$R(E, \{\{O\}\})$

$R(Z, O)$

$R(Z, A)$

$R(Z, \{O\})$

$R(Z, \{A\})$

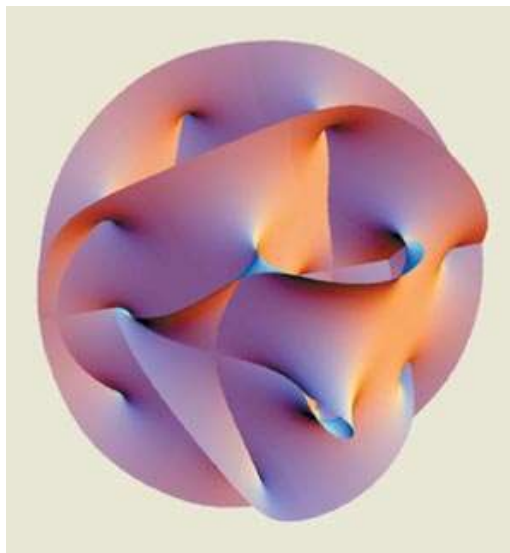
$R(Z, \{\{O\}\})$

$R(\omega, \{\{A\}\})$	$R(L, \{\{A\}\})$	$R(E, \{\{A\}\})$	$R(Z, \{\{A\}\})$
$R(\omega, M)$	$R(L, M)$	$R(E, M)$	$R(Z, M)$
$R(O, A)$			
$R(O, \{O\})$	$R(A, \{O\})$		
$R(O, \{A\})$	$R(A, \{A\})$	$R(\{O\}, \{A\})$	
$R(O, \{\{O\}\})$	$R(A, \{\{O\}\})$	$R(\{O\}, \{\{O\}\})$	$R(\{A\}, \{\{O\}\})$
$R(O, \{\{A\}\})$	$R(A, \{\{A\}\})$	$R(\{O\}, \{\{A\}\})$	$R(\{A\}, \{\{A\}\})$
$R(O, M)$	$R(A, M)$	$R(\{O\}, M)$	$R(\{A\}, M)$

$R(\{\{O\}\}, \{\{A\}\})$

$R(\{\{O\}\}, M)$ $R(\{\{A\}\}, M)$.

Als Modell für den 11-dimensionalen Zeichenraum kann man z.B. unter Berücksichtigung einer dimensionalen Entsprechung gewisser Richtungen der Supergravitationstheorie den sog. Calabi-Yau-Raum vorschlagen



<http://www.mylot.com/w/image/1746819.aspx>

d.h. eine glatte Mannigfaltigkeit mit komplexer Struktur und Riemannscher Metrik (vgl. bes. für die interessanten Verbindungen zur semiotischen Dualität die topologischen Grundlagen dieser speziellen Kähler-Mannigfaltigkeiten in Kadir 2004).

Literatur

Kadir, Shabnam Nargis, The Arithmetic of Calabi-Yau Manifolds and Mirror Symmetry. PhD diss., Christ Church College, Oxford 2004

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

- Toth, Alfred, Erweiterung der Klausschen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Semiotische und logische Abbildungen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

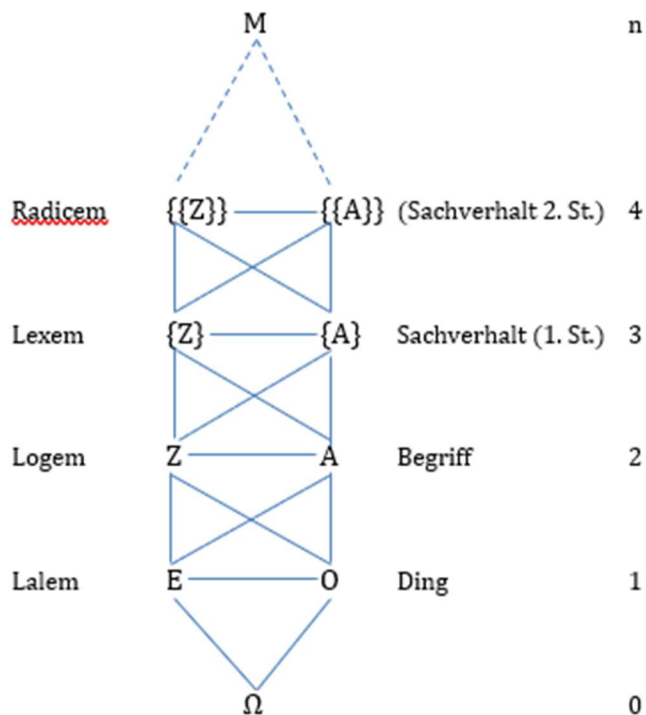
Interpretation des 11-dimensionalen Zeichenmodells

1. Die zuletzt in Toth (2012) präsentierte 11-dimensionale Zeichenrelation

$$ZR^{11} = (\Omega, L, E, Z, O, A, \{Z\}, \{A\}, \{\{Z\}\}, \{\{A\}\}, M)$$

ist, wie bekannt, das Ergebnis des systematischen Ausbaus der von Georg Klaus entworfenen Semiotik (Klaus 1973) anhand der Semiotik von Albert Menne (Menne 1992, S. 39 ff.). Da beide Zeichentheorien logische Semiotiken darstellen, bietet sich eine Interpretation des 11-dimensionalen Zeichenmodells für sprachliche Zeichensysteme von sich aus an. Daß ein solches Modell darüberhinaus dringend nötig ist, liegt an der von uns wiederholt vorgebrachten Kritik an den linguistischen Interpretationsmöglichkeiten des Peirceschen Zeichenmodells. Wie zuerst Walther (1979, S. 100 f.) wenigstens indirekt gezeigt hat, ist es im Peirceschen Modell nicht möglich, alle grammatischen Einheiten auf allen grammatischen Ebenen zu behandeln. Da der Mittelbezug eine 1-stellige Relation ist, kommen hier an grammatischen Einheiten nur Phoneme und Grapheme in Frage. Beim 2-stelligen Objektbezug müssen die Wortarten behandelt werden. Und für den 3-stelligen Interpretantenbezug bietet sich allein die Syntax an, da nur auf dieser Ebene zeichenintern Konnexe behandelt werden können. Allerdings folgt aus dem trichotomischen Bau der Peirceschen Zeichenrelation aber auch, daß die Zweitheit nicht ohne die Erstheit und die Drittheit nicht ohne die Erst- und Zweitheit vorkommen kann. Für die linguistische Interpretation bedeutet dies also z.B., daß die Syntax nur semantisch behandelt werden kann, da die Konnexbildung bei Peirce ja zugleich eine Interpretation des Objektbezugs darstellt. Ferner ist man wegen der trichotomischen Konzeption gezwungen, auch die Syntax phonetisch zu behandeln, wogegen es z.B. keine Phonotaktik oder Morphosyntax geben kann, usw.

2. Dagegen hatte bereits Menne (1992, S. 44 f.) darauf hingewiesen, daß der ontisch-semiotische Stufenbau seiner logischen Semiotik nicht auf die Wortkategorie beschränkt ist. Und Klaus behandelt die Syntax als Relation $R(Z, Z')$, so daß auch in der Klausschen Semiotik sämtliche grammatischen Einheiten auf sämtlichen grammatischen Ebenen repräsentierbar sind (Klaus 1973, S. 60 ff.).



2. Läßt man also Relationen mit gleichen Relata weg, so ergeben sich genau 55 dyadische Relationen und ihre Konversen, welche als die Basisrelationen für 10 semiotische Teiltheorien anzusehen sind. Die folgenden Interpretationsversuche sind natürlich nur als Vorschläge zu betrachten. Weitere Inspirationen kann man z.B. meiner "Anomaliengrammatik" (Toth 2011) entnehmen.

2.1. Semiotische Objekttheorie

$R(\omega, L) \mid R(L, \omega)$

Linguistischer Relativismus.

$R(\omega, E) \mid R(E, \omega)$

Signaltheorie.

$R(\omega, Z) \mid R(Z, \omega)$

Lexikologie.

$R(\omega, O) \mid R(O, \omega)$

Kategoriale Logik.

$R(\omega, A) \mid R(A, \omega)$

Modale Logik.

$R(\omega, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, \omega)$

Wortinhaltstheorie.

$R(\omega, \{A\}) \mid R(\{A\}, \omega)$

Ontologie.

$R(\omega, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, \omega)$

Texttheorie.

$R(\omega, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, \omega)$

Kognitionstheorie.

$R(\omega, M) \mid R(M, \omega)$

Ökologie.

2.2. Semiotische Repertoiretheorie

$R(L, E) \mid R(E, L)$

Konkrete Semiotik.

$R(L, Z) \mid R(Z, L)$

Abstrakte Semiotik.

$R(L, O) \mid R(O, L)$

Semantische Merkmalstheorie.

$R(L, A) \mid R(A, L)$

Syntax der Oberflächenstrukturen.

$R(L, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, L)$

Superzeichentheorie

$R(L, \{A\}) \mid R(\{A\}, L)$

Syntax der Tiefenstrukturen.

$R(L, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, L)$

Zeichenhierarchietheorie.

$R(L, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, L)$

Stufen-Typen-Logik.

$R(L, M) \mid R(M, L)$

Spracherwerbstheorie.

2.3. Semiotische Signaltheorie

$R(E, Z) \mid R(Z, E)$

Transformationstheorie.

$R(E, O) \mid R(O, E)$

Kodierungstheorie.

$R(E, A) \mid R(A, E)$

Nachrichtentheorie.

$R(E, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, E)$

Theorie der Zeichenobjekte.

$R(E, \{A\}) \mid R(\{A\}, E)$

Theorie der Objektzeichen.

$R(E, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, E)$

Systemtheorie der Zeichenobjekte.

$R(E, \{\{A\}\}) \mid R(\{A\}, E)$

Systemtheorie der Objektzeichen.

$R(E, M) \mid R(M, E)$

Informationstheorie.

2.4. Semiotische Zeichentheorie 1. Stufe

$R(Z, O) \mid R(O, Z)$

Sigmatik (Bezeichnungstheorie).

$R(Z, A) \mid R(A, Z)$

Wortsemantik.

$R(Z, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, Z)$

Zeichengrammatik.

$R(Z, \{A\}) \mid R(\{A\}, Z)$

Satzsemantik.

$R(Z, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, Z)$

Zeichengrammatik.

$R(Z, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, Z)$

Textsemantik.

$R(Z, M) \mid R(M, Z)$

Pragmatik.

2.5. Semiotische Dingtheorie

$R(O, A) \mid R(A, O)$

Erkenntnistheorie.

$R(O, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, O)$

Logik.

$R(O, \{A\}) \mid R(\{A\}, O)$

Metaphysik.

$R(O, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, O)$

Phänomenologie.

$R(O, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, O)$

Psychologie.

$R(O, M) \mid R(M, O)$

Bewußtseinstheorie.

2.6. Semiotische Begriffstheorie

$R(A, \{Z\}) \mid R(\{Z\}, A)$

Hermeneutik.

$R(A, \{A\}) \mid R(\{A\}, A)$

Heuristik.

$R(A, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, A)$

Wissenschaftstheorie.

$R(A, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, A)$

Methodologie.

$R(A, M) \mid R(M, A)$

Perzeptionstheorie.

2.7. Semiotische Zeichentheorie 2. Stufe

$R(\{Z\}, \{A\}) \mid R(\{A\}, \{Z\})$

Aussagenlogische Semiotik.

$R(\{Z\}, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, \{Z\})$

Modelltheoretische Semiotik.

$R(\{Z\}, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, \{Z\})$

Prädikatenlogische Semiotik.

$R(\{Z\}, M) \mid R(M, \{Z\})$

Apperzeptionstheorie.

2.8. Semiotische Sachverhaltstheorie 1. Stufe

$R(\{A\}, \{\{Z\}\}) \mid R(\{\{Z\}\}, \{A\})$

Kommunikationstheorie.

$R(\{A\}, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, \{A\})$

?

$R(\{A\}, M) \mid R(M, \{A\})$

?

2.9. Semiotische Zeichentheorie 3. Stufe

$R(\{\{Z\}\}, \{\{A\}\}) \mid R(\{\{A\}\}, \{\{Z\}\})$

?

$R(\{\{Z\}\}, M) \mid R(M, \{\{Z\}\})$

Semiotische Handlungstheorie.

2.10. Semiotische Sachverhaltstheorie 2. Stufe

$R(\{\{A\}\}, M) \mid R(M, \{\{A\}\})$

Ethologie.

Wie bereits gesagt, handelt es sich bei diesem Modell lediglich um einen Vorschlag, und es dürfte leicht fallen, die hier vorgeschlagenen Interpretationen zu korrigieren bzw. durch andere Interpretationen zu ersetzen. An den wenigen Stellen, wo ein Fragezeichen gesetzt wurde, kann nicht nur eine Lücke in unserem Modell, sondern allenfalls im System der bisher bekannten Wissenschaften vorliegen. Weitere Anwendungen ergeben sich natürlich

durch Kombination der Relationen, z.B. $R(R(Z, Z'), R(Z, O))$, $R(R(Z, A), R(Z, Z'))$, usw.

Literatur

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

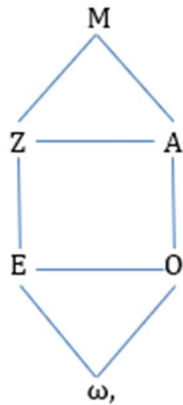
Toth, Alfred, Anomaliengrammatik des Deutschen. Tucson, AZ 2011

Toth, Alfred, Die Tiltheorie der vollständigen Zeichentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Stelligkeit und relationale Dimensionalität

1. Das angekündigte Thema wird hier aufgrund von Toth (2012a, b) anhand der Semiotik von Georg Klaus (Klaus 1973) behandelt. Wir gehen also wiederum aus von dem in Toth (2012b) vorgeschlagenen logisch-semiotischen Zeichenmodell



d.h. das Klausche Zeichen ist eine hexadische Relation

$$ZR^6 = (\omega, Z, E, A, O, M)$$

mit

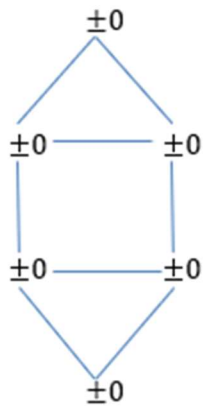
- ω das reale Objekt der Bezeichnung (Gegenstand, Ding)
- Z das abstrakte Zeichen als Repräsentationsklasse ("type")
- E das konkrete Zeichen ("token")
- A das abgebildete Objekt (Begriff, Intension)
- O das abzubildende Objekt (Extension)
- M die Zeichensetzer und -verwender,

welche, da eine n-stellige Relation $\binom{n}{k}$ k-stellige Partialrelationen enthält, somit 6-stellige Relation 15 2-stellige, 20 3-stellige, 15 4-stellige und 6 5-stellige Partialrelationen enthält.

2. Jedes der 6 Relata von $ZR^6 = (\omega, Z, E, A, O, M)$ ersetzen wir nun durch eine parametrisierte Position ± 0 , wobei wir einfachheitshalber die Stelle jedes Relatums in ZR^6 beibehalten. Die hierdurch verallgemeinerte hexadische Relation

$$R^6 = (\pm 0, \pm 0, \pm 0, \pm 0, \pm 0, \pm 0)$$

bzw. das dergestalt generalisierte relationale Modell



läßt sich, wie im folgenden gezeigt wird, in eindeutiger Weise auf das in Toth (2012b) präsentierte System der Partialrelationen von ZR^6 abbilden.

2.1. 2-dimensionale Partialrelationen

R(110000)
R(101000) R(011000)
R(100100) R(010100) R(001100)
R(100010) R(010010) R(001010) R(000110)
R(100001) R(100001) R(001001) R(000101)
R(000011)

2.2. 3-dimensionale Partialrelationen

R(111000)
R(110100) R(011100)
R(011010) R(011010) R(001110)
R(011001) R(011001) R(001101) R(000111)
R(101100) R(010110) R(001011)
R(101010) R(010101)
R(101001) R(010011)
R(100110)
R(100101)
R(100011)

2.3. 4-dimensionale Partialrelationen

R(111100)
R(111010)
R(111001) R(101110)
R(110011) R(101101)
R(110110) R(101011)
R(110101) R(100111)

2.4. 5-dimensionale Partialrelationen

R(111110)

R(111101)

R(110111)

R(111011)

R(101111)

R(011111)

Dabei gilt natürlich für jede der $k! - 1$ Konversen K

$K(abcdef) = (fedcba)$,

für jede der $\binom{n}{k}$ "Negationen" N

$N(abcdef) = (a^{-1}b^{-1}c^{-1}d^{-1}e^{-1}f^{-1})$,

was natürlich nichts anderes als

$0^{-1} = 1$ bzw. $1^{-1} = 0$

bedeutet. Hinzu kommen natürlich $n!$ Permutationen jeder der $\binom{n}{k}$ Partialrelationen, d.h. wir haben je Partialrelation 2 2-dimensionale, 6 3-dimensionale, 24 4-dimensionale, 120 5-dimensionale, und für die vollständige hexadische Relation sogar 720 6-dimensionale Permutationen, die selbstverständlich allesamt semiotisch relevant sind.

Literatur

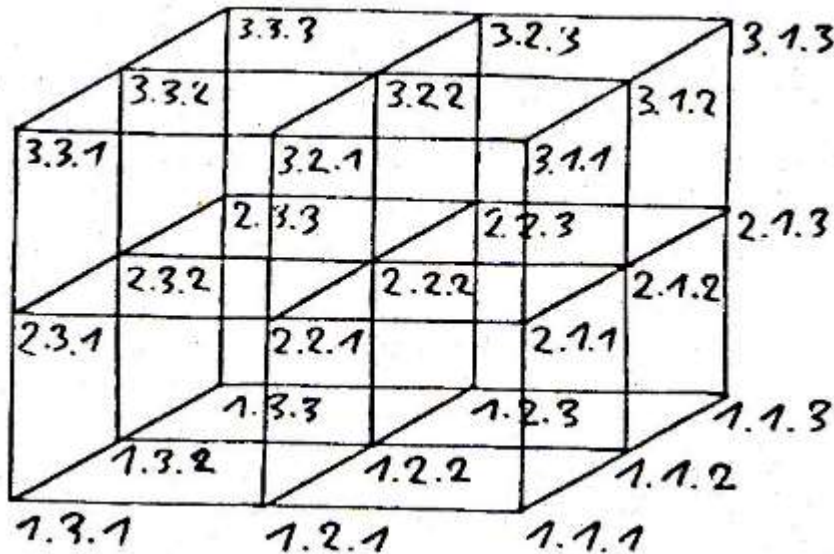
Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Semiotische und logische Abbildungen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das System der Partialrelationen der hexadischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Dreidimensionale semiotische Ränder in Stiebings Projektionsmodell

1. Der von H.M. Stiebing in seiner Dissertation konstruierte 3-dimensionale Zeichenraum (Stiebing 1978, S. 77) ist ein semiotisches Projektionsmodell, da die horizontalen und die vertikalen Ebenen 3-dimensionale Kopien der 2-dimensionalen Grundfläche sind.



Diese Grundfläche hat also die Struktur

- (1.1.1) (1.1.2) (1.1.3)
- (1.2.1) (1.2.2) (1.2.3)
- (1.3.1) (1.3.2) (1.3.3),

d.h. die allgemeine Form jeder Subrelation ist

$${}^2R = (a.b.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\},$$

und die Form eines über 2R konstruierten semiotischen Dualsystems ist

$$DS = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$$

2. Es versteht sich von selbst, daß sowohl Grenzen und Ränder als auch Grenzüberflächen des Stiebingschen Projektionsmodell ebenfalls 3-dimensional sind. Die entsprechenden Definitionen lauten also (vgl. Toth 2013)

$$G(DS) = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cup [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \setminus [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cap [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)].$$

Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive, und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$\mathcal{R}_\lambda := \text{INV}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d < a \vee e < b \vee f < c\}$$

$$\mathcal{R}_\rho := \text{SUP}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d > a \vee e > b \vee f > c\}.$$

Für aus Grenzen und Rändern zu berechnenden Grenzüberflächen gilt

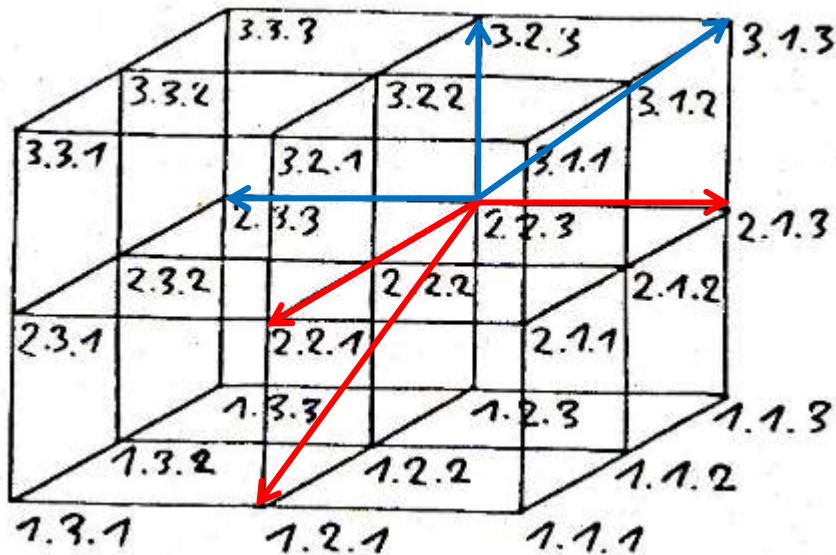
$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$

$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$.

3. Als Beispiel stehe hier die Subrelation (2.2.3). Im folgenden Modell sind die linken Ränder rot und die rechten Ränder blau eingezeichnet.



Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Zweidimensionalität semiotischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen I

1. Nicht nur für semiotische, sondern in Sonderheit für präsemiotische Matrizen, wie sie in Toth (2014a-e), basierend auf Benses Definition des vorthetischen Objektes als 0-stelliger Relation (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.), eingeführt worden waren, genügt die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen. Ausgehend von der präsemiotischen tetradischen Relation $P = (0, 1, 2, 3)$ werden deshalb im folgenden duale Paare dimensionaler Zahlensysteme für semiotische und präsemiotische Matrizen vorgeschlagen. Diese sind natürlich theoretisch auf die ganze Zahlenfolge von \mathbb{N} erweiterbar.

2.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0
0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		
			1		1			

2.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0			0		
		1			1		
	1	2			2	1	
1	2	3			3	2	1

Literatur

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a
- Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b
- Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c
- Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaft und Umgebung bei präsemiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Präsemiotische Erweiterungen des triadischen
Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen II

1. In Toth (2014) hatten wir zwei Paare von dimensionalen Zahlensystemen für präsemiotische Matrizen eingeführt, da die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen der tetradischen präsemiotischen Relation

$$P = (0, 1, 2, 3)$$

mit

$$PR = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$$

ausreicht.

1.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0

				1				
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		

1.2. Vertikale duale Zahlensysteme

			0		0			
			1		1			
	1	2			2	1		
1	2	3			3	2	1	

2. Eine Erweiterung für

$$Q = (0, \dots, 9) \subset \mathbb{N}$$

ergibt z.B.

										1	↑							
										1	2	↑						
										1	2	3	↑					
										1	2	3	4	↑				
										1	2	3	4	5	↑			
										1	2	3	4	5	6	↑		
										1	2	3	4	5	6	7	↑	
										1	2	3	4	5	6	7	8	↑
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9								↑	
											n							

Das bedeutet also, daß jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ von $n = 1$ an auf mehr als einer Einbettungsstufe m repräsentiert ist. Jede selbstenthaltende Zahl ist demnach

durch $Z(n,m)$ vollständig beschrieben. Damit haben wir für die auf Grund von Bense (1975, S. 64 ff.) definierte präsemiotische Relation die Zahlenfolge $F = (0, 1_{1,2}, 2_{1,2}, 3_1)$.

Die 2 ist erst für $n = 4$ auch in $m = 3$ eingebettet, und die 3 ist erst für $m = 4$ und $m = 5$ auch in $m = 2$ und $m = 3$ eingebettet, usw. Die Einbettungszahl m zeigt somit für jede natürliche Zahl n nicht nur deren Einbettungsgrad, sondern auch deren Unvollständigkeit relativ zu ihrer vollständigen Einbettung an. Solche Zahlenverhältnisse sind der quantitativen Mathematik vollkommen fremd und tauchen erst in der nicht auf der aristotelischen 2-wertigen Logik beruhenden Mathematik der Qualitäten auf (vgl. Kronthaler 1986). Allerdings dürfte die Einführung dimensionaler Zahlen der Form $Z(n, m)$ mit der von Bense gegebenen Definition der "Relationszahlen" (1981, S. 26) im Rahmen der von ihm eingeführten "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) kompatibel sein, denn wie die benseschen Zeichenzahlen, hat $Z(n, m)$ natürlich sowohl kardinale, ordinale als auch relationale Eigenschaften.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen (I).
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Das qualitative 2-dimensionale Inklusionsschema der Semiotik

1. Wie in Toth (2015a) ausgeführt, bedeutet die Einführung eines Einbettungsoperators E für die ortsfunktionale Arithmetik, durch den also die logische Dichotomie $L = (0, 1)$ sowie alle ihr isomorphen Dichotomien auf Quadrupel der Form

$$[0, [1]] \quad \times \quad [[1], 0]$$

×

$$[[0], 1] \quad \times \quad [1, [0]]$$

abgebildet werden, insofern eine Qualifizierung der ontischen Arithmetik, wie sie auch für die Ontik und die Semiotik gültig ist, als die Auflösung der Spiegelbildlichkeit und der daraus folgenden Austauschbarkeit der beiden Werte in L ein zwar nicht materiales, dafür aber ein differentielles "Tertium" darstellen, das von der 2-wertigen aristotelischen Logik explizit verboten wird.

2. Für die Semiotik ist ein solcher Einbettungsoperator zwar nie zuvor eingeführt worden (vgl. Toth 2015b), aber er liegt implizit vor in der selbsteinbettenden Zeichendefinition, die Bense (1979, S. 53 u. 67) gegeben hatte

$$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

darin sich nicht nur das Zeichen selbst im triadischen Interpretantenbezug enthält, sondern in dem die Erstheit sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit eingeschlossen sind, d.h. es liegt der sog. Droste-Effekt vor.

Genau dieses Prinzip wird von Z aus auf die Z konstituierenden Teilrelationen von Z, die sog. Subzeichen, übertragen, indem die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix auf die folgende einbettungstheoretische Matrix abgebildet wird

$$(1_m, 1_n) \quad \subset \quad (1_m, 2_{n+1}) \quad \subset \quad (1_m, 3_{n+2})$$

$$\cap \quad \cap \quad \cap$$

$$(2_{m+1}, 1_n) \quad \subset \quad (2_{m+1}, 2_{n+1}) \quad \subset \quad (2_{m+1}, 3_{n+2})$$

$$\cap \quad \cap \quad \cap$$

$$(3_{m+2}, 1_n) \quad \subset \quad (3_{m+2}, 2_{n+1}) \quad \subset \quad (3_{m+2}, 3_{n+2}).$$

Würde es sich hier um rein quantitative Zahlen der Form

$$1 \quad 2 \quad 3$$

$$2 \quad 3 \quad 5$$

$$3 \quad 5 \quad 8$$

handeln, würde sowohl für die Triaden als auch für die Trichotomien bzw. für die Zeilen und für die Spalten der Matrix natürlich die Additivität gelten,

d.h. wir hätten in beiden Dimensionen dieses 2-dimensionalen quantitativen Inklusionsschemas

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8.$$

Dieses gilt jedoch nicht für die Semiotik, denn für die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten und von ihm Primzeichen genannten Zeichenzahlen, d.h. also qualitativen Zahlen, gilt selbstverständlich die Hyperadditivität, insofern für die Trichotomien

$$(1.1) + (1.2) < (1.3)$$

$$(2.1) + (2.2) < (2.3)$$

$$(3.1) + (3.2) < (3.3)$$

und für die Triaden

$$(1.1) + (2.1) < (3.1)$$

$$(1.2) + (2.2) < (3.2)$$

$$(1.3) + (2.3) < (3.3)$$

gilt. Was der Einbettungsoperator also leistet, besteht darin, die Begründung für diese qualitative Hyperadditivität zu liefern, und zwar in der Form der Abbildung der semiotischen Teilrelationen auf ontische Orte.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Definition 2-dimensionaler Negatoren

1. Innerhalb der 2-wertigen Logik gibt es, wie allgemein bekannt, nur einen Negator N . Dieser vertauscht die Positionen der Werte 0 und 1 in $L = [0, 1]$, d.h. es ist

$$N(0) = 1$$

$$N(1) = 0$$

und daher

$$NN(0) = NN(1) = 1.$$

Dagegen gibt es in einer 3-wertigen Logik der Form $L = [0, 1, 2]$ zwei Negatoren

$$N(0) = 1 \quad \text{oder} \quad N(0) = 2$$

$$N(1) = 2 \quad \text{oder} \quad N(1) = 0,$$

allgemein hat wegen der konstanten Objektposition eine n -wertige Logik $(n-1)$ Negatoren, also entsprechend der Anzahl der Subjektpositionen.

2. Im Falle der in Toth (2015) dargestellten 2-dimensionalen Raumfelder genügt jedoch die Unterscheidung zwischen 1, 2, 3, ... Negatoren nicht mehr, da wir hier mit einem völlig neuen Problem konfrontiert sind: demjenigen dimensional abhängiger Negatoren. Während die Vertauschung von Werten an ontischen Orten, die linear-horizontal geodnet sind, natürlich kein Problem darstellt, vgl.

$$N \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

stellt sich bereits bei linear-vertikaler Ordnung die Frage, ob hier noch der gleiche Negator zuständig ist oder nicht, vgl.

$$N \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3. Im Falle der folgenden Raumfelder mit 4 ontischen Orten müssen somit für jedes Paar perspektivischer Ordnungen separate dimensionale Negatoren eingeführt werden.

2.1. Adjazente Zählweise

$$N_{1\downarrow} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N_{2\downarrow} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2. Subjazente Zählweise

$$N_{1\rightarrow} \begin{pmatrix} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix}$$

$$N_{2\downarrow} \begin{pmatrix} 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 \end{pmatrix}$$

2.3. Transjazente Zählweise

$$N_{1\swarrow} \begin{pmatrix} 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \emptyset & 0 \\ 1 & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$N_{1\nwarrow} \begin{pmatrix} 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset \end{pmatrix}$$

Weitere Negatoren sind nötig, wenn nicht nur paarweise reflexive Raumfelder aufeinander abgebildet werden.

Literatur

Toth, Alfred, Mehrwertige Negationen für ortsfunktionale Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie I

1. Zur semiotischen Kategorientheorie vgl. Bense (1981, S. 124 ff.) und Toth (1997, S. 21 ff.). Im folgenden werden 2-dimensionalen semiotische Kategorien – und damit natürlich nur die allererlementarsten Grundlagen einer entsprechenden Kategorientheorie – für die in Toth (2015) definierten semiotischen Graphen definiert.

2. Semiotische Kategorien

2.1. Adjazente Zählweise

0	→	1		2		∅
↑	↙		⊗	↓	↘	
2		∅		0	→	1
1	←	0		∅		2
	↘	↑	⊗		↗	↓
∅		2		1	←	0
0	→	1		∅		2
	↘	↓	⊗		↙	↑
∅		2		0	→	1
1	←	0		2		∅
↓	↗		⊗	↑	↘	
2		∅		1	←	0

2.2. Subjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
↓	↗		⊗		↖	↓
1		∅		∅		1

1	→	2		2	←	1
↑	↘		⊗		↙	↑
0		∅		∅		0

0		∅		∅		0
↓	↖		⊗		↗	↓
1	→	2		2	←	1

1		∅		∅		1
↑	↘		⊗		↙	↑
0	←	2		2	→	0

2.3. Transjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
	↘	↑	⊗	↑	↙	
∅		1		1		∅

1	→	2		2	←	1
	↖	↓	⊗	↓	↗	
∅		0		0		∅

0		∅		∅		0
↑	↘		⊗		↙	↑
2	←	1		1	→	2

1		∅		∅		1
↓	↖		⊗		↗	↓
2	→	0		0	←	2

3. Semiotische Morphismen

Die bereits in Toth (1997) definierten semiotischen Morphismen

$\alpha := (0 \rightarrow 1)$

$\beta := (1 \rightarrow 2),$

den dazu konversen

$\alpha^\circ = (1 \rightarrow 0)$

$\beta^\circ = (2 \rightarrow 1),$

den komponierten

$$\beta\alpha = (0 \rightarrow 2)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ = (0 \rightarrow 2)$$

und natürlich den drei identitiven

$$\text{id}_0 := (0 \rightarrow 0)$$

$$\text{id}_1 := (1 \rightarrow 1)$$

$$\text{id}_2 := (2 \rightarrow 2)$$

sind somit in dimensionaler Abhängigkeit von den folgenden vier Paaren von Gerichtetheit zu definieren

$(\rightarrow, \leftarrow), (\uparrow, \downarrow), (\nearrow, \swarrow), (\nwarrow, \searrow),$

d.h. wir erhalten folgendes 8-dimensionales System semiotischer Morphismen

	α	α°	β	β°	$\beta\alpha$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	id_0	id_1	id_2
\rightarrow	α^\rightarrow	$\alpha^{\circ\rightarrow}$	β^\rightarrow	$\beta^{\circ\rightarrow}$	$\beta\alpha^\rightarrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\rightarrow}$	id_0^\rightarrow	id_1^\rightarrow	id_2^\rightarrow
\leftarrow	α^\leftarrow	$\alpha^{\circ\leftarrow}$	β^\leftarrow	$\beta^{\circ\leftarrow}$	$\beta\alpha^\leftarrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\leftarrow}$	id_0^\leftarrow	id_1^\leftarrow	id_2^\leftarrow
\uparrow	α^\uparrow	$\alpha^{\circ\uparrow}$	β^\uparrow	$\beta^{\circ\uparrow}$	$\beta\alpha^\uparrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\uparrow}$	id_0^\uparrow	id_1^\uparrow	id_2^\uparrow
\downarrow	α^\downarrow	$\alpha^{\circ\downarrow}$	β^\downarrow	$\beta^{\circ\downarrow}$	$\beta\alpha^\downarrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\downarrow}$	id_0^\downarrow	id_1^\downarrow	id_2^\downarrow
\nearrow	α^\nearrow	$\alpha^{\circ\nearrow}$	β^\nearrow	$\beta^{\circ\nearrow}$	$\beta\alpha^\nearrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\nearrow}$	id_0^\nearrow	id_1^\nearrow	id_2^\nearrow
\swarrow	α^\swarrow	$\alpha^{\circ\swarrow}$	β^\swarrow	$\beta^{\circ\swarrow}$	$\beta\alpha^\swarrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\swarrow}$	id_0^\swarrow	id_1^\swarrow	id_2^\swarrow
\nwarrow	α^\nwarrow	$\alpha^{\circ\nwarrow}$	β^\nwarrow	$\beta^{\circ\nwarrow}$	$\beta\alpha^\nwarrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\nwarrow}$	id_0^\nwarrow	id_1^\nwarrow	id_2^\nwarrow
\searrow	α^\searrow	$\alpha^{\circ\searrow}$	β^\searrow	$\beta^{\circ\searrow}$	$\beta\alpha^\searrow$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\searrow}$	id_0^\searrow	id_1^\searrow	id_2^\searrow

für die drei in 2 Dimensionen unterscheidbaren Zählweisen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Graphen in 2-dimensionalen Raumfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie II

1. Von dem in Teil I (vgl. Toth 2015) in dimensionaler Abhängigkeit von den folgenden vier Paaren von Gerichtetheit

$(\rightarrow, \leftarrow), (\uparrow, \downarrow), (\nearrow, \swarrow), (\nwarrow, \searrow),$

definierten, 8-dimensionalen System von 72 semiotischen Morphismen

	α	α°	β	β°	$\beta\alpha$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	id_0	id_1	id_2
\rightarrow	α^\rightarrow	α°^\rightarrow	β^\rightarrow	β°^\rightarrow	$\beta\alpha^\rightarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\rightarrow$	id_0^\rightarrow	id_1^\rightarrow	id_2^\rightarrow
\leftarrow	α^\leftarrow	α°^\leftarrow	β^\leftarrow	β°^\leftarrow	$\beta\alpha^\leftarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\leftarrow$	id_0^\leftarrow	id_1^\leftarrow	id_2^\leftarrow
\uparrow	α^\uparrow	α°^\uparrow	β^\uparrow	β°^\uparrow	$\beta\alpha^\uparrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\uparrow$	id_0^\uparrow	id_1^\uparrow	id_2^\uparrow
\downarrow	α^\downarrow	α°^\downarrow	β^\downarrow	β°^\downarrow	$\beta\alpha^\downarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\downarrow$	id_0^\downarrow	id_1^\downarrow	id_2^\downarrow
\nearrow	α^\nearrow	α°^\nearrow	β^\nearrow	β°^\nearrow	$\beta\alpha^\nearrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\nearrow$	id_0^\nearrow	id_1^\nearrow	id_2^\nearrow
\swarrow	α^\swarrow	α°^\swarrow	β^\swarrow	β°^\swarrow	$\beta\alpha^\swarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\swarrow$	id_0^\swarrow	id_1^\swarrow	id_2^\swarrow
\nwarrow	α^\nwarrow	α°^\nwarrow	β^\nwarrow	β°^\nwarrow	$\beta\alpha^\nwarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\nwarrow$	id_0^\nwarrow	id_1^\nwarrow	id_2^\nwarrow
\searrow	α^\searrow	α°^\searrow	β^\searrow	β°^\searrow	$\beta\alpha^\searrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ^\searrow$	id_0^\searrow	id_1^\searrow	id_2^\searrow

nehmen die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Morphismen insofern eine Sonderstellung ein, als sie rechtsmehrdeutig sind.

2. Präzise gesprochen handelt es sich um eine den \rightarrow/\leftarrow und \uparrow/\downarrow -Abbildungen inhärente Doppeldeutigkeit, denn z.B. kann

$\alpha^\rightarrow(0, 1)$

sowohl auf

0 1

\emptyset \emptyset

als auch auf

\emptyset \emptyset

0 1

und

$\alpha^\uparrow(0, 1)$

sowohl auf

0 \emptyset

1 \emptyset

als auch auf

\emptyset 0

\emptyset 1

abgebildet werden, während sämtliche übrigen Abbildungen rechtseindeutig sind, vgl. z.B.

$\alpha^\nearrow(0, 1) =$

\emptyset 1

0 \emptyset .

Die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Abbildungen können damit auf die folgenden Abbildungsdifferenzen zurückgeführt werden

$$\rightarrow(0, 1) = \{(0 \rightarrow 1), ((0 \rightarrow 1))\}$$

$$\leftarrow(0, 1) = \{(0 \leftarrow 1), ((0 \leftarrow 1))\}$$

$$\uparrow(0, 1) = \{(0 \uparrow 1), ((0 \uparrow 1))\}$$

$$\downarrow(0, 1) = \{(0 \downarrow 1), ((0 \downarrow 1))\},$$

d.h. nur die transjunkte Zählweise ist vermöge Diagonalität nicht nur links-, sondern auch rechtseindeutig.

3. Umgekehrt kann aber die transjunkte Zählweise nicht einfach durch qualitative Addition von adjazenter und subjazenter Zählweise hergestellt werden, vgl. z.B.

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & & 0 & \emptyset & = & 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset & \oplus & 1 & \emptyset & = & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & & 0 & \emptyset & = & 0 & \emptyset \\ 0 & 1 & \oplus & 1 & \emptyset & = & 0 & 1 \\ 0 & 1 & & \emptyset & 0 & = & 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \oplus & \emptyset & 1 & = & \emptyset & 1 & \text{oder} & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & & 0 & \emptyset & = & 0 & \emptyset & & 0 & \emptyset \\ 0 & 1 & \oplus & 1 & \emptyset & = & 0 & 1 & \text{oder} & 1 & 1, \end{array}$$

d.h. durch adjazente und subjazente Addition entstehen zwar in jedem Fall Zahlenfelder, welche transjunkte Zahlen enthalten, aber nicht diejenigen, welche durch die transjunkte Zählweise, die sich somit relativ zur adjazenten und zur subjazenten in hypersummativer Relation befindet, erzeugt werden. Man beachte die beiden Fälle, in denen qualitative Addition zu rechtsmehrdeutigen Summen führt!

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorietheorie (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotische Graphen in 2-dimensionalen Raumfeldern

1. Zur semiotischen Graphentheorie vgl. außer den Arbeiten von Peirce selbst v.a. Bense (1971, S. 37 ff.). Im folgenden wird eine völlig neue Art, semiotisch-kategoriethoretische Graphen zu definieren, eingeführt. Als Basis dienen die in Toth (2015) definierten 3-elementigen Mengen, die auf 2×2 Raumfelder abgebildet wurden, in denen sich also nach einer triadischen bzw. trichotomischen Wertbelegung nur noch eine einzige unbesetzte Stelle (ontischer bzw. semiotischer) kategorialer Freiheit findet.

2. Semiotische Graphen nach den drei 2-dimensionalen Zählweisen

2.1. Adjazente Zählweise

0	→	1		2		∅
↑	↙		⊗	↓	↘	
2		∅		0	→	1
1	←	0		∅		2
	↘	↑	⊗		↗	↓
∅		2		1	←	0
0	→	1		∅		2
	↖	↓	⊗		↙	↑
∅		2		0	→	1
1	←	0		2		∅
↓	↗		⊗	↑	↘	
2		∅		1	←	0

2.2. Subjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
↓	↗		⊗		↖	↓
1		∅		∅		1

1	→	2		2	←	1
↑	↘		⊗		↙	↑
0		∅		∅		0

0		∅		∅		0
↓	↖		⊗		↗	↓
1	→	2		2	←	1

1		∅		∅		1
↑	↘		⊗		↙	↑
0	←	2		2	→	0

2.3. Transjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
	↘	↑	⊗	↑	↙	
∅		1		1		∅

1	→	2		2	←	1
	↖	↓	⊗	↓	↗	
∅		0		0		∅

0		∅		∅		0
↑	↘		⊗		↙	↑
2	←	1		1	→	2

1		∅		∅		1
↓	↖		⊗		↗	↓
2	→	0		0	←	2

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Zahlenfelder für triadische Systemrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zu einer Arithmetik dreidimensionaler Objekte

1. Gegeben sei eine Menge von zwei Peanozahlen

$$P = (0, 1)$$

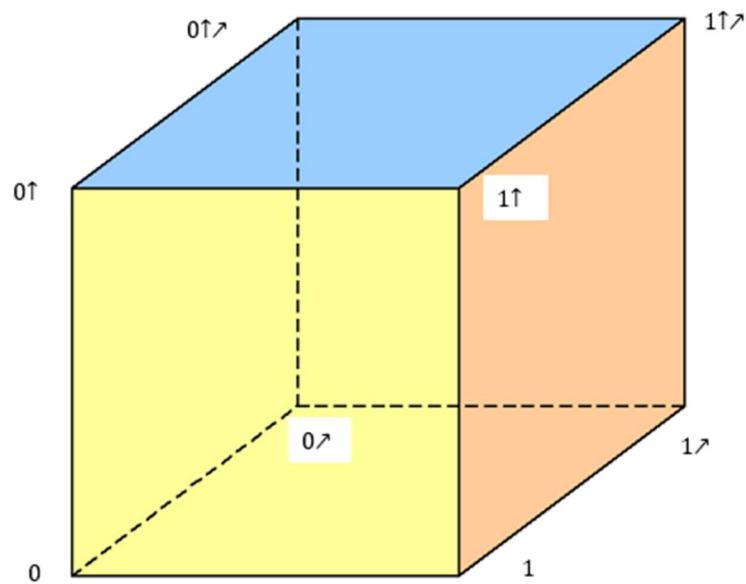
und eine Menge von Richtungen

$$R = (\rightarrow, \leftarrow, \uparrow, \downarrow, \nearrow, \swarrow, \nwarrow, \searrow),$$

dann kann man alle Punkte eines Kubus allein durch die Menge

$$M = (P, \rightarrow, \uparrow, \nearrow)$$

bestimmen.



2. Das bedeutet also, daß die in Toth (2015a) definierten drei Zählweisen für zweidimensionale Zahlfelder auch für dreidimensionale Objekte ausreichend sind.

2.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
 & & \times & & \times & & \times & \\
 \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1.
 \end{array}$$

2.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 & \emptyset & 0 & 0 & \emptyset \\
 1 & \emptyset & \emptyset & 1 & \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 & & \times & & \times & & \times & \\
 1 & \emptyset & \emptyset & 1 & \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 & \emptyset & 0 & 0 & \emptyset
 \end{array}$$

2.3. Transjuzente Zählweise

$$\begin{array}{cc}
 0 & \emptyset \\
 \emptyset & 1
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 \emptyset & 0 \\
 1 & \emptyset
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 \emptyset & 0 \\
 1 & \emptyset
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 0 & \emptyset \\
 \emptyset & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \emptyset & 1 \\
 0 & \emptyset
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 1 & \emptyset \\
 \emptyset & 0
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 1 & \emptyset \\
 \emptyset & 0
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cc}
 \emptyset & 1 \\
 0 & \emptyset
 \end{array}$$

Ferner folgt daraus, daß genau jene Punkte eines dreidimensionalen Raumes doppelt eingebettet sind (vgl. Toth 2015b), die durch Peanozahlen mit zwei Richtungen bezeichnet sind.

Die dem Kubus zugehörigen Diagonalen können somit ebenfalls durch M allein bestimmt werden und damit auch die perspektivischen Dichotomien Vorne-Hinten (VH), Oben-Unten (OU), Seitlich links-Seitlich rechts (SlSr)

$$\begin{array}{ll}
 V & [0, 1\uparrow] \\
 H & [0\nearrow, 1\uparrow\searrow]
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 O & [0\uparrow, 1\uparrow\searrow] \\
 U & [0, 1\searrow]
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 Sl & [0, 0\uparrow\searrow] \\
 Sr & [1, 1\uparrow\searrow].
 \end{array}$$

Die räumlichen Diagonalen reduzieren sich damit auf die vier Paare

$$\begin{array}{ll}
 [0, 1\uparrow\searrow] & [1, 0\uparrow\searrow] \\
 [0\searrow, 1\uparrow\searrow] & [1\searrow, 0\uparrow\searrow],
 \end{array}$$

die sich allein durch die Vertauschung der Werte von P unterscheiden.

Literatur

- Toth, Alfred, Arithmetische ontische Ordnungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a
- Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zweidimensionales Zählen im präsemiotischen Vermittlungsraum

1. Während die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix über $P = (1, 2, 3)$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

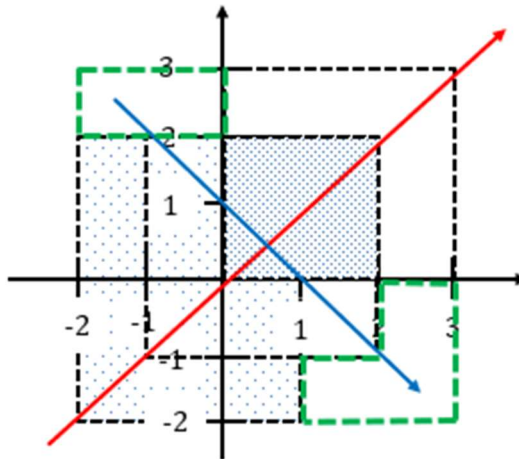
kein weiter auffälliges 2-dimensionales Zählen nach dem folgenden Schema voraussetzt

1 2 3
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$,

bietet der in Toth (2015a) eingeführte präsemiotische Raum, der zwischen dem "ontischen" und dem "semiotischen Raum" vermittelt, aber von Bense (1975, S. 64 ff.) nicht angegeben wird,

	-2	-1	1	2	3
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1	-2.2	-2.3
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1	-1.2	-1.3
1	1.-2	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3	3.-2	3.-1	3.1	3.2	3.3

vermöge seiner Darstellung in dem folgenden kartesischen Koordinatensystem



eine "0-freie" Transgression (vgl. Toth 2015b) mit sowohl negativen als auch positiven konstanten Zahlwerten in einer der beiden Dimensionen der entsprechenden Zahlenfelder.

$$O_1 = (-2.-2) \rightarrow (-2.-1) \rightarrow (-2.1) \rightarrow (-2.2) \rightarrow (-2.3)$$

$$= -2$$

$$-2 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

$$O_2 = (-1.-2) \rightarrow (-1.-1) \rightarrow (-1.1) \rightarrow (-1.2) \rightarrow (-1.3)$$

$$= -1$$

$$-2 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

$$O_3 = (1.-2) \rightarrow (1.-1) \rightarrow (1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$$

$$= 1$$

$$-2 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

$$O_4 = (2.-2) \rightarrow (2.-1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (2.3)$$

$$= 2$$

$$-2 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3.$$

Diese Zählung ignoriert somit die y-Achse für $x = 0$ vollständig, da dies der ontische Ort der objektiven, d.h. absoluten oder "apriorischen" Objekte ist, die, da sie uns unzugänglich sind, nicht als Domänenelemente der Metaobjektivationsabbildung der thetischen Setzung von Zeichen in Frage kommen.

Literatur

Toth, Alfred, Die Teilräume des präsemiotischen Raumes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Null als 0-seitig objektabhängige Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zweidimensionale Mehrdeutigkeit der semiotischen Zahlen

1. In Toth (2016) wurde gezeigt, wie aus den zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

$$S^1 = 0(1), (0)1, 1(0), (1)0$$

$$S^2 = 01, 10$$

redundanzfreie Systeme konstruiert werden können. Man rufe sich in Erinnerung, daß n -stellige Folgen für $n \geq 3$ auf 2-stellige reduzierbar sind, d.h. es ist z.B. $010 = 0(10)$ oder $010 = (01)0$. Wegen des Verbotes von Folgen der Form 00 und 11 ist die Reduktion etwa bei $011 = (01)1$ eindeutig, sonst mehrdeutig.

2. Im folgenden werden die redundanzfreien Folgen 1-stelliger und 2-stelliger semiotischer Zahlen für $n = 1$ bis und mit $n = 5$ zusammengestellt.

2.1. 1-stellige semiotische Zahlen

$n = 1$	$0(1), 1(0), (0)1, (1)0$
$n = 2$	$01(0), 10(0), 01(1), 10(1)$
$n = 3$	$010(0), 101(0), 010(1), 101(1)$
$n = 4$	$0101(0), 1010(0), 0101(1), 1010(1)$
$n = 5$	$01010(0), 10101(0), 01010(1), 10101(1)$
...	...

$n = 1$	$(0)1, 0(1), (1)0, 1(0)$
$n = 2$	$(0)01, (0)10, (1)01, (1)10$
$n = 3$	$(0)010, (0)101, (1)010, (1)101$
$n = 4$	$(0)0101, (0)1010, (1)0101, (1)1010$
$n = 5$	$(0)01010, (0)10101, (1)01010, (1)10101$
...	...

2.2. 2-stellige semiotische Zahlen

$n = 1$	$0(01), 1(01), 0(10), 1(10)$
$n = 2$	$01(01), 10(01), 01(10), 10(10)$
$n = 3$	$010(01), 101(01), 010(10), 101(10)$
$n = 4$	$0101(01), 1010(01), 0101(10), 1010(10)$
$n = 5$	$01010(01), 10101(01), 01010(10), 10101(10)$
...	...

n = 1 (01), 0, (01), 1, (10)0, (10)1
n = 2 (01)01, (01)10), (10)01, 10(10)
n = 3 (01)010, (01)101, (10)010), (10101)
n = 4 (01)0101, (01)1010, (10)0101, (10)1010
n = 5 (01)01010, (01)10101, (10)01010, (10)10101
... ...

3. Historisch betrachtet, sind die semiotischen Zahlen natürlich Verwandte der von uns schon in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen, die ortsfunktionale Peanozahlen sind, d.h. es gilt für jede Peanozahl P und jeden ontischen Ort ω

$$P = f(\omega),$$

und somit sind Relationalzahlen dimensionale Zahlen, die nicht auf die Linearität des "Peano-Gänsemarsches" (E. Kronthaler) beschränkt sind. Für eine 1-stellige semiotische Zahl der allgemeinen Form $S = x(y)$ gilt daher

$$x(y) = \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = (y)x$$

und konvers

$$(x)y = \begin{matrix} y \\ x \end{matrix} = y(x).$$

Dementsprechend gilt für 2-stellige semiotische Zahlen der allgemeinen Form $S = xy$

$$x(xy) = \begin{matrix} x \\ x \quad y. \end{matrix}$$

$$(xy)x = \begin{matrix} x \\ x \quad y. \end{matrix}$$

Bereits für $n = 1$ begegnen wir also allen drei in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen Zählweisen, d.h.

der adjazenten Zählweise. Beispiele: (xy) , (yx) ,

der subjazenten Zählweise. Beispiele

$$x(y) = \begin{matrix} x & & y \\ y, & & x \end{matrix} = y(x)$$

und der transjazenten Zählweise. Beispiele

$$x(xy) = \begin{matrix} x & & & & x \\ x & y, & & x & y \end{matrix} = (xy)x.$$

(Man beachte, daß bei diesen beiden Relationen nur die transjazente Zählweise im linken Zahlenfeld, d.h. $(x \rightarrow y)$, nicht aber diejenige im rechten Zahlenfeld, d.h. $(x \rightarrow x)$, eine definierte Zahlenfolge darstellt.)

Sobald die nicht-eingebetteten n-stelligen Zahlenfolgen des Typs $S = xy$ größer als $n = 2$ werden, entstehen rasch äußerst komplexe subjazente und transjazente Relationen zwischen Paaren von nicht-eingebetteten und eingebetteten Zahlen, vgl. z.B.

$$10101(10) = \begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & 1 & 0, & & 1 & & 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 1 & & & 0, & 1 & & & 0, \end{array}$$

ferner ergibt sich eine Form von Unentscheidbarkeit zwischen den Zahlenfolgen $10101(10)$ und $(10)10101$, vgl.

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & & & & 0, & 1 & & & 0 & , \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ 1 & & 0 & & & & , \end{array}$$

denn

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ 1 & 0 & & & & & = (10)10101. \end{array}$$

Literatur

- Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012
- Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015
- Toth, Alfred, Redundanzfreie Systeme der qualitativen semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Zweidimensionale qualitative Zahlen

1. Wie in Toth (2015) gezeigt, lässt sich die horizontale Peano-Zahlenreihe der quantitativen Mathematik in die drei qualitativen, d.h. ortsfunktionalen Zählweisen adjazent, subjazent und transjazent differenzieren. Dadurch wird jeder Peanozahl ein zweidimensionales Zahlenfeld zugeordnet, das durch 8 perspektivische und in chiastischer Relation stehende Sub-Zahlenfelder ausgezeichnet ist.

1.1. Adjazente Zählweise

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
	×		×		×		
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

1.2. Subjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
	×		×		×		
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

1.3. Transjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
	×		×		×		
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

2. Will man jedoch nicht nur von links nach rechts bzw. von rechts nach links wie bei den Peanozahlen, sondern gleichzeitig von vorn nach hinten (von hinten nach vorn) oder von unten nach oben (von oben nach unten) zählen, dann müssen die aus den ontotopologischen Strukturschemata stammenden qualitativen topologischen Zahlen eingeführt werden (vgl. Toth 2017a). Danach gibt es genau 60 topologische Zahlen, die in offene, halboffene und abgeschlossene unterschieden werden.

2.1. Abgeschlossene Zahlen

$0^{1_1} \subset 1^{1_1}$	$0^{1_1} \subseteq 1^{1_1}$	$0^{1_1} \cap 1^{1_1}$	$0^{1_1} \cup 1^{1_1}$	$0^{1_1} \cup \emptyset \cup 1^{1_1}$
$0^1 \subset 1^{1_1}$	$0^1 \subseteq 1^{1_1}$	$0^1 \cap 1^{1_1}$	$0^1 \cup 1^{1_1}$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1^{1_1}$
$0_1 \subset 1^{1_1}$	$0_1 \subseteq 1^{1_1}$	$0_1 \cap 1^{1_1}$	$0_1 \cup 1^{1_1}$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1^{1_1}$
$0 \subset 1^{1_1}$	$0 \subseteq 1^{1_1}$	$0 \cap 1^{1_1}$	$0 \cup 1^{1_1}$	$0 \cup \emptyset \cup 1^{1_1}$

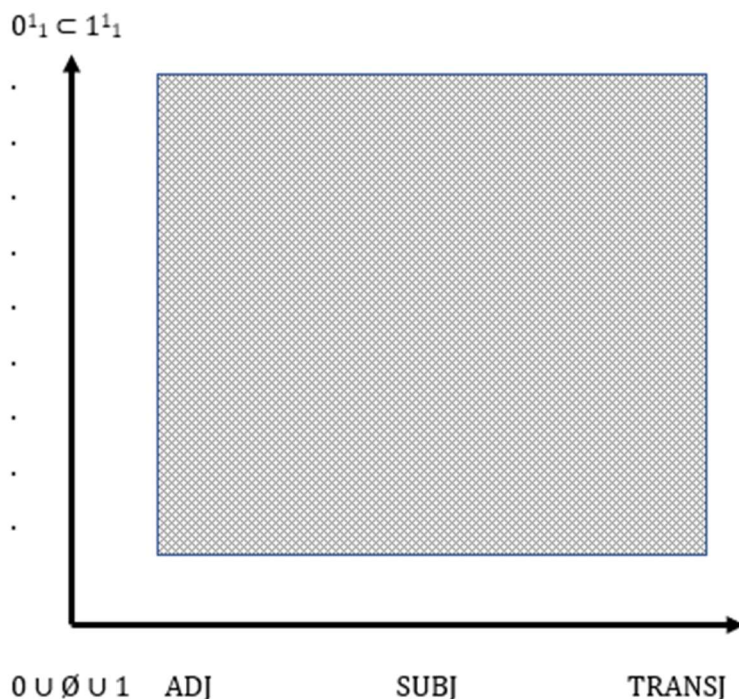
2.2. Halboffene Zahlen

$0^{1_1} \subset 1_1$	$0^{1_1} \subseteq 1_1$	$0^{1_1} \cap 1_1$	$0^{1_1} \cup 1_1$	$0^{1_1} \cup \emptyset \cup 1_1$
$0^1 \subset 1_1$	$0^1 \subseteq 1_1$	$0^1 \cap 1_1$	$0^1 \cup 1_1$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1_1$
$0_1 \subset 1_1$	$0_1 \subseteq 1_1$	$0_1 \cap 1_1$	$0_1 \cup 1_1$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1_1$
$0 \subset 1_1$	$0 \subseteq 1_1$	$0 \cap 1_1$	$0 \cup 1_1$	$0 \cup \emptyset \cup 1_1$

2.3. Offene Zahlen

$0^{1_1} \subset 1$	$0^{1_1} \subseteq 1$	$0^{1_1} \cap 1$	$0^{1_1} \cup 1$	$0^{1_1} \cup \emptyset \cup 1$
$0^1 \subset 1$	$0^1 \subseteq 1$	$0^1 \cap 1$	$0^1 \cup 1$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1$
$0_1 \subset 1$	$0_1 \subseteq 1$	$0_1 \cap 1$	$0_1 \cup 1$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1$
$0 \subset 1$	$0 \subseteq 1$	$0 \cap 1$	$0 \cup 1$	$0 \cup \emptyset \cup 1$

Man kann somit zum ersten Mal arithmetisch und topologisch bzw. topologisch und arithmetisch GLEICHZEITIG zählen. Man beachte, daß dies bei den ebenfalls 2-dimensionalen komplexen Zahlen nicht möglich ist, da man dort von Punkt zu Punkt in der Gaußschen Zahlenebene springt, aber nicht wirklich zweidimensional zählt.



Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Topologische Zahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017a

Toth, Alfred, Vollständige Arithmetik der qualitativen Topologie 1-60. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017a

Ein- und zweidimensionale Darstellung semiotischer Morphismen

1. Die kategoriethoretische Semiotik geht bekanntlich auf Bense (1981, S. 124 ff.) zurück. So kann man die Subzeichenzahlen der kleinen Matrix wie folgt durch Morphismen, d.h. durch mathematisch definierte Semiosen substituieren

$$(1.1) \leftrightarrow \text{id}_1$$

$$(2.2) \leftrightarrow \text{id}_2$$

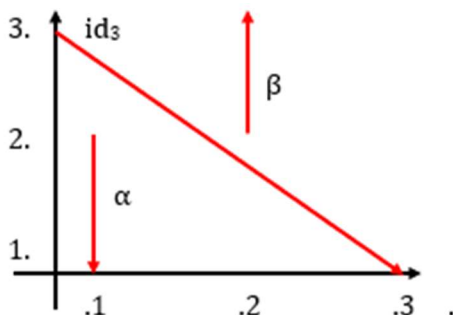
$$(3.3) \leftrightarrow \text{id}_3$$

$$(1.2) \leftrightarrow \alpha \quad (2.1) \leftrightarrow \alpha^\circ$$

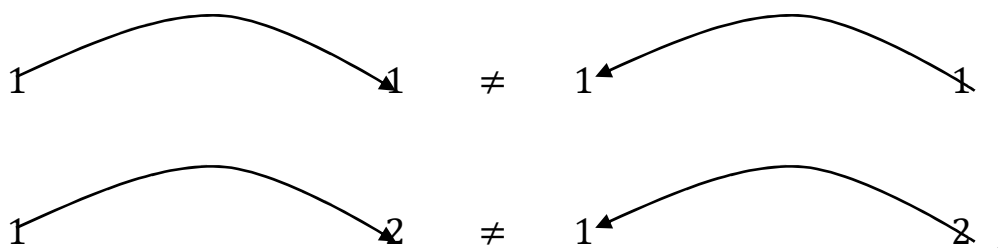
$$(2.3) \leftrightarrow \beta \quad (3.2) \leftrightarrow \beta^\circ$$

$$(1.3) \leftrightarrow \beta\alpha \quad (3.1) \leftrightarrow \alpha^\circ\beta^\circ.$$

Geht man von einer 2-dimensionalen, der benseschen Matrix angenäherten, Darstellungsweise der Subzeichenzahlen aus, so besteht tatsächlich Bijektion zwischen jeder Subzeichenzahl und ihrem Morphismus, vgl. z.B.



2. Bedient man sich jedoch der 1-dimensionalen Peano-folge, so benötigt, wie in Toth (2019) dargelegt wurde, jede Subzeichenzahl der Form $S = (x.y)$ ein Paar von Morphismen (selbst dann, wenn $x = y$) gilt, vgl. z.B.



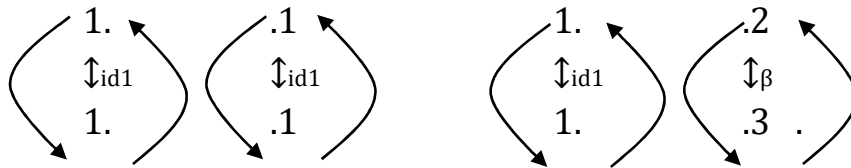
d.h. es gibt keine Bijektion mehr, da der logische Identitätssatz aufgehoben ist.

3. Bildet man Paare von Subzeichenzahlen aufeinander ab, müssen die triadischen Hauptwerte (x) und die trichotomischen Stellenwerte ($.x$) ($x, y \in (1,$

2, 3)) auch bei 2-dimensionaler Darstellung durch Paare von Morphismen dargestellt werden, vgl. etwa

$$\begin{array}{cc}
 1. & .1 & & 1. & .2 \\
 \Downarrow_{id1} & \Downarrow_{id1} & & \Downarrow_{id1} & \Downarrow_{\beta} \\
 1. & .1 & & 1. & .3.
 \end{array}$$

Wegen der in Toth (2019) gewonnenen Erkenntnisse besteht allerdings auch in diesen Fällen keine Bijektion



Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Spiralförmige Darstellung genuiner Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Zweidimensionale Zählweisen

1. Bekanntlich ist die Peanozählweise 1-dimensional

$$G = (1, 2, 3, \dots, n).$$

Die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Zeichenzahlen

$$P = (1, 2, 3)$$

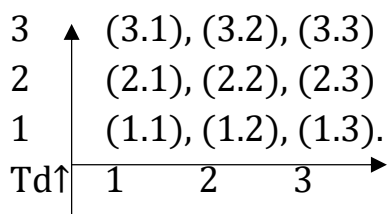
sind also eine Teilmenge $G \subset P$.

2. Dagegen sind die kartesischen Produkte, die sogenannten Subzeichen, seit Bense (1975, S. 37) definiert durch

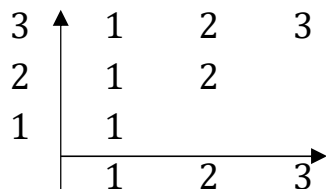
$$S \subseteq (P \times P),$$

d.h. sie werden 2-dimensional gezählt. Ihre Darstellungsweise ist bekanntlich (vgl. Toth 2010)

Tt→



3. Ebenfalls 2-dimensional ist die polykontexturale Zählweise (vgl. Kronthaler 1986, S. 31)



Während also die zweidimensionalen S-Zahlen der Zählweise der komplexen Zahlen (in einem Gaußschen Zahlenfeld) folgen, ist diejenige der polykontexturalen Tritozahlen stellenwertabhängig. Sie ist jedoch für die drei Arten von polykontexturalen Zahlen (Proto-, Deutero- und Tritozahlen) verschieden.

4. Schließlich sind auch die in Toth (2016) behandelten ortsfunktionalen Zahlen, die auf $G = f(\omega)$, d.h. der Ortsabhängigkeit der Peanozahlen, definiert sind, 2-dimensional. Hier werden drei verschiedene Zählweisen unterschieden.

4.1. Adjazente Zählweise

0	1		1	0		∅	∅		∅	∅
∅	∅		∅	∅		0	1		1	0
		×						×		
1	0		0	1		∅	∅		∅	∅
∅	∅		∅	∅		1	0		0	0

4.2. Subjazente Zählweise

0	∅		∅	0		∅	0		0	∅
1	∅		∅	1		∅	1		1	∅
		×						×		
1	∅		∅	1		∅	1		1	∅
0	∅		∅	0		∅	0		0	∅

4.3. Transjazente Zählweise

0	∅		∅	0		∅	0		0	∅
∅	1		1	∅		1	∅		∅	1
		×						×		
1	∅		∅	1		∅	1		1	∅
∅	0		0	∅		0	∅		∅	0

Hier wird also nicht nur vertikal und diagonal, sondern auch linear 2-dimensional gezählt. Adjazente Zahlen unterscheiden sich also von Peanozahlen nur durch ihre Position innerhalb ihres zugehörigen Zählschemas, nicht aber durch den Stellenwert und sind somit sowohl von den komplexen Zahlen und den Subzeichenzahlen, als auch von den polykontexturalen Zahlen verschieden.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Zweidimensionale Zahlen-tupel

1. Kaehr (2012, S. 6) hatte folgende vier kombinatorischen Zahlen unterschieden

types \ values	aa	ab	ba	bb	Kombinatorik
<i>Boolean</i>	aa	ab	ba	bb	m^n
<i>Mersennian</i>	aa	ab	ba	-	$2^n - 1$
<i>Brownian</i>	aa	ab	-	bb	$\binom{n+m-1}{n}$
<i>Stirling trito</i>	aa	ab	-	-	$\sum_{k=1}^M S(n, k)$

Während also die Boole-Zahlen die einzigen sind, die alle Kombination der Menge $P = (a, b)$ aufweisen, kann mit den Mersenne-Zahlen nicht zwischen (a, a) und (b, b) unterschieden werden. Die Brown-Zahlen unterscheiden nicht zwischen (a, b) und (b, a) , und die Stirling-Zahlen (Trito-Zahlen) vereinigen im Falle von P die Eigenschaften der Mersenne- und der Brown-Zahlen (vgl. Toth 2019).

2. Außer den polykontexturalen Zahlen, ist jedoch allen diesen Zahlen gemeinsam, daß sie eindimensional sind, d.h. sie weisen die gleiche Linearität auf, wie es die Peanozahlen tun. Daß dies für Proto-, Deutero- und Tritozahlen nicht gilt, hatte bereits Kronthaler (1986, S. 31) gezeigt. Zweidimensional sind auch die ortsfunktionalen Zahlen (vgl. Toth 2016). Bei ihnen wird das boolesche kombinatorische System

$$B = (aa, ab, ba, bb)$$

abgebildet auf

$$B^* = ((aa, ab, ba, bb), (a^a, a^b, b^a, b^b), (a_a, a_b, b_a, b_b), (a_a, a_b, b_a, b_b), (a_a, a_b, b_a, b_b)),$$

d.h. zweidimensionale Zählung des eindimensionalen Quadrupels B führt zu einer Menge von 5 Quadrupeln. B^* umfaßt also B sowie die im Kaehrschen Schema noch fehlenden ortsfunktionalen Zahlen der Form $P = f(\omega)$, also die funktionelle Abhängigkeit einer Peanozahl P von einem Ort ω . Bekanntlich führt die zweidimensionale Darstellung von B^* zu 3 Systemen von 2 mal 4 zu einander dualen Quadrupeln von Quadrupeln, je nachdem, ob die Zählung horizontal (adjazent), vertikal (subjazent) oder diagonal (transjazent) ist.

2.1. Adjazente Zählweise

a	b		b	a		b	a		a	b
		×			×			×		
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
					×					
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
					×			×		
a	b		b	a		b	a		a	b

2.2. Subjazente Zählweise

a			∅	a		∅	a		a	∅
					×			×		
b	∅		∅	b		∅	b		b	∅
					×					
b	∅	×	∅	b		∅	b		b	∅
					×			×		
a	∅		∅	a		∅	a		a	∅

2.3. Transjazente Zählweise

a			∅	a		∅	a		a	∅
					×			×		
∅	b		b	∅		b	∅		∅	b
					×					
∅	b		b	∅		b	∅		∅	b
					×			×		
a	∅		∅	a		∅	a		a	∅.

Literatur

Rudolf Kaehr, "Zu einer Komplementarität in der Graphematik",
http://www.vordenker.de/rk/rk_Komplementaritaet-in-der-Graphematik_2012.pdf

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Kombinatorische Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Zweidimensionalität der Abbildungszahlen

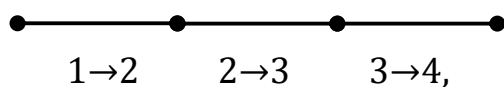
1. In Toth (2019a, b) wurden die sog. Abbildungszahlen (dynamische Zahlen) eingeführt und den entitätischen (statischen) Zahlen gegenübergestellt. Ein Beispiel für $P(\text{ent})$ sind etwa die Peanozahlen

$$P(\text{ent}) = (1, 2, 3, 4, \dots).$$

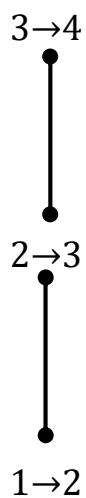
Die zugehörigen Abbildungszahlen sind

$$P(\text{abb}) = ((1 \rightarrow 2), (2 \rightarrow 3), (3 \rightarrow 4) \dots).$$

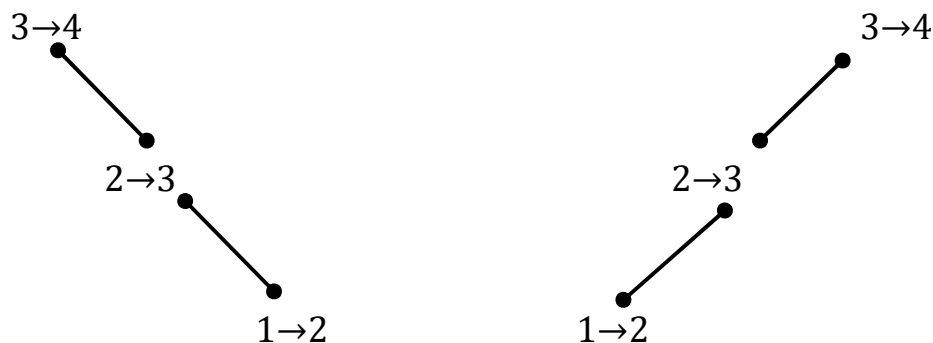
2. Eine Eigenheit der $P(\text{abb})$ besteht nun darin, daß sie, wie die in Toth (2016) eingeführten ortsfunktionalen Zahlen $P = f(\omega)$, zweidimensional sind. Somit können sie horizontal (adjazent) wie in



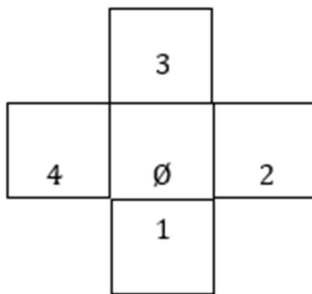
vertikal (subjazent) wie etwa in



oder diagonal (transjazent) wie in



auftreten. Zusätzlich sind die $P(\text{abb})$ aber auch transjunktional, nämlich bei den bereits in Toth (2014) eingeführten Raumfeldzahlen

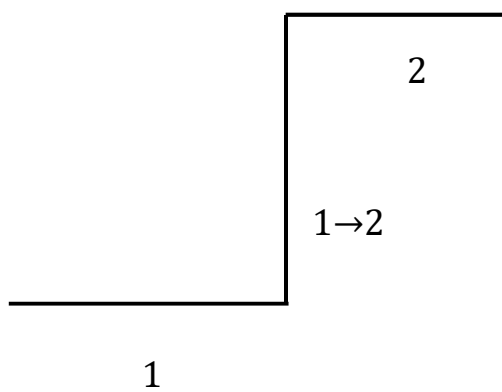


3→4	3	2→3
4	∅	2
4→1	1	1→2

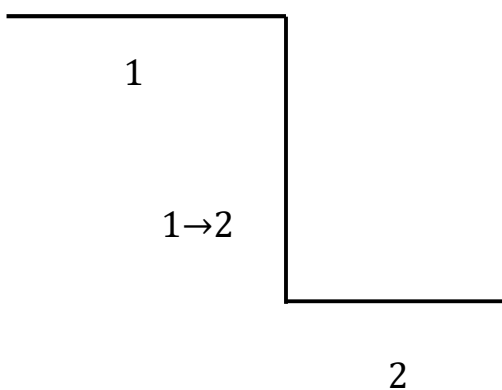
2.

Topologisch lassen sich die $P(\text{abb})$ bemerkenswerterweise auf nur 2 Strukturtypen reduzieren, die wir nach den Teilrelationen der possessiv-copossessiven Relation bezeichnen wollen.

2.1. $P(\text{abb})$ bei PC

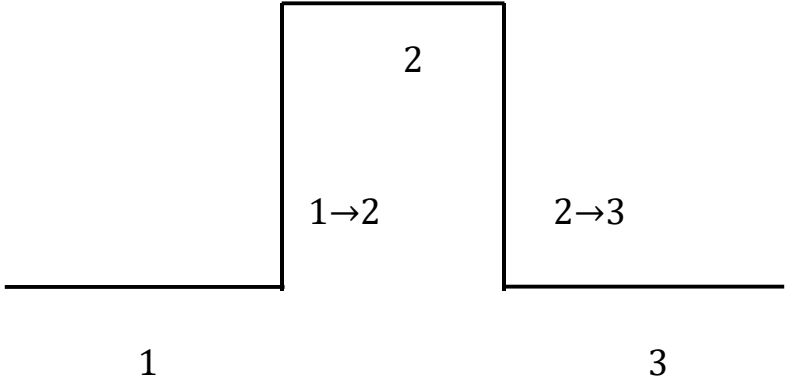


2.2. $P(\text{abb})$ bei CP

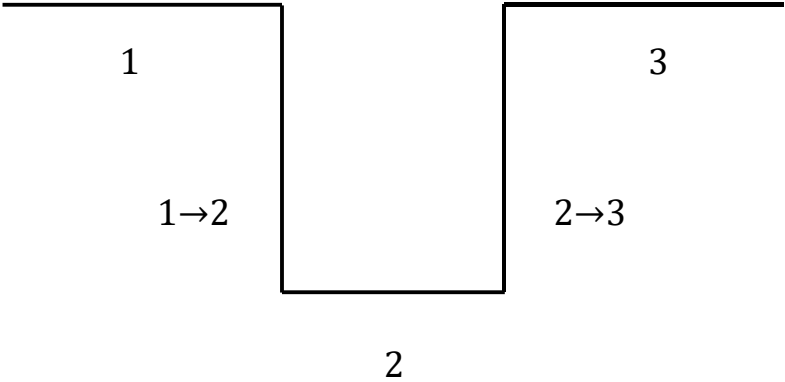


Die beiden verbleibenden P -Teilrelationen, CC und CC° , lassen sich durch Konkatenation bzw. converse Katenation aus 2.1. und 2.2. erzeugen. Sie sind also topologisch nicht-invariant.

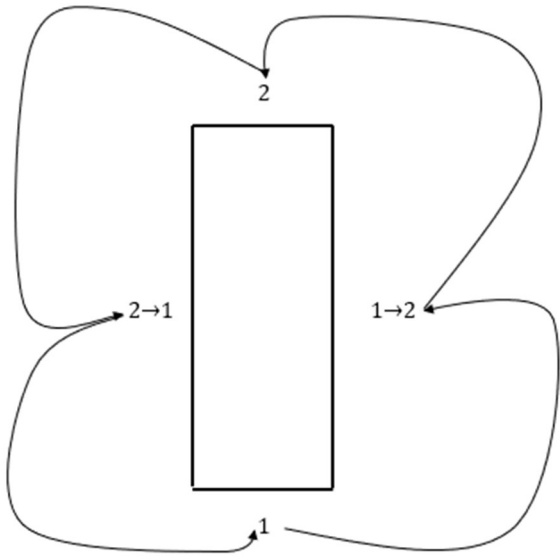
2.3. P(abb) bei CC



2.4. P(abb) bei CC°



In Sonderheit erhält man durch $CC \cup CC^\circ$ folgende interessante topologische Struktur.



Literatur

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Topologische Modelle für Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Das vollständige System der Operatoren 2-dimensionaler ortsfunktionaler Zahlen

1. Wir wollen die in Toth (2012, 2015) sowie in weiteren Arbeiten eingeführten Relationalzahlen für 2-dimensionale ortsfunktionale Zahlen (vgl. Toth 2016) erweitern, so daß jedes Teilfeld des adjazenten, subjazenten und transjzenten Zahlfeldes bijektiv auf eine Relationalzahl abgebildet werden kann.

2.1. Adjazente Zählweise

S	0	∅	∅
∅	∅	S	0

0	S	∅	∅
∅	∅	0	S

2.2. Subjzente Zählweise

S	∅	∅	S
0	∅	∅	0

0	∅	∅	S
S	∅	∅	0

2.3. Transjzente Zählweise

S	∅	∅	S
∅	0	0	∅

0	∅	∅	0
∅	S	S	∅

3. Es seien folgende Operatoren eingeführt.

Adj = ($\overset{\curvearrowright}{\curvearrowright}$, $\overset{\curvearrowleft}{\curvearrowleft}$; $\overset{\curvearrowright}{\curvearrowright}$, $\overset{\curvearrowleft}{\curvearrowleft}$)

Subj = (\downarrow , \downarrow , \uparrow , \uparrow)

Transj = (\curvearrowright , \curvearrowright ; \curvearrowleft , \curvearrowleft)

Für P = (1, 2) bekommen wir also

$\overset{\curvearrowright}{\curvearrowright}(1, 2) =$	1	2
	∅	∅
$\overset{\curvearrowleft}{\curvearrowleft}(1, 2) =$	2	1
	∅	∅
$\overset{\curvearrowright}{\curvearrowright}(1, 2) =$	∅	∅
	1	2
$\overset{\curvearrowleft}{\curvearrowleft}(1, 2) =$	∅	∅
	2	1
$\downarrow(1, 2) =$	1	∅
	2	∅
$\downarrow(1, 2) =$	∅	1
	∅	2
$\uparrow(1, 2) =$	2	∅
	1	∅
$\uparrow(1, 2) =$	∅	2
	∅	1
$\curvearrowright(1, 2) =$	∅	2
	1	∅
$\curvearrowright(1, 2) =$	∅	1
	2	∅
$\curvearrowleft(1, 2) =$	1	∅
	∅	2
$\curvearrowleft(1, 2) =$	2	∅
	∅	1.

Für jede Zahl P gilt also nicht nur Ortsfunktionalität

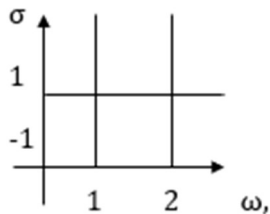
$$P = f(\omega),$$

sondern auch Stufenfunktionalität

$$P = f(\sigma),$$

d.h. es ist

$$P = f(\omega, \sigma):$$



und damit können wir die 12 Operatoren über $P = (1, 2)$, d.h. den einfachsten Fall mit 2 Orten und 2 Stufen, wie folgt in der Form von 2-dimensionalen Relationalzahlen notieren.

$$\hat{\curvearrowright}(1, 2) = R^{1,2}$$

$$\hat{\curvearrowleft}(1, 2) = R^{2,1}$$

$$\hat{\curvearrowup}(1, 2) = R^{-1,2}$$

$$\hat{\curvearrowdown}(1, 2) = R^{-2,1}$$

$$\downarrow(1, 2) = R^{1,-1}$$

$$\downarrow(1, 2) = R^{1,-2}$$

$$\uparrow(1, 2) = R^{-1,1}$$

$$\uparrow(1, 2) = R^{-1,2}$$

$$\hat{\curvearrowright}(1, 2) = R^{-1,1,2}$$

$$\hat{\curvearrowleft}(1, 2) = R^{-1,2,1}$$

$$\hat{\curvearrowup}(1, 2) = R^{1,-1,2}$$

$$\hat{\curvearrowdown}(1, 2) = R^{1,-2,1}$$

Wir haben also folgende duale Paare.

$$\hat{\curvearrowright}(1, 2) = R^{1,2} \quad \times \quad \hat{\curvearrowleft}(1, 2) = R^{2,1}$$

$$\hat{\curvearrowup}(1, 2) = R^{-1,2} \quad \times \quad \hat{\curvearrowdown}(1, 2) = R^{-2,1}$$

$$\downarrow(1, 2) = R^{1,-1} \quad \times \quad \downarrow(1, 2) = R^{1,-2}$$

$$\uparrow(1, 2) = R^{-1,1} \quad \times \quad \uparrow(1, 2) = R^{-1,2}$$

$$\hat{\curvearrowright}(1, 2) = R^{-1,1,2} \quad \times \quad \hat{\curvearrowleft}(1, 2) = R^{-1,2,1}$$

$$\hat{\curvearrowup}(1, 2) = R^{1,-1,2} \quad \times \quad \hat{\curvearrowdown}(1, 2) = R^{1,-2,1}$$

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Orte und Stufen im semiotischen Zahlenfeld

1. Im Toth (2020a) waren wir vom System der folgenden Abbildungen semiotischer Kategorien und Peircezahlen auf die systemtheoretische Dichotomie von Außen (A) und Innen (I) ausgegangen:

Kategorie	Peircezahl	A/I
M	1	$(I \rightarrow A)$
O	2	$(I \rightarrow A) \rightarrow A$
I	3	$((I \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow I.$

Das semiotische Mittel ist ja, wie das Objekt, das es bezeichnet, ein Objekt, gehört also der Außenwelt des Zeichens an. Hingegen ist der drittheitliche Interpretantenbezug das Zeichen selbst, so daß bekanntlich das Zeichen als Innen sich selbst im Sinne seiner Autoreproduktivität enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67).

Damit ergaben sich folgende Abbildungen der semiotischen Kategorien auf die Dichotomie A/I:

$$\begin{array}{l} M, O \rightarrow A \\ I \rightarrow I. \end{array}$$

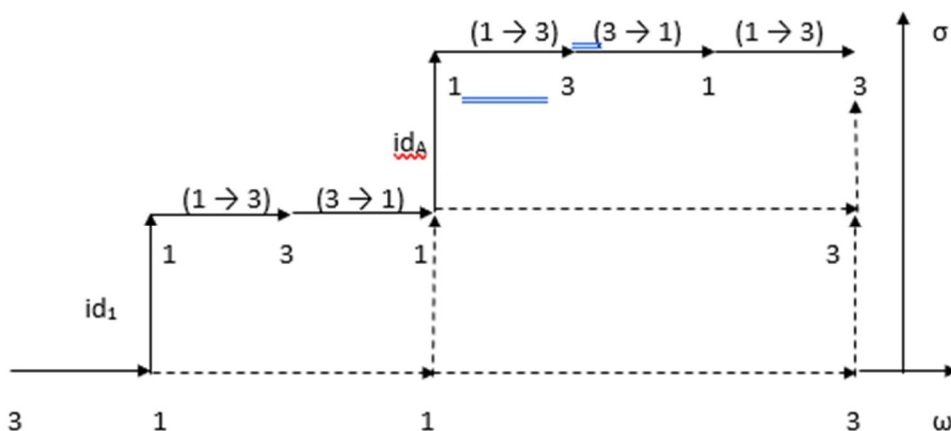
Wir erhielten damit als kategorientheoretische Basis der Zeichenrelation als einer 3-stelligen gestuften „Relation über Relationen“, die auf ihre tiefste, systemtheoretische Basis zurückgeführt ist:

$$ZR^{3,3} = (\alpha \rightarrow ((\alpha \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha^\circ \rightarrow \alpha))).$$

Vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie folgte daraus sofort

$$P = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

und wir konnten das zugehörige qualitative Feld der Peircezahlen (vgl. Toth 2020b) wie folgt skizzieren.



2. In einem semiotischen Zahlenfeld gilt somit $ZR^{3,3} = Z(\omega, \sigma)$ mit $\omega = \sigma = (1, 2, 3)$,

worin ω für den (horizontalen) Ort einer Zahl und σ für seine (vertikale) Stufe steht. Diese Gleichung drückt also den bemerkenswerten Sachverhalt aus, daß für eine n-adische und n-tomische Relation n zugleich die Anzahl ω und die Anzahl σ angibt. Orte und Stufen sind somit nicht 2-dimensional unabhängig von der Stelligkeit einer Relation. Wir schreiben daher eine Zahl in der Form

$Z_{\omega,\sigma}$.

Wie man ferner sieht, erscheinen die gleichen Zahlen auf allen Stufen. Dann nun aber $\omega = \sigma$ gilt, genügt ein Index, und wir können vereinfacht schreiben

$\omega = 1$ $3_1, 1_1, 1_1, 3_1$

$\omega = 2$ $1_2, 3_2, 1_2, 3_2$

$\omega = 3$ $1_3, 3_3, 1_3, 3_3$

mit $1_1 \neq 1_2 \neq 1_3$, usw.

Vermöge der Ergebnisse aus Toth(2020c) erhalten wir weiter

$Z = f(\omega, \sigma) = O = f(\omega, \sigma)$,

d.h. die semiotisch-ontische Isomorphie gilt auch für Zeichen der Form $Z_{\omega,\sigma}$. Ein Objekt kann daher in der Form $O_{\omega,\sigma}$ geschrieben werden.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020a

Toth, Alfred, Abbildungen von invarianten ontischen Raumrelationen 1-9. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020b

Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld in der Ontik 1-8. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020c

Komplementarität im semiotischen Zahlenfeld

1. Im Toth (2020a) waren wir vom System der folgenden Abbildungen semiotischer Kategorien und Peircezahlen auf die systemtheoretische Dichotomie von Außen (A) und Innen (I) ausgegangen:

Kategorie	Peircezahl	A/I
M	1	$(I \rightarrow A)$
O	2	$(I \rightarrow A) \rightarrow A$
I	3	$((I \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow I.$

Das semiotische Mittel ist ja, wie das Objekt, das es bezeichnet, ein Objekt, gehört also der Außenwelt des Zeichens an. Hingegen ist der drittheitliche Interpretantenbezug das Zeichen selbst, so daß bekanntlich das Zeichen als Innen sich selbst im Sinne seiner Autoreproduktivität enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67).

Damit ergaben sich folgende Abbildungen der semiotischen Kategorien auf die Dichotomie A/I:

$$\begin{array}{l} M, O \rightarrow A \\ I \rightarrow I. \end{array}$$

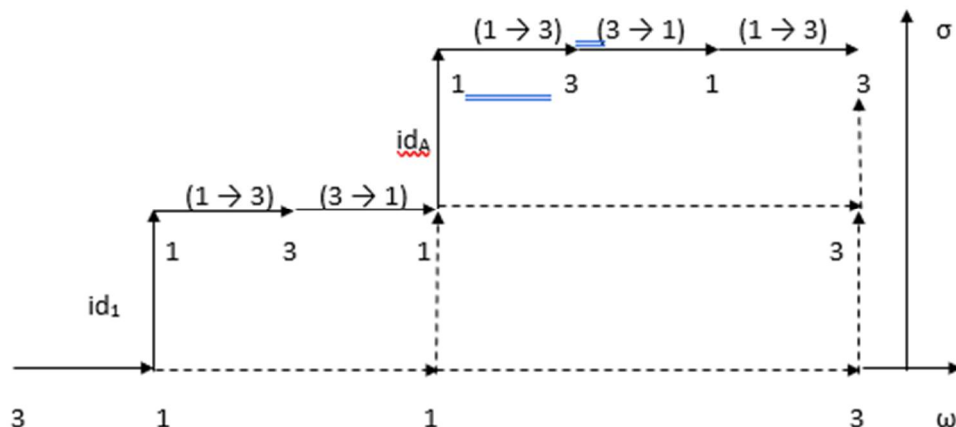
Wir erhielten damit als kategorientheoretische Basis der Zeichenrelation als einer 3-stelligen gestuften „Relation über Relationen“, die auf ihre tiefste, systemtheoretische Basis zurückgeführt ist:

$$ZR^{3,3} = (\alpha \rightarrow ((\alpha \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha^\circ \rightarrow \alpha))).$$

Vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie folgte daraus sofort

$$P = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

und wir konnten das zugehörige qualitative Feld der Peircezahlen (vgl. Toth 2020b) wie folgt skizzieren.



In einem semiotischen Zahlenfeld gilt somit (vgl. Toth 2020c)

$$ZR^{3,3} = Z(\omega, \sigma) \text{ mit } \omega = \sigma = (1, 2, 3),$$

worin ω für den (horizontalen) Ort einer Zahl und σ für seine (vertikale) Stufe steht. Diese Gleichung drückt also den bemerkenswerten Sachverhalt aus, daß für eine n-

adische und n-tomische Relation n zugleich die Anzahl ω und die Anzahl σ angibt. Orte und Stufen sind somit nicht 2-dimensional unabhängig von der Stelligkeit einer Relation. Wir schreiben daher eine Zahl in der Form

$Z_{\omega,\sigma}$.

Wie man ferner sieht, erscheinen die gleichen Zahlen auf allen Stufen. Dann nun aber $\omega = \sigma$ gilt, genügt ein Index, und wir können vereinfacht schreiben

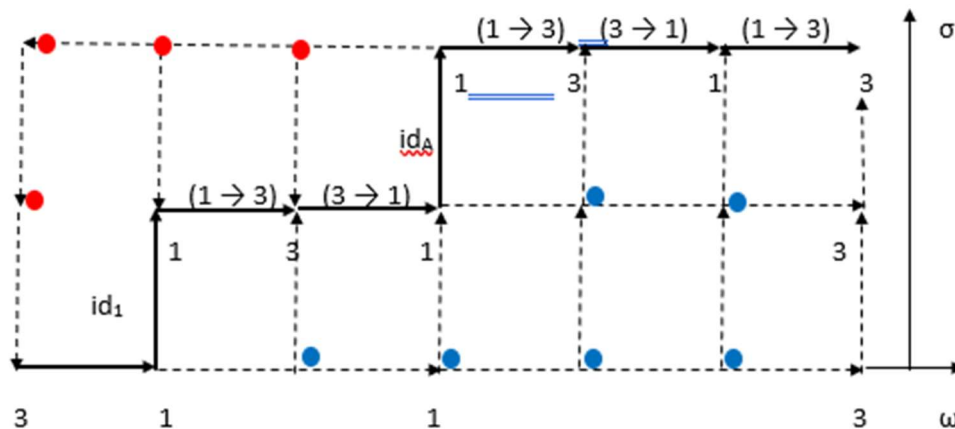
$\omega = 1$ $3_1, 1_1, 1_1, 3_1$

$\omega = 2$ $1_2, 3_2, 1_2, 3_2$

$\omega = 3$ $1_3, 3_3, 1_3, 3_3$

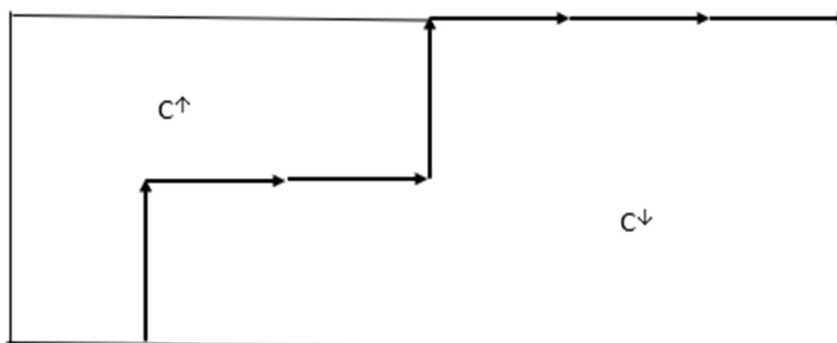
mit $1_1 \neq 1_2 \neq 1_3$, usw.

2. Es gibt allerdings weitere Abbildungen innerhalb von semiotischen, d.h. qualitativen Zahlenfeldern. Sie setzen indessen kategoriale Projektionen voraus, die im folgenden Schema durch rote und blaue Punkte bezeichnet sind.

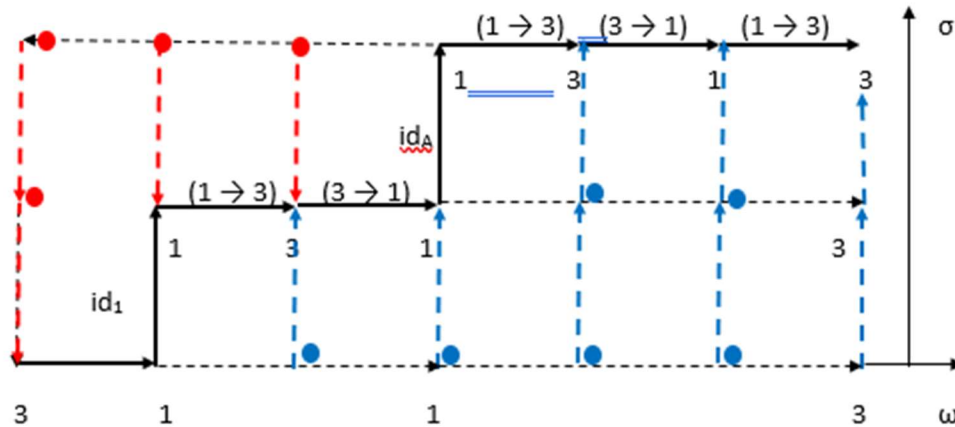


Wie man sieht, kennzeichnen die roten Punkte kategoriale Projektionen, die einen Raum definieren, den man als aufwärtsgerichtete Komplementarität (C^\uparrow) bezeichnen könnte. Die blauen Punkte hingegen definieren den Raum abwärtsgerichteter Komplementarität (C^\downarrow). Offenbar gilt

$$|C^\uparrow| < |C^\downarrow|.$$



Man beachte auch, daß die kategorialen Projektionen der Form $Z(\omega, \sigma)$ nicht von ω , sondern von σ , also nicht vom Ort, sondern von der Stufe (dem Einbettungsgrad) einer Zahl abhängig sind:



$$C^\uparrow(3) = (3', 3'') \quad C^\downarrow(3'') = (3)$$

$$C^\uparrow(1) = (1'') \quad C^\downarrow(1'') = (1), \text{ usw.}$$

Der einzige Falle von sowohl aufwärts- als auch abwärtsgerichteter Projektion ist:
 $C^\uparrow(3') = (3'')$, $C^\downarrow(3') = (3)$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020a

Toth, Alfred, Abbildungen von invarianten ontischen Raumrelationen 1-9. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020b

Toth, Alfred, Orte und Stufen im semiotischen Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020c

Arithmetik semiotischer Zahlenfelder

1. Nach Bense (1979, S. 53) ist das Zeichen eine triadisch-trichotomische gestufte und „verschachtelte“ Relation bzw. „Relation über Relation“:

ZR (M, O, I) =									
ZR (M, M=>O, M=>O=>I) =									
ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.)									
ZR (.1. .2. .3.) =									
ZR	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3
				2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
							3.1	3.2	3.3

Die der Zeichenrelation assoziierte Zahlenfolge sollte allerdings nicht mit der Folge A002260 (OEIS) verwechselt werden („counting again and again“), sie sieht also NICHT wie folgt aus

$a \rightarrow (a \rightarrow b)$
 $a \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c)$
 $a \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d)$
 $a \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e),$
 sondern wie folgt:

$a \rightarrow (a \rightarrow b)$
 $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c))$
 $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d)))$
 $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e))))).$

Setzt man nun

$M \rightarrow a$
 $O \rightarrow b$
 $I \rightarrow c$
 $J \rightarrow d$
 $K \rightarrow e,$

wobei (M, O, I) die drei fundamentalen Kategorien der Semiotik sind, die mit den ersten drei Peircezahlen (vgl. Toth 2010) korrespondieren und d und e weitere Interpretanten sind, die für die triadisch-trichotomische Semiotik nicht definiert sind (vgl. Toth 2014), dann bekommt man die folgende Hierarchie für Zeichenrelationen der Form R^n , wobei $n \rightarrow \square$:

$R^1 = M$
 $R^2 = (M \rightarrow (M \rightarrow O))$
 $R^3 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$
 $R^4 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J))))$
 $R^5 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K))))),$ usw.

Die dazu gehörenden Folgen und Teilfolgen der entsprechenden Peircezahlen sind:

$R^1 = 1$
 $R^2 = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$
 $R^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$$R^4 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4))))$$

$$R^5 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5))))),$$

usw.

2. Die relationale Darstellung verschachtelter Relationen setzt, wie in Toth (2020) ausgeführt, die Darstellung in einem 2-dimensionalen Zahlenfeld voraus. Für eine Zeichenrelation Z gilt

$$Z = f(\omega, \sigma),$$

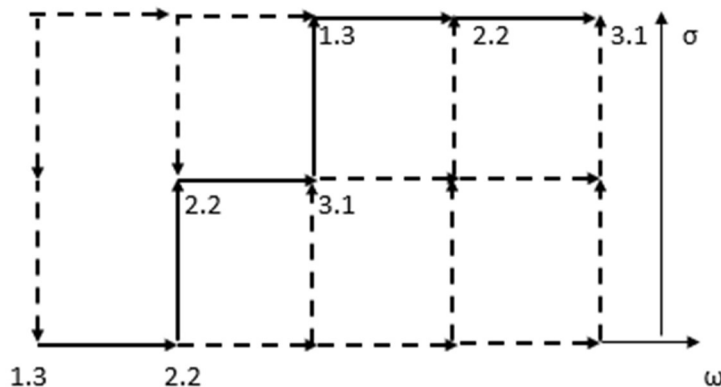
wobei ω der (horizontale) Ort und σ die (vertikale) Einbettungsstufe sind. Zur Darstellung von Z^3 gehen wir aus von

$$Z^3 = (3.x, 2.y, 1.z) \text{ mit } x, y, z \in (1, 2, 3)$$

und bekommen durch relationale Umformung

$$Z^3 = (1.z \rightarrow ((2.y \rightarrow 3.x) \rightarrow (1.z \rightarrow 2.y \rightarrow 3.x)))$$

Für $x = 1, y = 2, z = 3$ erhält man dann



Für jedes Subzeichen der Form $S = f(\omega, \sigma)$ gilt also

$$S_i(\omega_i, \sigma_i) \neq S_j(\omega_j, \sigma_j),$$

d.h. es gibt keine gleichen Subzeichen am gleichen Ort und auf der gleichen Stufe.

Subzeichen sind also paarweise erstens durch sich selbst (z.B. $(1.1) \neq (1.2)$), zweitens durch ihren Ort (z.B. $(1.1)\omega_i \neq (1.1)\omega_j$) und drittens durch ihre Stufe (z.B. $(1.1)\sigma_i \neq (1.1)\sigma_j$) unterschieden. Für die im obigen Zahlenfeld analysierte dualidentische Zeichenklasse $\times(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 1.3)$ gilt also

$$\times(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$(1.3)_{1,1} \neq (1.3)_{3,3}$$

$$(2.2)_{2,1} \neq (2.2)_{2,2} \neq (2.2)_{6,3}$$

$$(3.1)_{2,2} \neq (3.1)_{5,3}$$

Wie man leicht sieht, gilt ferner

$$n(R) = \sigma,$$

d.h. die relationale Stelligkeit ist gleich der Zahl der Einbettungsstufen einer Relation.

(Einfacher Beweis unter Benutzung von Bense 1979, S. 53 u. 64.)

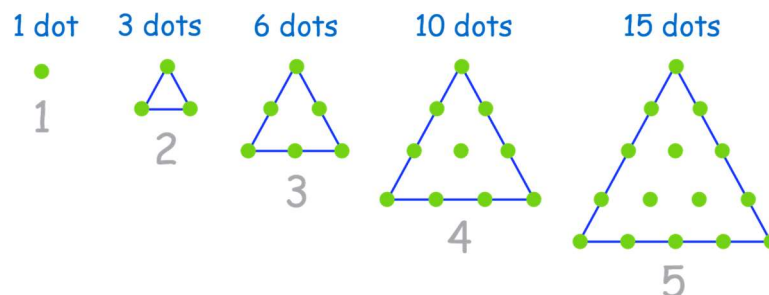
Läßt sich aber auch der Ort ω berechnen? Vergleichen wir die Anzahl von ω relativ zu den Einbettungsstufen:

R^n	ω
$R^1 = 1$	1
$R^2 = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$	3
$R^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$	6
$R^4 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4))))$	10
$R^5 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5))))$	15

Wie man sogleich sieht, gehören die Werte für ω zu den Dreieckszahlen (OEIS Folge A000217):

0, **1**, **3**, **6**, **10**, **15**, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431

die bekanntlich durch Einsetzung in $\frac{1}{2} (n (n + 1))$ berechnet werden und darin der Wert 0 für R^1 steht, also die leere semiotische Kategorie, die von Bense (1975, S. 64 f.) für das vom Zeichen bezeichnete Objekt bestimmt wurde. Während also der Einbegriff eines Zeichens (σ) durch die Stelligkeit, d.h. den Wert n von R^n bestimmt ist, folgt die Anzahl ontischer Orte (ω), den die involvierten Kategorien bzw. ihre zugehörigen Peircezahlen einnehmen, der Folge der Dreieckszahlen. Projiziert man die Werte von ω auf das Dreiecksmodell zurück, erhält man



die sich damit mühelos im semiotischen Grundmodell, dem Dreiecksmodell für R^3 , eintragen lassen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Zu einer mehrwertigen semiotischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

Kategoriale Projektionen von Subzeichen in semiotischen Zahlenfeldern

1. Nach Bense (1979, S. 53) ist das Zeichen eine triadisch-trichotomische gestufte und „verschachtelte“ Relation bzw. „Relation über Relationen“:

ZR (M, O, I) =									
ZR (M, M=>O, M=>O=>I) =									
ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.)									
ZR (.1. .2. .3.) =									
ZR	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3
				2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
							3.1	3.2	3.3

Die der Zeichenrelation assoziierte Zahlenfolge ist demnach:

- $a \rightarrow (a \rightarrow b)$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c))$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d)))$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e))))$.

Setzt man nun

- $M \rightarrow a$
- $O \rightarrow b$
- $I \rightarrow c$
- $J \rightarrow d$
- $K \rightarrow e,$

wobei (M, O, I) die drei fundamentalen Kategorien der Semiotik sind, die mit den ersten drei Peircezahlen (vgl. Toth 2010) korrespondieren und d und e weitere Interpretanten sind, die für die triadisch-trichotomische Semiotik nicht definiert sind (vgl. Toth 2014), dann bekommt man die folgende Hierarchie für Zeichenrelationen der Form R^n , wobei $n \rightarrow \square$:

- $R^1 = M$
- $R^2 = (M \rightarrow (M \rightarrow O))$
- $R^3 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$
- $R^4 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J))))$
- $R^5 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K))))),$ usw.

Die dazu gehörenden Folgen und Teilfolgen der entsprechenden Peircezahlen sind:

- $R^1 = 1$
- $R^2 = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$
- $R^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$
- $R^4 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4))))$
- $R^5 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5))))),$
- usw.

Die relationale Darstellung verschachtelter Relationen setzt, wie in Toth (2020) ausgeführt, die Darstellung in einem 2-dimensionalen Zahlenfeld voraus. Für eine Zeichenrelation Z gilt

$$Z = f(\omega, \sigma),$$

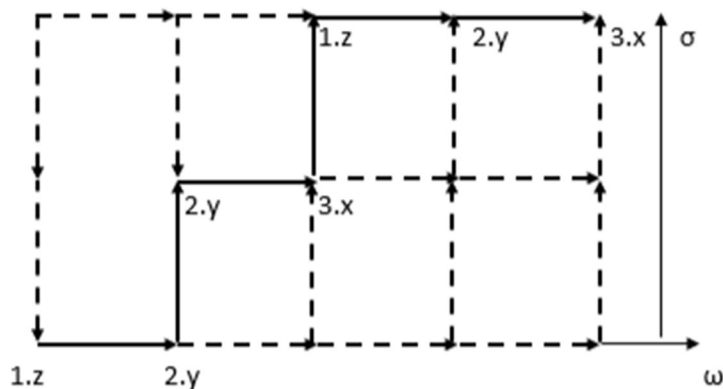
wobei ω der (horizontale) Ort und σ die (vertikale) Einbettungsstufe sind. Zur Darstellung von Z^3 gehen wir aus von

$$Z^3 = (3.x, 2.y, 1.z) \text{ mit } x, y, z \in (1, 2, 3)$$

und bekommen durch relationale Umformung

$$Z^3 = (1.z \rightarrow ((2.y \rightarrow 3.x) \rightarrow (1.z \rightarrow 2.y \rightarrow 3.x))).$$

Damit haben das folgende semiotische Zahlenfeld für die abstrakte Z^3 -Relation



Wie man leicht sieht, gilt

$$n(R) = \sigma,$$

d.h. die relationale Stelligkeit ist gleich der Zahl der Einbettungsstufen einer Relation. (Einfacher Beweis unter Benutzung von Bense 1979, S. 53 u. 64.)

Läßt sich aber auch der Ort ω berechnen? Vergleichen wir die Anzahl von ω relativ zu den Einbettungsstufen:

$$R^n \quad \omega$$

$$R^1 = 1$$

$$1$$

$$R^2 = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$$

$$3$$

$$R^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) \quad 6$$

$$R^4 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4))))$$

$$10$$

$$R^5 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5))))))$$

$$15$$

Wie man sogleich sieht, gehören die Werte für ω zu den Dreieckszahlen (OEIS Folge A000217):

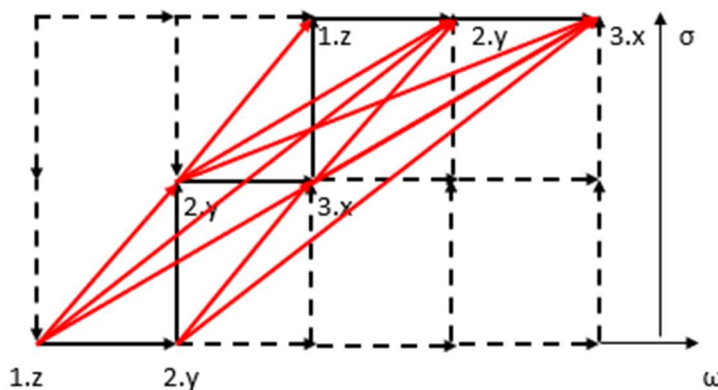
0, **1**, **3**, **6**, **10**, **15**, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431

3. Aus dem semiotischen Zahlenfeld können wir nun die folgenden kategorialen Projektionen für die abstrakten Subzeichen ablesen:

	ω	σ
(1.z)	1	1
(1.z)	3	3
(2.y)	2	1
(2.y)	2	2
(2.y)	4	3
(3.x)	3	2
(3.x)	5	3.

In einem Z^3 -Zahlenfeld tritt also das erstheitliche Subzeichen 2 mal, das zweitheitliche 3 mal und das drittheitliche 2 mal auf. Die drei Subzeichen erscheinen somit in 7 kategorialen Projektionen.

Zwischen diesen 7 kategorialen Projektionen gibt es nun weitere Abbildungen, und zwar neben den bereits im Zahlenfeld eingezeichneten horizontalen oder trichotomischen und den vertikalen oder triadischen auch diagonale. Damit treten also alle 3 Arten von Peircezahlen auf (vgl. Toth 2010).



Die diagonalen Abbildungen sind also:

$$\begin{array}{lll}
 (1.z)_{1,1} \rightarrow (1.z)_{3,3} & (2.y)_{2,1} \rightarrow (2.y)_{4,3} & (3.x)_{3,2} \rightarrow (2.y)_{5,3} \\
 (1.z)_{1,1} \rightarrow (2.y)_{2,1} & (2.y)_{2,1} \rightarrow (3.x)_{3,2} & (3.x)_{3,2} \rightarrow (3.x)_{5,3} \\
 (1.z)_{1,1} \rightarrow (2.y)_{4,3} & (2.y)_{2,1} \rightarrow (3.x)_{5,3} & \\
 (1.z)_{1,1} \rightarrow (3.x)_{3,2} & & \\
 (1.z)_{1,1} \rightarrow (3.x)_{5,3} & &
 \end{array}$$

Literatur

- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010
- Toth, Alfred, Zu einer mehrwertigen semiotischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014
- Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

Das semiotische Zahlenfeld und seine Teilfelder

1. Nach Bense (1979, S. 53) ist das Zeichen eine triadisch-trichotomische gestufte und „verschachtelte“ Relation bzw. „Relation über Relationen“:

ZR (M, O, I) =									
ZR (M, M=>O, M=>O=>I) =									
ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.)									
ZR (.1. .2. .3.) =									
ZR	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3
				2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
							3.1	3.2	3.3

Die der Zeichenrelation assoziierte Zahlenfolge ist demnach:

- $a \rightarrow (a \rightarrow b)$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c))$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d)))$
- $a \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e))))$.

Setzt man nun

- $M \rightarrow a$
- $O \rightarrow b$
- $I \rightarrow c$
- $J \rightarrow d$
- $K \rightarrow e,$

wobei (M, O, I) die drei fundamentalen Kategorien der Semiotik sind, die mit den ersten drei Peircezahlen (vgl. Toth 2010) korrespondieren und d und e weitere Interpretanten sind, die für die triadisch-trichotomische Semiotik nicht definiert sind (vgl. Toth 2014), dann bekommt man die folgende Hierarchie für Zeichenrelationen der Form R^n , wobei $n \rightarrow \square$:

- $R^1 = M$
- $R^2 = (M \rightarrow (M \rightarrow O))$
- $R^3 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$
- $R^4 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J))))$
- $R^5 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K))))),$ usw.

Die dazu gehörenden Folgen und Teilfolgen der entsprechenden Peircezahlen sind:

- $R^1 = 1$
- $R^2 = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$
- $R^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$
- $R^4 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4))))$
- $R^5 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5))))),$ usw.

2. Die relationale Darstellung verschachtelter Relationen setzt, wie in Toth (2020a, b) ausgeführt, die Darstellung in einem 2-dimensionalen Zahlenfeld voraus. Für eine Zeichenrelation Z^5 ($n \in (0, \dots, n)$) gilt

$$Z = f(\omega, \sigma),$$

wobei ω der (horizontale) Ort und σ die (vertikale) Einbettungsstufe sind. Zur Darstellung von Z^4 (vgl. Toth 2020 c) gehen wir aus von

$$Z^4 = (3.w, 2.x, 1.y, 0.z) \text{ mit } w \dots z \in (1, 2, 3)$$

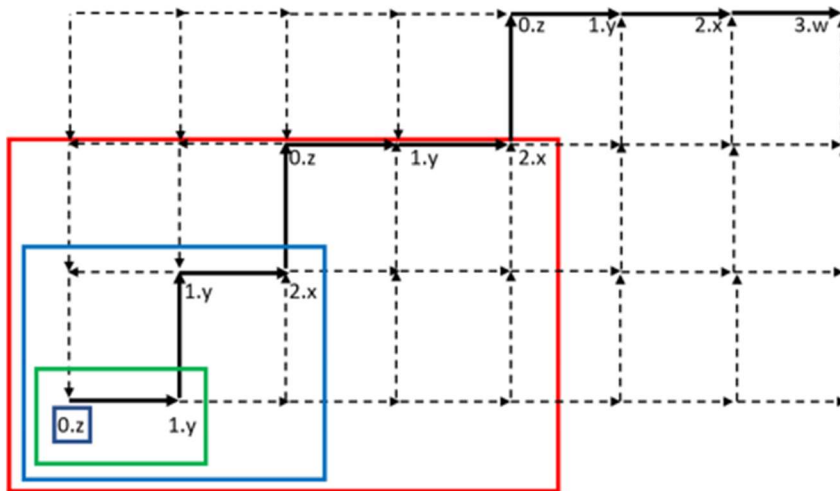
und bekommen durch relationale Umformung

$$Z^4 = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$$

mit der zugehörigen Folge von Abbildungen von Peircezahlen

$$R^4 = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))).$$

Damit haben wir das folgende semiotische Zahlenfeld für die abstrakte Z^4 -Relation, in das wir nun die Teilfelder einzeichnen.



Es ist also

$$S(R^1 = 0)$$

↓

$$S(R^2 = (0 \rightarrow (0 \rightarrow 1)))$$

↓

$$S(R^3 = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2))))$$

↓

$$S(R^4 = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4))))$$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Zu einer mehrwertigen semiotischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Das semiotische Zahlenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020a

Toth, Alfred, Kategoriale Projektionen von Subzeichen in semiotischen Zahlenfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020b

Toth, Alfred, Das Zahlenfeld der tetradischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020c

Das semiotische Rhomboid

1. Bekanntlich kann man eine triadische systemtheoretische Relation, basierend auf den beiden ontischen Kategorien Außen (A) und Innen (I), wie folgt definieren (vgl. Toth 2019)

$$\omega := (A \rightarrow I)$$

$$(\omega, 1) = ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$$

$$((\omega, 1), 1) = (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I),$$

d.h.

$$S = (\omega, (\omega, 1), ((\omega, 1), 1)).$$

Also gilt

$$\omega \neq (1 \rightarrow 2)$$

$$(\omega, 1) \neq ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 3),$$

d.h. die ω -von Neumann-Hierarchie setzt die tetradisch-trichotomische Zeichenrelation

$$Z^{4,3} = (0, 1, 2, 3)$$

mit der zugehörigen 4×3 Matrix

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

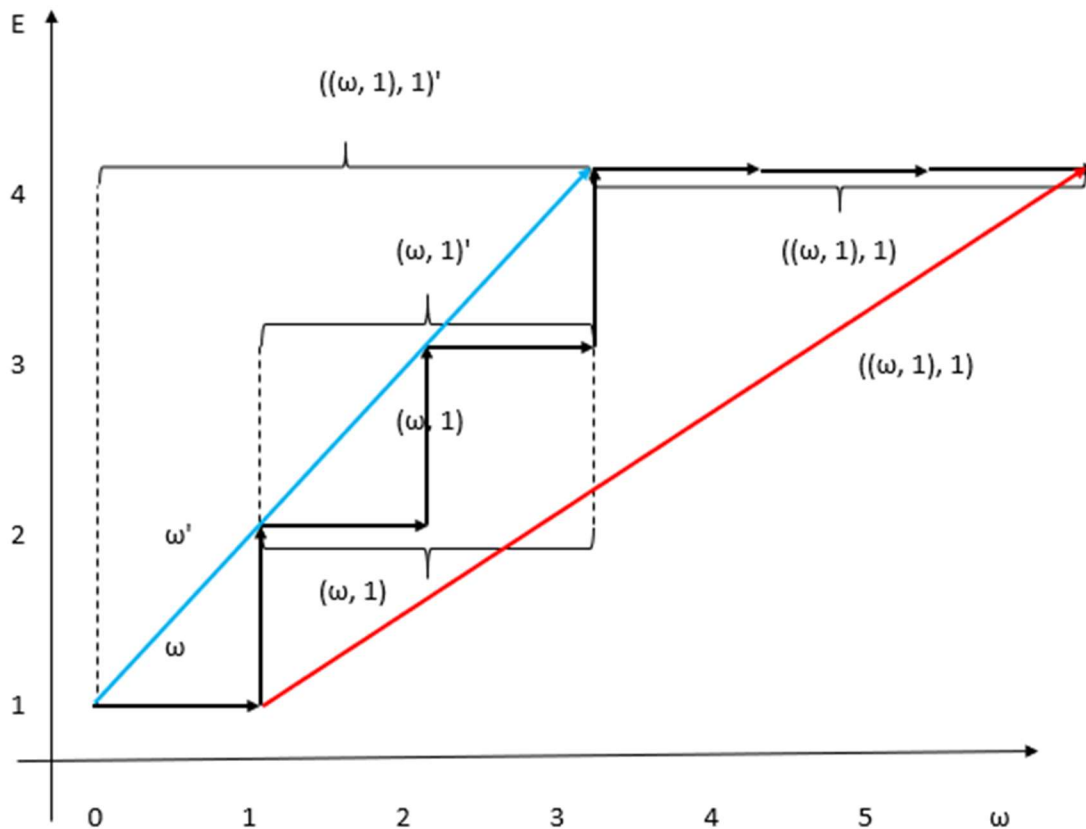
voraus. Wir haben damit

$$(A \rightarrow I) = (\Omega \rightarrow M)$$

$$((A \rightarrow I) \rightarrow A) = ((\Omega \rightarrow M) \rightarrow O)$$

$$(((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I) = (((\Omega \rightarrow M) \rightarrow O) \rightarrow I).$$

2. Wir zeichnen nun $Z^{4,3}$ in ein 2-dimensionales Koordinatensystem ein. Die Abszisse enthält die ω - und die Ordinate die E-Werte (Einbettungsstufen). Wie man sieht, benötigt man ein System mit $\omega = 5$ und $E = 4$.



Die tetradische Treppenstruktur wird also mit der blauen und der roten Diagonale zu einem Rhomboid ergänzt. Dabei ist die blaue Diagonale $(\omega, 1)$ und die rote $((\omega, 1), 1)$. Man beachte aber, daß wir damit neben den positiven Abbildungen ω , $(\omega, 1)$ und $((\omega, 1), 1)$ die negativen, suppletiven Abbildungen ω' , $(\omega, 1)'$ und $((\omega, 1), 1)'$ bekommen. Damit ergänzt sich das Rhomboid zu einem semiotischen Raum, der als systemtheoretischer Raum interpretierbar ist.

Literatur

Toth, Alfred, Außen und Innen. Systemtheoretische Semiotik und Ontik. Tucson, AZ 2019